自由落下の法則をめぐるコイレのデカルト解釈について

山形頼洋

『ガリレイ研究』第2巻「物体の落下の法則——デカルトとガリレイ」において、コイレはガリレイと比較してデカルトを論じ、デカルトが自由落下の法則を誤って理解していると指弾している。コイレの論難は、デカルトは物理現象を極端に幾何学化する余り、時間を空間化し、その結果、落下時間に正比例する落下する物体の速度を、落下距離に正比例すると誤って結論した、と要約できるだろう。時間の空間化とは、まさしくベルクソン的図式であるが、このコイレの批判はそれ自身のうちにいくつかの重大な疑問点を押し隠しているように思われる。その疑問点を摘出することが、この論考の第一の目的である。コイレが批判するように、もしデカルトが物体の落下速度を落下した距離に正比例すると誤って理解していたするならば、デカルトの言明の内部で理解不可能な矛盾が生じることになる事実を明らかにする。すなわち、コイレが正しいならば、デカルトの物体の落下に関する考察は現実の物理現象と合致していないのはもちろんのこと、それ以前に、デカルトの考察自体がそれ自身において理解困難なものとなることを明らかにする。デカルトの考察を一貫性のあるものとして読むためには、コイレのように、落下の速度が落下の距離に正比例すると取ってはならない。第二の目的は、さらに積極的に、デカルトが落下の法則を正しく理解していたという前提に立って、デカルトの考察を読むことが可能であることを示すところにある。

一 デカルト理論のコイレによる解釈

コイレが取り上げるのは、デカルトの『私的考察』(Cogitationes Privatae, A.T., vol. X, p.219sq.) のなかの覚え書きである。この覚え書きのなかで、デカルトは、数日前、ベークマンによって出された物体の自由落下に関する問題とその解法とを手短に書き記している。「石が一個、AからBへ一時間かか

って落ちるとしようと、彼は言う。石は常に同じ力で大地に引きつけられており、しかも、先行する引力によって付加された速度を失わないものとする。ところで、彼によれば、真空中で運動するものは、永久に運動する。ある一定の空間が与えられた場合、その空間を通過するのに石はどれだけの時間を要するか、これが出された問題である。」(EG.II-31)

　デカルトの答えは次の通りである。「直角二等辺三角形において、ABCは空間（運動）を表す。頂点Aから底辺BCまでの空間の差異は、運動の差異を表している。したがって、ADはADEによって表される時間において走破されるだろうし、またDBは、DEBCによって表される時間において走破されるだろう。そこで注意しなければならないことは、空間が小さければ、それが表す運動もそれだけ遅くなるということである。ところで、ADEはDEBCの3分の1である。したがって、ADを走破するのにDBを走破するときの3倍の時間がかかるだろう。」(EG.II-32)

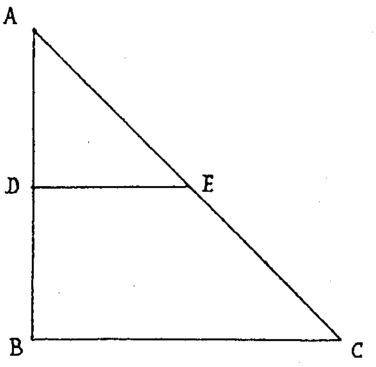

Figure 1

　Dは、ACを斜辺とする直角二等辺三角形の頂点Aから底辺BCへの辺AB（=BC）の中点である。したがって、AD=DBである。デカルトのこの答えを評して、コイレは、デカルトは「言うなれば、本能的に、時間を抹殺する」と記す(EG.II-33)。詳しいコイレの解説は以下の通りである。「線分ADB——それは、ベークマンにとっては経過した時間を表していたのであるが——彼（デカルト）にとっては、当然のこととして、走破された軌跡を表す。かくして問題は変えられる。ある軌跡が、ある〈一様に変化する〉速さで走破される。したがって、問題は行程の各点において速さを決定することとなる。三角形ADEやABCは、ベークマンにとっては、走破された空間（行程）を表していたのが、デカルトにとっては、運動体の運動、すなわち実現された〈速さの総和〉を表す。だから、次のように彼が結論するのも全く当然のことである。〈速さの総和が3倍になったのだから、空間DBは3倍速く通過されるだろう。時間は見いだされるが、しかし遅きに失する。過度の幾何学化、空間化、時間の排除——為すべきでないところでの時間の排除——、過程の因果的、物理的側面を無視することによってデカルトは——かつてガリレイが、また彼以前にベネディティやミシェル・ヴァロンがしたように——一様に加速された運動を、その速さが経過した時間に比例するのではなくて走破した道のりに比例して増加する運動のごとく、考えてしまうのである。」(Ibid.)

