The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	電磁粘弾性体アクチュエータ設計のための数値解析手法の研究
Author(s)	村尾, 駿太
Citation	大阪大学, 2017, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/67139
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

博士学位論文

電磁粘弾性体アクチュエータ設計のための数値解析手法の研究

村尾　駿太

2017 年 7 月
大阪大学工学研究科
知能・機能創成工学専攻
知能アクチュエータ・センサデバイス創成研究室

目次

第 1 章 緒論 ..... - 1 -
1.1 電磁粘弾性体を用いたソフトアクチュエータの研究動向 ..... - 1 -
1.1.1 ICPF ..... - 1 -
1.1.2 EAP ..... - 2 -
1.1.3 MRE ..... - 3 -
1.1.4 電磁場に応答する機能性材料の特性の比較 ..... - 5 -
1.2 電磁粘弾性体アクチュエータの解析動向 ..... - 5 -
第 2 章 電磁粘弾性体アクチュエータ解析手法の提案 ..... - 9 -
2.1 MPS 法と FEM の連成による電磁粘弾性体解析手法 ..... - 9 -
2.2 数値的安定性向上に関する手法 ..... - 12 -
2.2.1 クーラン数制限 ..... - 12 -
2.2.2 陰解法による粘性項の計算 ..... - 13 -
2.3 汎用的な解析手法確立に関する手法 ..... - 14 -
2.3.1 電流密度ベクトルによる電磁石の導入 ..... - 14 -
2.3.2 粒子ベース剛体解析手法 ..... - 18 -
第 3 章 電磁粘弾性体解析手法の検証 ..... - 21 -
3.1 MPS 法による粘弾性体解析の精度検証 ..... - 21 -
3.2 MRE とシリコーンゲルの材料特性 ..... - 23 -
3.3 電磁粘弾性体アクチュエータ解析の精度検証 ..... - 27 -
3.3.1 検証用 MRE アクチュエータモデル ..... - 27 -
3.3.2 解析と実験結果の比較 ..... - 29 -
3.4 剛体を含む電磁粘弾性体解析の精度検証 ..... - 34 -
3.4.1 剛体を加えた検証用 MRE アクチュエータモデル ..... - 34 -
3.4.2 MPS 法と剛体解析手法による連成解析手法の精度検証 ..... - 36 -
3.4.3 解析と実験結果の比較 ..... - 39 -
3.5 本章のまとめ ..... - 41 -
第 4 章 結論 ..... - 43 -
付録 ..... - 45 -
MPS 法による電磁粘弾性体の離散化手法 ..... - 45 -

謝 辞 .....- 53 -
参 考 文 献 .....- 54 -

第1章 緒論

1.1 電磁粘弾性体を用いたソフトアクチュエータの研究動向

近年，ソフトアクチュエータの研究が活発に行われている．ソフトアクチュエータとは柔らかい材料で構成されたアクチュエータのことである．人間の生活空間で稼働し人との協調作業を行えるロボットの研究が活発なメカトロニクスの分野や，生物の筋肉を人工的に模倣することで優れた機能や知見を得ようとする生物模倣(バイオミメティクス)[1]の分野において使用されている．ソフトアクチュエータを構成する材料には柔軟な機能性材料(functional material)が使用される．機能性材料とは熱，電場，磁場，pH，水分，光など外部刺激の入力に応じて何らかの力学的応答を示す材料である．機能性材料がこれらの外部刺激を感知すると，刺激の強度や周囲の環境に応じて変位，応力，剛性などの変化が生じる．多くの機能性材料の中でも特に，環境依存性の低さや応答速度の高さから，電磁場に応答する機能性材料がアクチュエータの材料として有力視されている．ここで，電磁場に応答する機能性材料の例として，イオン導電性高分子ゲル膜(ICPF : Ionic Conducting Polymer gel Film)，電気駆動型ポリマ(EAP: Electro-active Polymer)，磁性エラストマ(MRE : Magneto Rheological Elastomer)について以下に示す．

1.1.1 ICPF

ICPF はフッ素系イオン交換膜の両面に金あるいは白金の薄膜電極を接合したフィルムである．電極間に電場を印加すると，膜中の陽イオンが水分子を伴い陰極側へ移動する．それにより，電極間の含水率に差が生まれ，ICPF は含水率の小さい電極側に屈曲する(Fig. 1.1).

