

Title	2次元熱弾粘塑性問題解析有限要素法並列処理プログラムの開発
Author(s)	富田, 佳宏; 平田, 治伸; 篠山, 智生
Citation	大阪大学大型計算機センターニュース. 1989, 75, p. 29-37
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/65854">https://hdl.handle.net/11094/65854</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 2次元熱弾粘塑性問題解析有限要素法並列 処理プログラムの開発

神戸大学工学部 富田佳宏

神戸大学大学院 平田治伸、篠山智生

### 1. ま え が き

工業用に使われているほとんどの材料は若干のひずみ速度依存性を有することが知られている。このような材料の等温下での変形挙動のシミュレーションにより、変形形状、ひずみ分布はほとんど変形速度に依存しないこと、応力、荷重は基準速度の応力、荷重から予測できることがわかっている<sup>1)</sup>。しかしながら実際の現象は複雑で、変形挙動は変形速度に依存する。これは材料のひずみ速度依存性と、非可逆変形に伴う熱発生とその伝導による熱軟化が大きく影響することによっていえる。したがって、ひずみ速度依存性体の変形挙動を正確に考察するためには、材料の熱粘塑性的な挙動を考慮しなければならない。そこで本研究では、材料のひずみ速度依存性と、塑性変形に伴う熱発生と材料の温度依存性が、材料の変形に及ぼす影響を調べるために、粘塑性ひずみ速度と応力速度の間に1対1対応を有する構成式を温度依存性体に一般化したもの<sup>2)</sup>を有限要素法に導入し、2次元熱弾粘塑性問題解析有限要素プログラムを作成した。さらに計算効率を向上させるために並列処理プログラムを開発し、平面ひずみ下でのブロック、ならびに切欠き材の引張りにおける変形の局所化に及ぼすひずみ速度、熱発生などの影響を調べたので報告する。

### 2. 構成式と有限要素方程式

粘塑性ひずみ速度と応力速度の間に1対1対応を有する構成式を温度依存性体に適用できる形式に一般化した熱弾粘塑性体の構成式を示す。まず、全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}$ を熱弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ と粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ の和で表す。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (1)$$

ここで、両ひずみ速度は次のように表すことができる<sup>2)</sup>。

$$\dot{\epsilon}_{k1}^e = B_{k1mn} \dot{\sigma}_{mn} + \alpha_{k1} \dot{T} - \frac{1}{E^2} \frac{\partial E}{\partial T} \dot{T} \{ (1 + \nu) \sigma_{k1} - \nu \delta_{k1} \sigma_{mm} \} \quad (2)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{1}{H} \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} \sigma'_{ij} + \frac{3}{2} \frac{1}{H_s} \left( \dot{\sigma}'_{ij} - \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} \sigma'_{ij} \right) \quad (3)$$

式(1)~(3)より、熱弾粘塑性体の応力速度-ひずみ速度関係式を得る。

$$\dot{\sigma}_{ij} = L'_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}^{vp} P_{ij} - \dot{T} \beta'_{ij} \quad (4)$$

次に、数値解析の安定性を向上させるために、接線係数法<sup>3)</sup>を用いて応力速度とひずみ速度の関係式を求め、有限変形問題に適用できる形式に一般化すると次のようになる。

$$\nabla S_{ij} = L'_{ijkl} d_{kl} - \frac{\eta}{1+\xi} P_{ij} - \dot{T} \beta'_{ij} \quad (5)$$

ここで、

$$L'_{ijkl} = L'_{ijkl} - \frac{1}{h} \frac{\xi}{1+\xi} P_{ij} P_{kl}, \quad h = p_{kl} P_{kl} - \left( \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \bar{\epsilon}^{vp}} \right) \cdot \left( \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \bar{\sigma}} \right)^{-1}$$

$$\eta = \dot{\epsilon}^{vp} + \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial T} \bar{\sigma} \dot{T} + \theta \cdot \Delta T \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial T}, \quad \xi = (\theta \cdot \Delta t) h \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \bar{\sigma}}$$

$\nabla S_{ij}$ はKirchhoffの応力のJaumann速度、 $d_{kl}$ は変形速度テンソルである。その他の記号の詳細は文献<sup>2)</sup>を参照されたい。

一方、体積 $V$ 、表面積 $A$ の物体が表面の一部で表面力の変化 $\dot{P}_i$ を受けて平衡状態にある場合の速度形仮想仕事の原理式は次のようになる<sup>4)</sup>。

$$\int_V (\dot{S}_{ij} + \sigma_{mj} v_{i,m}) \delta v_{i,j} dV = \int_{\Lambda t} \dot{P}_i \delta v_i d\Lambda \quad (6)$$