　正しくは、経過時間に正比例する落下物体の速度を、デカル

トは、落下距離に正比例すると誤解したというのが、コイレの解釈である。このコイレの解釈に対して、われわれは次の点を疑問として提出したい。

デカルトが問題解決のために使っている三角形は、任意の直角三角形ではなくて、「二等辺」直角三角形である。なぜ二等辺三角形でなければならないのかについてのコイレの説明は、この本の中に見つけることはできなかった。二等辺三角形であるから、コイレが物体の落下距離を間違って表していると主張するABと、Ｂ点での速度を表すＢＣとは等しくなる。ということは、物体は例えば１００メートルの距離を落下すると１００メートルの速度を得るということになる。このことは、コイレが言うような、単に落下の速度が距離に正比例すると言うだけではなくて、それ以上にデカルトは、二等辺三角形を使うことによって、落下の距離と速度とが完全に等しいと主張していることになる。果たして、そのような主張をデカルトのものと認めなければならないような根拠がどこかにあるのだろうか。それどころか、落下速度が距離に正比例すると明言するデカルトの言葉を読んだこともない。しかも、デカルトは、１６３４年8月14日付のメルセンヌ宛の手紙で、物体の落下の距離は時間の二乗に正比例するとするガリレイの説を是認した上で、「すなわち」(c'est-à-dire)として、今見たばかりの自説を繰り返している。コイレが言うように(EGⅡ-40)、デカルトは、ガリレイの説を誤解していて、間違った自説と混同していたのだろうか。ちなみに、ガリレイも最初、落下の速度は落下の距離に比例すると考えて、デカルトと同じ誤りを犯しているとコイレは指摘するが(EGⅡ-21)、そのときガリレイが自説の説明のための図示に使っている三角形は、直角三角形ではあるが、その頂角は、コイレの訳では、「ある任意の角度」(un angle quelconque, EGⅡ-22)となっている。

一方、ベークマン自身も、自分がデカルトに出した問いとデカルトの答えとを書き残している。問いの形も答え方もいくらか異なっている。コイレの判定では、同じことを扱いながらデカルトは間違っているけれども、ベークマンの日記の記録は正しいのである。というのも、ベークマンはデカルトとは異なって、落下の速度は落下の時間に正比例することを正しく認識していたからである。しかし、ベークマンはその正しい認識を数学的に表現する能力を持たなかったので、その面でデカルトの助けを求めることになった。ベークマンの記録によれば、彼はデカルトに次の質問をしたのである。「私の原理、すなわち真空中では運動状態にあるものは永久に運動することを認め、さらには、地上と落下する石との間は真空であると仮定したうえで、もし落下する物体が2時間で走破する距離が分かっていたとして、1時間で走破する距離はいくらになるか。」(EGⅡ-28)

デカルトの答えは次の通りであるが、しかし、この答えは、コイレの見解では、デカルトの推論のベークマンによる翻案であり、その結果、「問題は正しく解かれ、落下にかかる時間の計算が可能となる」(EGII-29)。