ICPF の長所として以下の点があげられる．

1. 駆動電圧が低い．(0.5 [V]～3.0 [V]程度で駆動)
2. 電圧印加方向に応じて屈曲方向を変更できる．
3. 変位が大きく，応答が早い．
4. 耐久性が高く，繰り返し駆動できる．

また，短所としては以下のことがあげられる．

1. ICPF が湿潤している必要があるため，電磁場応答型の機能性材料の中で

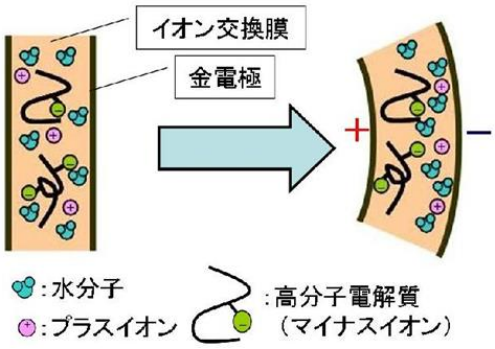


Fig. 1.1 Principle of ICPF.

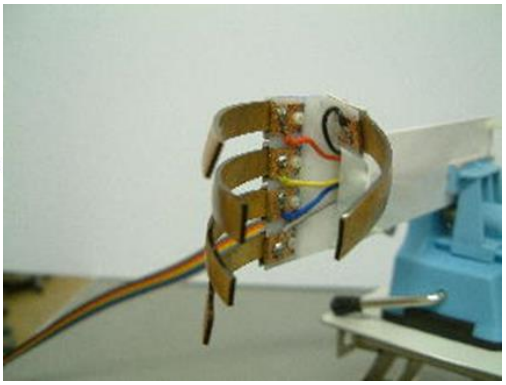


Fig. 1.2 Robot hand using ICPF.

は環境依存性が高い.

2. 機械的なヒステリシスが大きく，制御が困難である.

ICPF を用いたアクチュエータの例としては，安積ら[2]が提案したロボットハンドが挙げられる．Fig.1.2 に ICPF アクチュエータを用いたロボットハンドを示す．電極に掛かる電圧の高さによって屈曲の角度や力の強さが変化するため，握りしめる動作を容易に行うことが可能である.

1.1.2 EAP

EAP は誘電性を有する高分子材料を利用した機能性材料である．絶縁材料である高分子材料を挟み込んだ電極間に強い電場を印加すると静電相互作用(クーロン効果)によってマクスウェル応力が発生し，EAP に変形が生じる(Fig. 1.3)．電場印加を止めると今度は材料自体の復元力によって元の状態に復元する．マクスウェル応力と弾性反力との力のつり合いを考慮すると式(1.1)のようなひずみと電場の関係を得る．ここで，S は材料の電極方向のひずみ，Y はヤング率，ε_0，ε_rは真空の誘電率及び誘電材料の比誘電率，E は電場の大きさである.

$$S = -\frac{1}{Y}\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 \tag{1.1}$$

このアクチュエータの変位量は，使用する高分子の物性に大きく依存するが，中村らの提案したアクリルゴムを用いたアクチュエータにおいて400 [MV/m]の電場印加時に最大70[%]のひずみを生じることが報告されている[2].

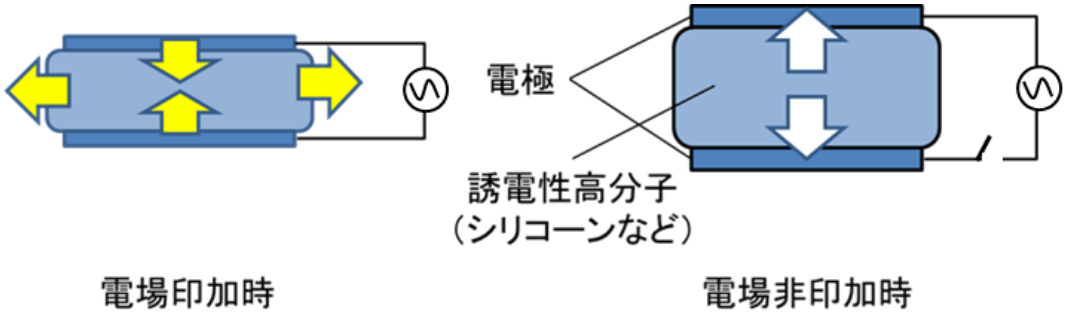


Fig. 1.3 Principle of EAP.