構成式(5)を上式に代入することにより弾粘塑性体に対する仮想仕事の原理式を得る。

$$\int_V \{ \delta d_{ij} (L'_{ijkl} - F_{ijkl}) d_{kl} + \delta v_{i,j} \sigma_{mj} v_{i,m} \} dV$$

$$= \int_{\Lambda t} \delta v_i \dot{R}_i d\Lambda + \int_V \frac{\eta}{1+\xi} \delta d_{ij} P_{ij} dV + \int_V \delta d_{ij} \dot{T} \beta'_{ij} dV \quad (7)$$

要素内の変位速度  $\underline{v}$ 、変形速度テンソル  $\underline{d}$ 、変位速度勾配  $\underline{q}$  をそれぞれ要素の節点における変位速度  $\dot{\delta}$  を用いて、 $\underline{v} = \underline{\phi} \dot{\delta}$ 、 $\underline{d} = \underline{B} \dot{\delta}$ 、 $\underline{q} = \underline{E} \dot{\delta}$  のように表すと、式(7)より、有限要素方程式が次のように得られる。

$$\int_V \{ \underline{B}^T (\underline{L}' - \underline{F}) \underline{B} + \underline{E}^T \underline{Q} \underline{E} \} dV \dot{\delta}$$

$$- \int_V \underline{B}^T \left( \frac{\eta}{1+\xi} \underline{P} + \dot{T} \underline{\beta}' \right) dV - \int_{\Lambda t} \underline{\phi}^T \dot{R} d\Lambda = 0 \quad (8)$$

一方、エネルギーの平衡方程式の弱形式表示は次のように表せる<sup>5)</sup>。

$$\int_V \delta T (-q_{i,i} + \sigma - \rho c \dot{T}) dV = 0 \quad (9)$$

上式に塑性変形に伴って発生する非可逆仕事  $\sigma = a \sigma'_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$  を熱源として導入することにより、次の有限要素熱伝導方程式が得られる。

$$\int_s \overline{\phi}^T \overline{Q} dS - \int_v \overline{\kappa} \overline{B}^T \overline{B} dV \underline{\dot{t}} + \int_v \overline{\phi}^T \sigma dV - \int_v \rho c \overline{\phi}^T \underline{\dot{\phi}} dV \underline{\dot{t}} = 0 \quad (10)$$

ここで、 $\rho$  は材料の密度、 $c$  は比熱、 $a$  は塑性仕事の熱に変換される割合を表す。温度  $T$ 、温度の変化率  $\dot{T}$  は、それぞれ要素節点における温度  $t$  及び温度の変化率  $\underline{\dot{t}}$  と  $T = \overline{\phi} \underline{t}$ 、 $\dot{T} = \overline{\phi} \underline{\dot{t}}$  で関係付けられる。また、温度勾配  $\underline{g}$  は  $\underline{g} = \overline{B} \underline{t}$  で表される。 $\overline{Q} = h(T_w - T)$  は物体の表面から流入する熱量を表す。 $h$  は熱伝達率、 $T_w$  は外気温度、 $\kappa$  は熱伝導率である。式(7)の速度場は仕事  $\sigma$  を介して式(10)の温度場と連成している。

式(8)、(10)の解析にあたり、熱伝導有限要素微分方程式(10)は、Houbolt法<sup>6)</sup>により差分近似したものを用いた。なお熱伝導解析では時間増分は一定として解析しなければならないので、熱伝導解析における時間増分を  $\Delta t_{n+1}$  とし、この間の速度場の解析における時間増分  $\Delta t$  の大きさを  $\Delta t_{n+1}$  に等しくするか、あるいは複数ステップで  $\Delta t_{n+1}$  になるように決定した。この間に発生した塑性仕事を熱に変換し、それを発生熱量として熱伝導解析を行ない、 $\Delta t_{n+1}$  後の温度場を求める。このようにして求められた温度場を用いて次の  $\Delta t_{n+1}$  までの変形解析を行なう。同様の操作を、所定の変形が終わるまで繰り返し行なう。