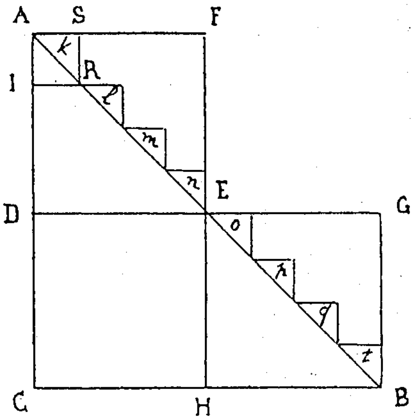

Figure 2

「これらのmoments(momenta)は不可分であるから、物体がその落下において、1時間のうちに飛び越す空間は、ADEであろう。(落下して)2時間で飛び越す空間は、時間比の二乗である、すなわちADとACの比の二乗であるADE対ACBである。物体が1時間で落下する空間のmomentを、ある大きさ、例えばADEFとせよ。2時間で、物体は同じmomentの3倍を飛び越す、すなわちAFEGBHCDである。しかし、ADEFはADEとAFEとで構成されている。そしてAFEGBHCDはACBに加えることのAFEとEGBすなわちAFEの2倍とで構成されている。

したがって、もしmomentがAIRSであるならば、空間の割合はADEプラスklmn対ACBプラスklmnopqtすなわちまたもやklmnの2倍となるであろう。しかしklmnはAFEよりもずっと小さい。ゆえに飛び越されたそれらの空間の間にある割合は、三角形と三角形との割合で構成され、それらの(割合の)諸項に、複数の等しい大きさ(klmnとklmnopqのこと)が付け加えられる。しかし、これら付加される等しい大きさは、空間のmomentsが小さくなればなるほど同じく小さくなるので、momentが零になるとき、これら付加される大きさも零となる。さて、物体が落下する空間のmomentとはこういったものであるから、物体が1時間で落下する空間と、それが2時間で落下する空間との比は三角形ADEとACBとの比に等しい。

それゆえもし落下する物体が2時間で1000ピエを飛び越すことが経験で知られたとするならば、三角形ABCは1000ピエを含むだろう。したがって、その平方根100が2時間に対応する線分ACとなる。Dにおいて2等分すれば、ADが1時間に対応するだろう。ゆえにACとADとの二乗比、すなわち4対1が成り立つので、1000対250すなわちACBとADEも成り立つ。」(EGII-29-31)

moment(momentum)については、われわれはここではある意

図もとに、翻訳するのを控えた。というのは、この語の翻訳は同時に、この語の定義に関わることであるからである。コイレはこの語を解説して、「デカルトが語っている個々のmomentは、〈瞬間〉(instant)ではなくて、まさしくガリレイが語っている〈速さの程度〉と同じものである。それはある運動ないしは瞬間的な速さ、運動の最小、あるいはこう言った方がよければ、運動の差分である。」(EGII-30-31) われわれの解釈は後に示すように、これとは異なる。

この解法をコイレは「きれいで正しい解決である。走破される空間は時間の二乗に比例することが承認される。しかしこれはデカルトの解決ではない。」と言う(EGII-31)。確かに、微小momentを考えることによって、正方形で表される落下空間を、正三角形に書き換える技法は見事である。しかし、ベークマンの説明には分からないことが多い。まず、どうして、物体の落下距離を単なる長方形ではなくて、ほかならぬ正方形で表すのかの理由が明らかにされていない。第2に、どうして、1時間の落下距離と2時間の落下距離と比が1対3(正方形1個対同じ正方形3個)なのか。どのようにして、この比を導き出したのか。この比は、問題の三角形が2等辺三角形であった場合に始めて導き出せるような値ではないのか。3番目に、これは小さいことであるが、1000の平方根がどうして100なのか。さらには、落下の距離が落下の時間の二乗に比例することが、上に引用したベークマンの日記の冒頭に出てくるが、これはむしろ結論であろう。もし最初からそのことが分かっているならば、答えはそれ以上の論証を待たずに、すぐさま暗算で出せたことだろう。全体として、コイレが賞賛するような、きれいな正しい解決とはとても言うことができない。にもかかわらず、コイレが褒め称えるのは、この解法が、落下速度が落下時間に比例することを明確に表していると彼が考えるからであろう。もっと、具体的に言えば、図示に使われた三角形において、頂点から底辺への垂線が、デカルトにおいては落下距離を表現していたのに対して、ベークマンにおいては、正しい落下の法則に達したときのガリレイの場合と同じく、時間を表しているからである。少なくとも、コイレはそのようにこの三角形の図を読むからである。しかしながら、コイレはほんとうにそうだろうか。もう一度、丁寧にベークマンの日記の該当箇所を読んでみよう。