EAP の利点として，以下の点があげられる．

1. ICPF と比べて出力が大きい．
2. 収縮や屈曲など，電極配置によって変形挙動を自由にデザインできる．

一方短所として以下の点があげられる．

1. 高電圧を使用するため，昇圧機器を必要とする．
2. 絶縁破壊により機器が破損する場合があるためこまめな点検が必要である．
3. 駆動可能な温度範囲が狭い．

EAP の応用例として，筒井ら[3]によって乱流能動制御用のアクチュエータが報告されている．

1.1.3 MRE

ICPF と EAP が電場を利用するものであるのに対し，MRE は駆動に磁場を利用する機能性材料である．MRE はシリコーンゲル中に鉄粒子を分散させた材料であり，磁場中に置くことで磁化された鉄粒子と周囲の磁性体との間に吸引力が発生し変形する．磁場を取り除くことでシリコーンゲルの復元力によって元の状態に復元する．

MRE の利点として，以下の点が挙げられる．

1. 材料が安価であり，作成が容易である．
2. 任意の形状に加工できる．

一方，短所として以下の点が挙げられる．

1. 磁気回路の設計が困難である．
2. 高周波駆動では駆動速度が減少する．
3. 高出力を得るためには大型の電磁石が必要になる．

MRE は近年研究が始められた材料であり，現在は応用例が乏しい．次に MRE を用いたアクチュエータの例として，Ramanujan[4]らの報告した磁場勾配によって変形する MRE に

ついて紹介する．Fig. 1.4 のように棒状の MRE の上端に設置した電磁石を用いて磁場を印加すると，MRE は磁束密度が強い電磁石磁極間に向かって収縮する．この時，MRE は磁場勾配の与え方によって，Fig. 1.5 に示すような様々な変形挙動を示す．Ramanujan らの報告では MRE から人間の筋肉以上の推力密度が得られることが示されている．

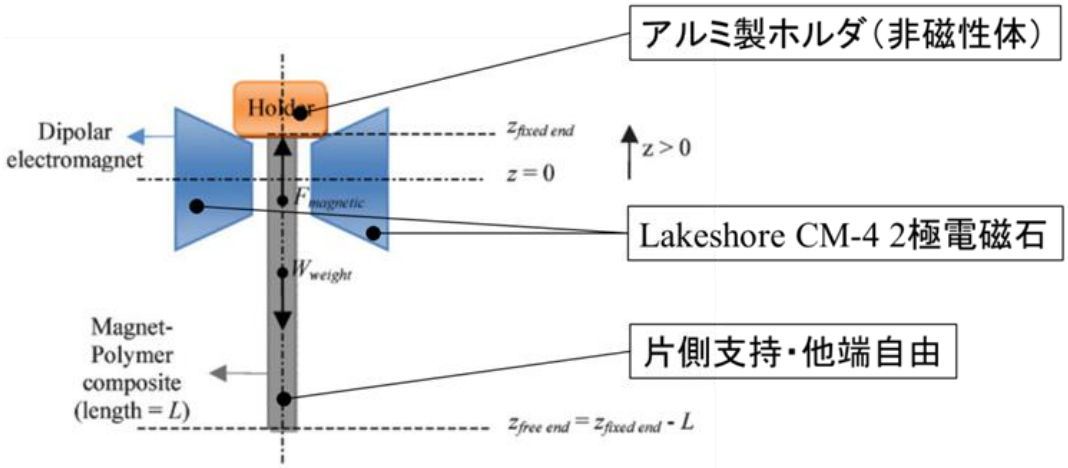


Fig. 1.4 Actuator using pole MRE.