以上の弾粘塑性有限要素方程式及び熱伝導方程式の解析の高速化を図るために並列処理プログラムを作成した。

### 3. 2次元熱弾粘塑性問題解析

本解析では材料の相当応力  $\bar{\sigma}$ 、相当粘塑性ひずみ  $\bar{\epsilon}^{vp}$ 、相当粘塑性ひずみ速度  $\dot{\bar{\epsilon}}^{vp}$  の関係は次式で表せるものとする。

$$\bar{\sigma} = K(T) \cdot \left( \frac{\bar{\epsilon}^{vp \ n}}{\epsilon_y} \right) \cdot \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{vp \ m}}{\dot{\epsilon}_y} \right) \quad (11)$$

ここで  $n$  は加工硬化指数、 $m$  はひずみ速度感度指数、 $\epsilon_y$ 、 $\dot{\epsilon}_y$  は基準ひずみ及び基準ひずみ速度である。また、 $K(T)$  は降伏応力の温度依存性を示しており、次式で表されるものとする。

$$K(T) = 0.00214 T^2 - 2.631 T + 991.28 \quad [\text{MPa}] \quad (12)$$

#### 3.1 ブロック材

ここでは、平面ひずみ状態における熱弾粘塑性ブロックの一軸引張り問題の解析を行ない、並列

処理による解析速度の高速化率、ならびに変形の局所化に及ぼす材料特性、熱発生そして熱伝導の影響を調べた。

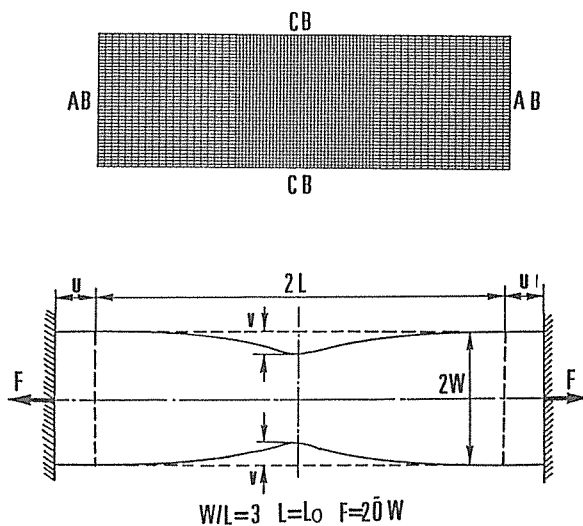


図1 解析モデルと要素分割

解析モデルと要素分割を図1に示す。変形の対称性を考慮して第1象限のみを取り出して解析した。用いた要素は4角形をその対角線で4つに分割したCrossed Triangle要素で総要素数は3200である。また材料定数、解析条件を表1に示す。

表1 材料定数と解析条件

E	(ヤング率)	200.0	[GPa]
$\epsilon_y$	(基準ひずみ)	0.002	
$\dot{\epsilon}_y$	(基準ひずみ速度)	0.002	[1/sec]
$\sigma_y$	( $=E \cdot \epsilon_y$ )	400.0	[MPa]
$\nu$	(ポアソン比)	0.333	
$T_0$	(初期温度)	296.15	[K]
$\alpha$	(線膨張係数)	$11.6 \times 10^{-6}$	[1/K]
a	(熱への変換率)	0.95	
J	(仕事当量)	427.0	[kgf·mm/cal]
$\rho$	(密度)	$7.87 \times 10^{-3}$	[kg/mm <sup>3</sup> ]
c	(比熱)	$0.11 \times 10^3$	[cal/kg·K]
$\lambda$	(熱伝導率)	0.0141	[cal/mm·sec·K]
$\alpha_{a,i}$	(空気との熱伝達率)	0.003	[cal/mm·sec·K]
$T_{a,i}$	(空気の温度)	296.15	[K]
n	(加工硬化指数)	0.0625	
m	(ひずみ速度感度指数)	0.01	0.001
$\dot{U}$	(変形速度: $\dot{U}=\dot{u}/L\dot{\epsilon}_y$ )	$10^0 \sim 10^6$	

はじめに、スカラー処理の場合と並列処理の場合の計算速度の比較を行なうために、図1に示すモデルの自由度を1722、2142、2652と変えて解析を行なった。その結果、いずれの自由度の場合も並列化によって約6倍の高速化を得ることができた。4節点モデルの場合<sup>7)</sup>と比較して自由度が増加しても解析速度にほとんど変化が見られないのは、Crossed Triangle要素の場合、4節点モデルよりも要素数が4倍になり、1自由度当たりの要素数が多くなり解析速度の高速化を妨げていると思われる。