「それゆえ、もし落下する物体が2時間で1000ピエを飛び越すことが経験で知られたとするならば、三角形ABCは1000ピエを含むだろう。したがって、その平方根100が2時間に対応する線分ACとなる。Dにおいて2等分すれば、ADが1時間に対応するだろう。ゆえにACとADとの二乗比、すなわち4対1が成り立つので、1000対250すなわちACBとADEも成り立つ。」(EGII-30-31)

まず指摘しなければならないことは、すぐ上で見たとおり、

momentという用語を説明してコイレは、それを「速さの程度」としたが、そのことからコイレにとって、三角形の面積は無数の「速さの程度」の総和を表現していることになる。「かくして、図形（三角形なしは長方形）は、文字どおり、momentsの総和を、すなわち無数の〈速さの程度〉の総和を表現している。」図は明らかに直角2等辺三角形ないしは正方形であるにもかかわらず、コイレには三角形ないしは長方形としか見えないとは、なかなかおもしろい。それはさておき、ベークマンが明記しているように、三角形は「１０００ピエを含む」ものとして、その面積は、落下物体の落下距離を含意している。コイレのmomentの解釈によれば三角形の面積は無数の速さの程度の総和を表わしているが、この総和とは落下距離のことにほかならない。

　しかし、コイレが主張するように、頂点Aから底辺CBへの垂線AC,すなわち縦軸が、時間を表しているとするならば、なぜ、落下距離に等しく取られた三角形の面積の平方根をまず求めて、それを線分ACの値として、その後で、その値を時間の2時間に対応させるという、回りくどい手続きを取るのだろうか。最初から、線分ACは落下時間の2時間を表すとすればそれで済むことではないのか。実際、落下距離が落下時間の二乗に正比例することを図示する、物理の教科書でよく知られた三角形ではそのようになっているのである。さらに、もし同じくACが時間を表しているとするならば、すぐにその半分の中点を取って、その中点を落下時間の1時間としないのだろうか。ところが、ベークマンの日記において実際行われていることは、線分AC100をDで二分割して、ADを1時間に対応させているのである。その上で、互いに相似な二つの三角形ADCとACBと面積の比は、それぞれの三角形の辺の比の二乗に等しいことを使って、1000対250であることを求めて、そこから、落下時間1時間の落下距離を計算している。

　要するに、もし縦軸に時間がとられているならば、2時間ACの半分1時間として中点Dを置き、二つの相似な三角形の面積比を辺の二乗の比として、落下時間1時間の距離を直接求めることができるにもかかわらず、ベークマンの日記では、まず、縦軸に当たる線分ACの長さを計算しているのである。

　以上のことから結論されることは、縦軸に当たる線分ACは、コイレが主張するような時間を表しているのではなくて、2時間の落下距離を三角形の面積で表現したときその一辺となるような空間的な量を表しているということである。しかもこの空間的な量は、落下時間と対応する、正確に言えば、正比例する量である。そのことは、1時間の落下時間が、2時間の落下時間に対応するACの半分の線分ADで表現されることから読みとることができる。線分ACが表している、空間と時間との性格をある意味で同時に合わせ持っているその量とは何か。これが

解決すべき第1の問題である。

第二に、ベークマンの日記の解説においても、コイレは一言も触れていないけれども、図示のために使われた三角形がなぜ、直角二等辺三角形なのか。日記では、二等辺三角形は、最終的には無数の微小な正方形の総和として考えられているから、そこまで問題を返すと、なぜ、この場合長方形ではなくて、正方形が図解のために選ばれたのか。これが第2の問題である。

そして、第1の問題と第2の問題とを同時に満足させる答えを、落下の距離だとコイレが、われわれの考えでは、誤って断定する問題の二等辺三角形の垂直をなす辺ACに、与えなければならない。垂直な辺ACと水平をなす底辺CBとが、それらが表現しているものにおいてなんらかの意味において等しいからこそ、問題の図示が、ほかならぬ二等辺三角形を使って、行われているのである。したがって、線分ACが表現している意味は、底辺CBが表現している意味と、同じでなければ、少なくとも同義でなければならない。このことが、問題解決の直接の手がかりとなる。