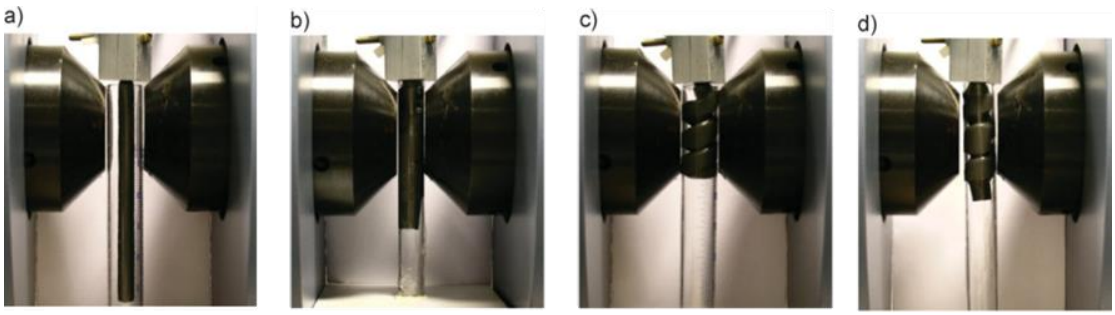


Fig. 1.5 Deformation behavior of pole MRE.

1.1.4 電磁場に応答する機能性材料の特性の比較

前項で述べた機能性材料の特性を Table 1.1 に示す[5][6].

Table 1.1 Property of actuator using electromagnetic viscoelastic body.

	Operating principle	Stress [MPa]	Displacement [%]	Frequency [Hz]
ICPF	Segregation of ions	0.0001	10	50
EAP	Electrostatic force	0.3	40	10
MRE	Magnetization of magnetic powder	0.001	60	10

先行研究より[6]，ICPF は駆動周波数 50 [Hz]程と報告されており，高速な駆動が可能である．しかしながら，駆動に水分子の移動が必要であるため，ICPF が湿潤状態でなければならず，ICPF 中の水分量を管理するためのメンテナンス，又は水が蒸発しないための工夫が必要という点で課題が大きい．EAP は表中で最も高出力が可能である．しかしながら，駆動に400 [MV/m] の電場印加が必要なため，大型のバッテリ・昇圧機器が必要となる欠点がある．それに対し，MRE は乾燥した環境であっても動作可能であり，また大きな外部電源を必要としないことから，最も使用環境に関する制限が少ない．また，MRE は材料に関してもシリコーンゲルと鉄粒子のみであるため，安価に制作することが可能である．しかしながら，MRE は電磁粘弾性体の中では,アクチュエータへの適用を目指した研究例が少ない．MRE をアクチュエータに適応できれば，従来の高剛性なアクチュエータでは難しかった安全性や生物の筋肉に近い特性を有したソフトアクチュエータを，低環境依存性・低価格に作成できると考えられる．

1.2 電磁粘弾性体アクチュエータの解析動向

近年，電磁粘弾性体アクチュエータの提案が活発に行われている[7][8]．しかし MRE では，材料特性に関する研究は多く見られるものの，ソフトアクチュエータの設計に関する研究例は少ない．その要因の一つとして，MRE は変形量・応力分布などの物理量の観察・評価が困難であるため，アクチュエータとしての設計指針・評価手法が確立されていないという点が挙げられる．これは MRE の物性が，使用するシリコーンゲルの物性や鉄粒子の含有量などに依存するだけでなく，外部から印加される磁場の分布に合わせて粘弾性が不均一に変化することに起因する．そのため，MRE を用いたソフトアクチュエータ(MRE