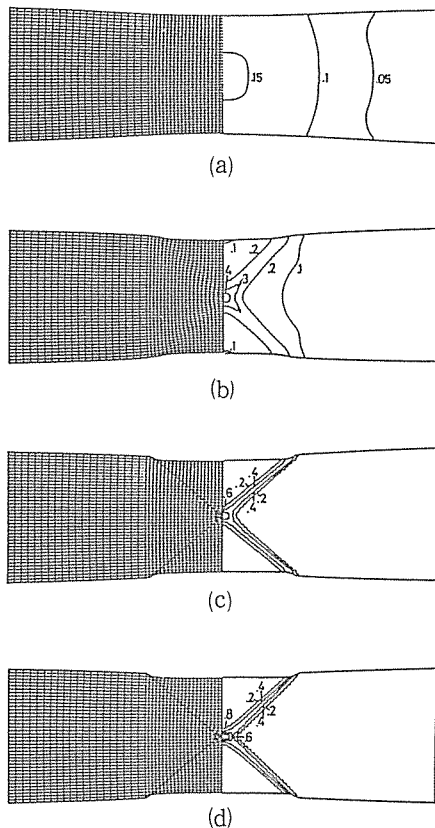


図2 要素の変形形状ならびにひずみ分布 ( $m=0.001$ 、 $\dot{U}=1000$ 、 $u/L=0.075$ )  
 (a) 等温変形 (b) 熱発生と熱伝導を考慮した変形  
 (c) (b)でブロックの寸法が10倍の場合の変形 (d) 断熱変形

次に、変形の局所化解析をした結果の一部を示そう。図2に各種条件下でシミュレートしたブロックの変形形状とひずみ分布を示す。これらより熱の発生と移動を考慮した場合、変形速度及びブロックの寸法がいずれも変形挙動に大きく影響を及ぼすことがわかる。変形速度を速くするにつれて、また物体の寸法を大きくするにつれて変形挙動は断熱の場合に近付き、変形の局所化がきびしくなる。さらに、流れ理論を用いて計算した場合は、 $u/L$ が大きいところにおいても変形速度が小さいとき変形の局所化は見られないが、変形速度を速くすると熱軟化が優勢になり図(c)、(d)ほど顕著ではないが変形の局所化が見られた<sup>2)</sup>。

### 3. 2 切欠き材

静的負荷のもとで切欠きを有する材料に軸引張りを加えると、切欠きが鈍化するとともに切欠き先端部が鋭くなる現象が確かめられている<sup>(1) (9) (10)</sup>。ここでは、平面ひずみ状態における切欠き材の一軸引張り問題の解析を行ない、材料のひずみ速度依存性と温度依存性が切欠き材の変形に及ぼす影響について調べた。