ところで、この二等辺三角形において底辺ならびに底辺に平行な成分は、落下のそのときどきの、あるいは落下の各点での、速さを表している。このことに関しては、コイレも彼のmomentの解釈において同意している。他方、二等辺三角形の性質上、CBはACに等しいから、素直に考えて、垂直なACもまた速さを表していると解釈すべきではないか。もし、ACがCBと同じく落下の速さを表現しているとするならば、模式図に使われる三角形は二等辺三角形以外にはありえない。しかも、重要なことは、もしACが底辺成分と同じく落下の速度を表現しているならば、落下の速度は落下の時間に正比例するから、落下の速度を表すACは同時に落下の時間をも表現していることになる。それでは、両者が入れ替え可能なものであるならば、どうして、速度ではなくて、最初から時間を縦軸にとらなかったのだろうか。その理由は、明快である。すなわち、ベークマンの日記の説明にはっきり記されているように、三角形の面積を物体の落下の距離と置くからである。面積を表現する三角形の任意の辺は、空間的なものでなければならない。ところで、速さは、運動は、直ちに、空間と置き換えることができる。具体的には、問題の三角形で、底辺に平行な成分はそれぞれ落下の速度を表しているが、その速度の総和は、すなわち、三角形の面積は、それぞれの速さで通過した空間、すなわち落下の距離を表している。

まとめると、二等辺三角形の垂直な辺ACは落下の速度を表している。落下の速度は、加速度gと時間の積であるから、距離gを単位にとって縦軸を目盛れば、そのまま時間の単位として使える。すなわち目盛りgを時間1秒とおくのである。そのように考えると、三角形の面積が表す、速度の総和は、そのま

ま一定の時間内での落下の距離となる。

三角形の面積は落下の距離を表していると今言ったが、この表現は実は正しくない。正確には、三角形の面積は、速度×速度×1/2で、これは落下の距離にさらに、加速度gを掛けたものである。しかし、問題となっているのは、相似な二つの二等辺三角形の面積の比を使って、二つの落下の距離の比を求めることであるから、両方の三角形の面積の成分となっているgは今は無視することができる。

以上が、デカルトが図示に使った二等辺三角形のもっとも合理的な説明であると考える。コイレが主張するように、デカルトは縦軸に時間の代わりに誤って距離をとったのではない。速さを取ったのである。したがって、三角形は、等しい二辺がいずれも速度を表している二等辺三角形となる。そして、縦軸に速さを取ることによって、確かにデカルトは、時間の成分を直接のパラメータとしては使わなかったけれども、時間を無視したわけではなく、そうすることで誤りを犯したわけでもない。このことをよりはっきりとした形で示すために、コイレが正しいとする落下の法則の定式化された次の式を順次変形することによって、問題の三角形のわれわれの解釈にまでを到達することを証明しよう。

$s=1/2gt''$（s：落下距離、g：加速度、t''：時間の二乗）

両辺に gを掛けると、$sg=1/2gt''\times g$. $t''=t\times t$だから、

$sg=1/2gt\times t\times g=1/2gt\times gt=1/2(gt)\times(gt)$, 時刻$t$における速度を$v$とすると、$v=gt$だから、$sg=1/2v\times v$ この$sg=1/2(v\times v)$がデカルトの二等辺三角形の面積で表されているものである。もちろん、($v\times v$) のvは、速度を表す等しい二辺において表現されている。

すなわち、問題のmomentは、図の二等辺三角形の面積の部分として、単なる速さでも、また、速さの一定の和でもなく、落下の距離と重力による加速度との積を表している。また、$sg=1/2(v\times v)$だから、変形して、$2gs=v\times v$ したがって、デカルトにおいて、距離に正比例するのは、コイレが主張するような速度ではなくて、速度の二乗にほかならない。

注

（1） A. Koyré, *Études galiléennes II, La loi de la chute des corps, Descartes et Galilée*, Hermann et Cie, Éditeurs, Paris 1939. 省略記号 EG. II

（やまがたよりひろ　哲学哲学史・教授）