アクチュエータ)の開発・設計を効率的に実施するためには，MRE アクチュエータの複合的な物理現象を数値解析によって把握・評価することが重要であると考えられる．

電磁粘弾性体の数値解析は，上述した Ramanujan[4]らの研究において有限要素法(Fenite Element Method:FEM)を用いて行われている．Fig. 1.6 に解析の様子を示す．円柱状の MRE が磁力により屈曲する様子が解析により得られている．しかし，Fig.1.5 の実験では MRE がコイリングする挙動が得られているが,解析では屈曲までしか示されていない.これは，MRE のコイリングが伸縮，ねじれを伴う複雑な変形であるため，解析において挙動を再現することが困難だったためと考えられる．また，電磁粘弾性体解析理論の先行研究として石川[9]らにより，FEM を用いた方法が提案されている．解析において MRE に磁場を印加することで，MRE の剛性が増大する結果が得られている．実験との定量的な比較が行われており，精度の良い解析が可能であることが示されている．しかし，変位においては，1 軸方向の伸びで 60 [%]以上の変位が解析より得られることが示されているが，ねじれといった複雑な自由表面挙動の数値解析は行われていない．FEM は空間や物体をメッシュで分割する解析手法であり，空間解像度を部分的に変更出来，精度の良い解析を行えることが知られている．一方で，MRE など大変形を伴う解析対象に適用した場合，解析対象の複雑変形時に複雑な処理が必要になったり，FEM の要素分割時に物理量分布の整合性が確保できずに，解析が破綻してしまうなどのリスクが存在する．

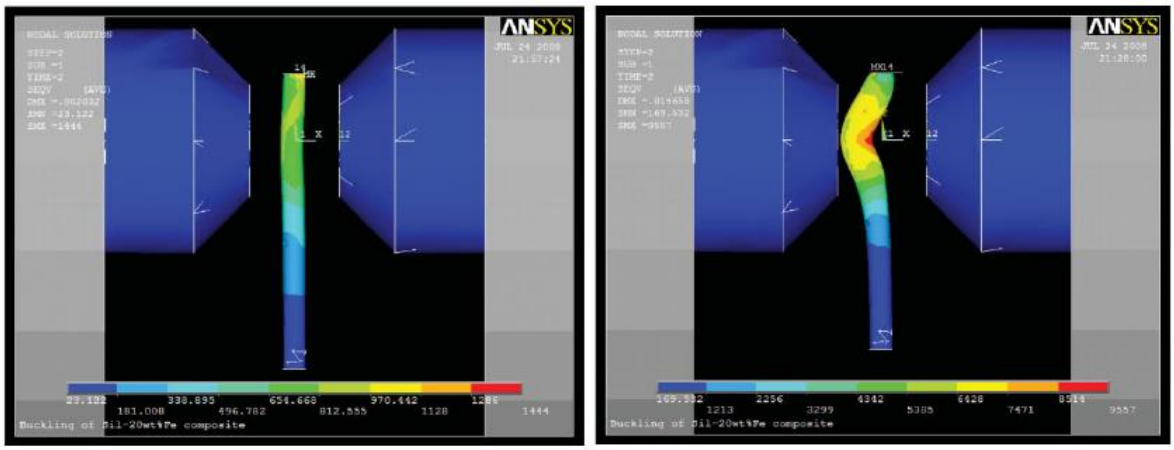


Fig. 1.6 Deformation behavior analysis of pole MRE.

そこで我々は，電磁粘弾性体の解析手法として加嶋[10]らにより提案されていた，MPS(Moving Particle Semi-implicit/Simulation)法と FEM による連成解析手法[11][12]に着目した．MPS 法[13][14]は粒子法の一種であり，物体を粒子の集合として表現するため，メッシュを用いない．そのため，大変形を伴う物体の応力計算なども可能であり，自由表面の取り扱いも容易である．しかし，節点間に辺要素を持たず，いわゆる節点要素有限要素法[15]と同様の計算になるため，異材間の境界の考慮が曖昧になり磁場解析には適さない．磁場の分布を FEM 法，粘弾性体の変形を MPS 法によって求め，これらを連成させることで精度の良い磁場解析が行え，MRE の大変形時でも計算が破綻しない解析が行えると考えられる．ただし，提案されている連成解析手法は，粘性の増加に伴う計算の数値的不安定性や剛性の増加に伴う計算コストの増加などの課題があり，電磁粘弾性体アクチュエータの解析手法としての適用が困難であった．そこで，本論文では提案されている手法を電磁粘弾性体アクチュエータ解析手法として活用できるよう課題点の改良を行った．さらに，MRE とシリコーンゲルの 2 層構造をした簡素な検証用 MRE アクチュエータモデルを作成した．実験と解析の静的・動的な結果を比較することで連成解析手法の精度検証を行い，有効性を明らかにし，大変形を伴う電磁粘弾性体アクチュエータに対する，数値的に安定かつ電磁粘弾性体内部の物理量の計算が可能な数値計算手法の確立を目指した．