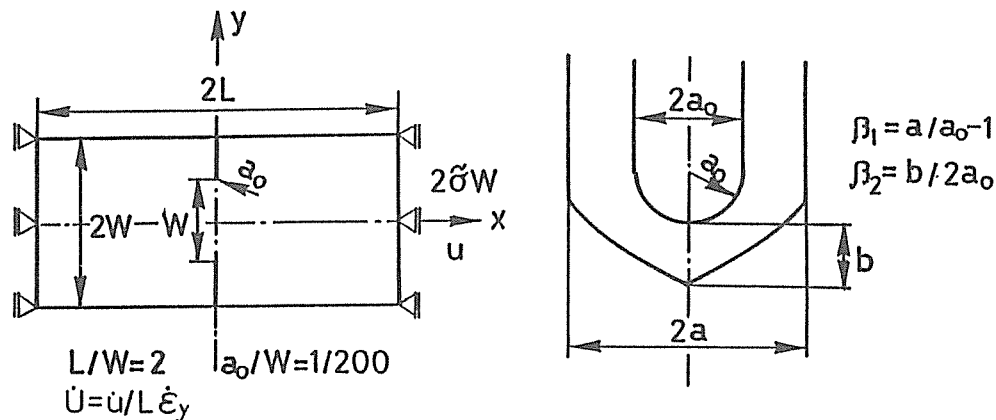


図3 解析モデルと記号の説明

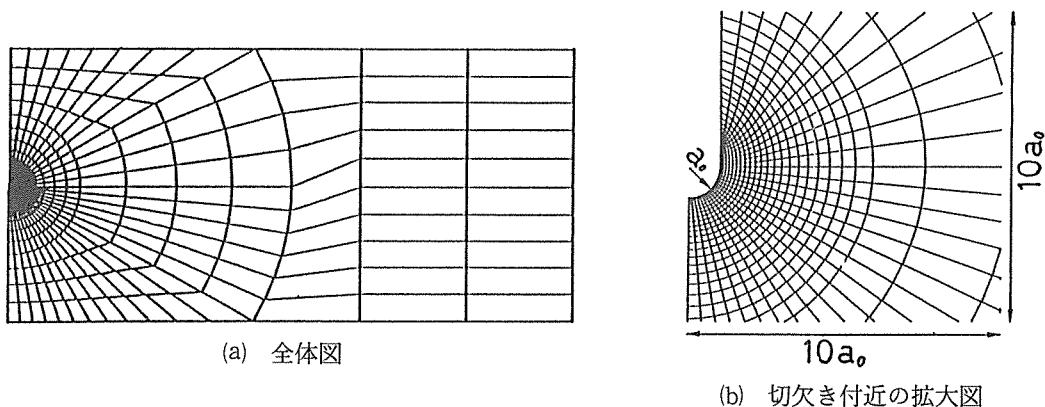


図4 要素分割

図3に解析モデルを、図4に要素分割を示す。用いた要素はCrossed Triangle要素で総要素数は4076である。ブロック材の場合と同様に、変形の対称性を考慮して1/4部分だけを取り出して解析した。

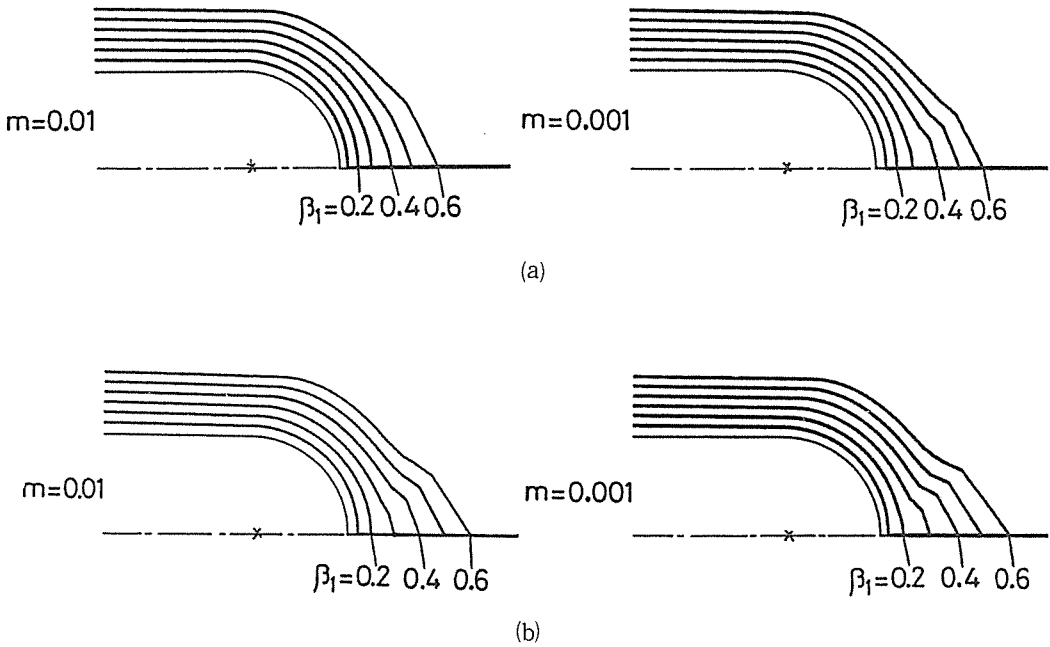


図5 切欠き先端部形状 ( $\dot{U}=1000$ )  
 (a) 等温変形 (b) 熱発生と熱伝導を考慮した変形



図5に6つの異なる変形状態における切欠き先端部の形状を、図6に $\beta_1=0.4$ の場合の要素の変形形状を示す。熱の影響を考慮した場合、早い段階( $\beta_1 \approx 0.3$ )から変形の局所化が始まっているのがわかる。また、ひずみ速度感度指数 $m$ が小さいほど、切欠き底に角点が発生し鋭い変形の勾配が見られ、熱の影響はこれを一層顕著にしている。さらに、ここでは図示していないが、切欠き最小断面上での平均応力分布には最大値が存在し、それが切欠き近傍の変形とともに低下した。ひずみ速度が大きい場合、切欠き先端部に温度が高い領域が見られた<sup>11)</sup>。

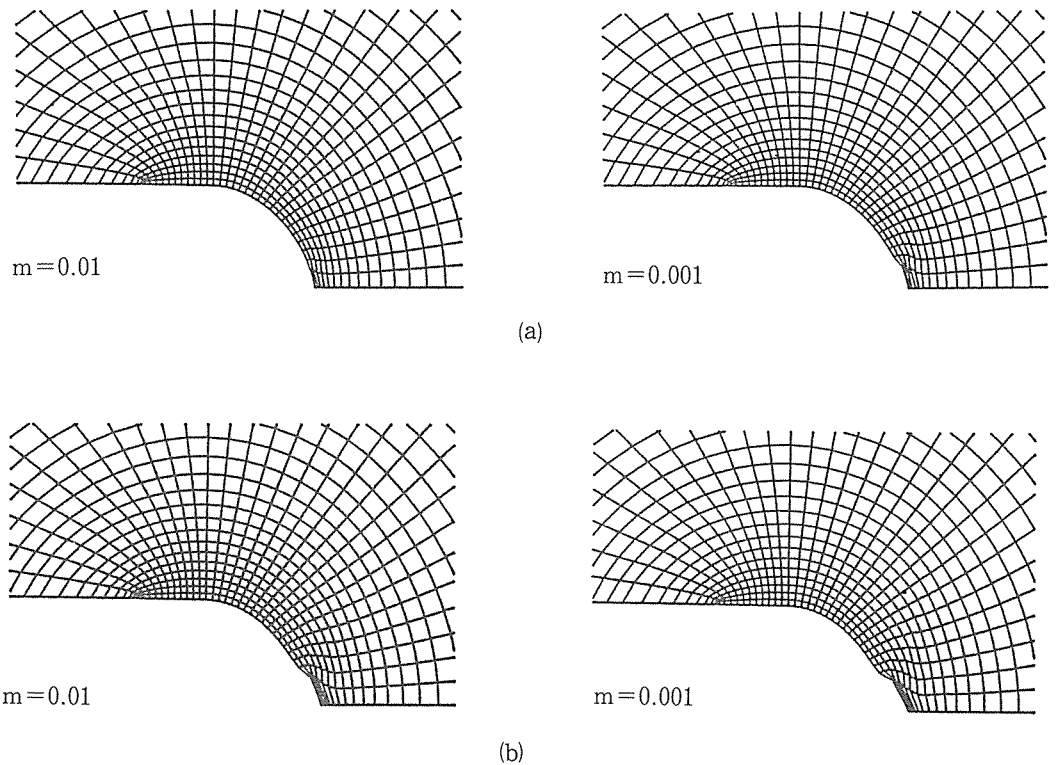


図6 要素の変形形状 ( $\dot{U}=1000$ 、 $\beta_1=0.4$ )

(a) 等温変形 (b) 熱発生と熱伝導を考慮した変形

## 4. あ と が き

本研究では、材料の熱粘塑性挙動を調べるために2次元熱弾粘塑性問題解析有限要素法プログラムを作成し、並列処理化して計算効率の向上を図った。その結果、スカラー処理の場合と比べて約6倍の計算処理の高速化が実現できた。開発したプログラムを用いて、平面ひずみ一軸引張り下でのブロック材の変形の局所化及び切欠き材の変形挙動の検討を行ない、材料のひずみ速度依存性、温度依存性、変形速度、熱伝導、寸法効果の変形に及ぼす影響を明らかにした。

### 参考文献

- (1) 富田佳宏、進藤明夫、朝田誠治、後藤広和、機論、54A(昭63)、1124.
- (2) Tomita, Y., Asada, S., and Shindo, A., Proc. 32nd Japan Congr. Materials Research(1989)302.
- (3) Peirce, D., Shin, C. F., and Needleman, A., Computers & Structures, 18(1984)875.
- (4) 富田佳宏、塑性と加工、22(1981)、410.
- (5) 富田佳宏、第94、95回西山記念技術講座、(1983)、45、日本鉄鋼協会.
- (6) 瀬口靖幸、北川浩、富田佳宏、有限要素法の基礎、(1983)日刊工業新聞社.
- (7) 富田佳宏、秋萬錫、大阪大学大型計算機センターニュース、19(1989)
- (8) McClintock, F. A., Fracture: An Advanced Treatise, 3(1971), 47, Academic Press.
- (9) Needleman, A. and Tvergaard, V., ASTM STP-803, (1983), 1.
- (10) Kitagawa, H. and Komeda, S., Proc. ICCM86, (1987), V157.
- (11) 富田佳宏、進藤明夫、平田治伸、機講論、(1989)