各章の概要を以下に示す．

第 2 章では提案されている MPS 法と FEM の連成解析手法を電磁粘弾性体アクチュエータの解析手法として適用するための改良点を示す．最初に MPS 法と FEM の連成手法について紹介した後，解析内時間の短縮に関する取り組みと汎用性を向上させるために行った取り組みの大きく 2 つに分け述べる．従来手法では粘性が増加すると数値的に不安定になるという課題が存在した．数値的な不安定性は 1 ステップ当たりの時間刻みを細かくすることで抑えることが出来るが，制限が強く実用的でない．そのため，高粘性の素材を数値的に安定に計算する手法として，粘性項の陰的解法を導入した．また，解析する素材に高剛性の物体が含まれていた場合，従来手法では内部応力の増加により計算コストが増加する．そこで，高剛性の素材を剛体と仮定して計算するため，粒子ベース剛体解析手法を導入し，計算アルゴリズムを示した．

第 3 章では改良した手法の有効性を示すため，MRE とシリコーンゲルを重ねた簡素な構造の検証用 MRE アクチュエータモデルを作成し，解析結果と実験を比較した．さらに，議論を円滑にするため必要に応じて MPS 法単体での精度検証も行っている．章構成は，剛体を含まない電磁粘弾性体アクチュエータモデルに関する節と剛体を含んだ電磁粘弾性体ア

クチュエータに関する節に大別している.

第 4 章で本論文を通して得られた結論を示す.

第2章 電磁粘弾性体アクチュエータ解析手法の提案

本章では MPS 法と FEM による連成解析手法について述べた後，電磁粘弾性体アクチュエータ解析のために行った改良点を数値的安定性向上の取り組みと汎用性向上の取り組みの 2 つに分けて述べる．

2.1 MPS 法と FEM の連成による電磁粘弾性体解析手法

本節では加嶋らによって提案されていた MPS 法と FEM の連成解析手法について述べる[10]．先行研究より MPS 法と FEM の連成解析により従来のメッシュを用いた解析手法では困難であった複雑な変形挙動を示す電磁粘弾性体の解析が容易に行えることが示唆されている[17]．MPS 法とは粒子法の 1 種であり，連続体を粒子の集合として離散化することで計算を行う．メッシュを用いる手法と異なり，粒子同士の接続関係を保持する必要が無いため自由表面が複雑に変形する物体の解析に適している．しかし，解析領域で粒子径を一定のサイズにしなければならず，最も精度が要求される場所の粒子径に合わせると粒子数が膨大な数になるため，部分的に高い空間解像度を要求される電磁場解析には向かない．一方，FEM は部分的に空間解像度を変えられるため精度を要求される部分は空間解像度を細かく，それ以外の場所は荒くすることで，効率の良い電磁場解析が可能である．そのため，粘弾性体を MPS 法，電磁場を FEM で解きそれらを連成させることで大変形する電磁粘弾性体の解析を可能にしている．

MPS 法と FEM の連成について述べる．Fig. 2.1 に連成計算のフローチャート，Fig. 2.2 に連成計算の模式図を示す．初めに，MPS 法によって解析対象を粒子の集合(計算点)としてモデル化する．次に，磁性体粒子に発生する電磁力を求めるため，FEM 側でメッシュモデルを作成する．2 つの手法を用いるため，両手法のモデル形状の整合性を取る必要があり，MPS 法で作成された粒子の位置座標を FEM の節点として利用することで，両モデルの整合を取っている．粒子から情報が得られない空気領域などは，FEM 側で補完され，自動でメッシュが生成される[18]．このメッシュを用いて電磁場解析が行われる．各節点で得られた磁力は対応する粒子に外力として与えられ，MPS 法により粘弾性体粒子の新しい粒子位置が計算される．この一連の流れを繰り返すことによって解析モデルの変形が得られる．

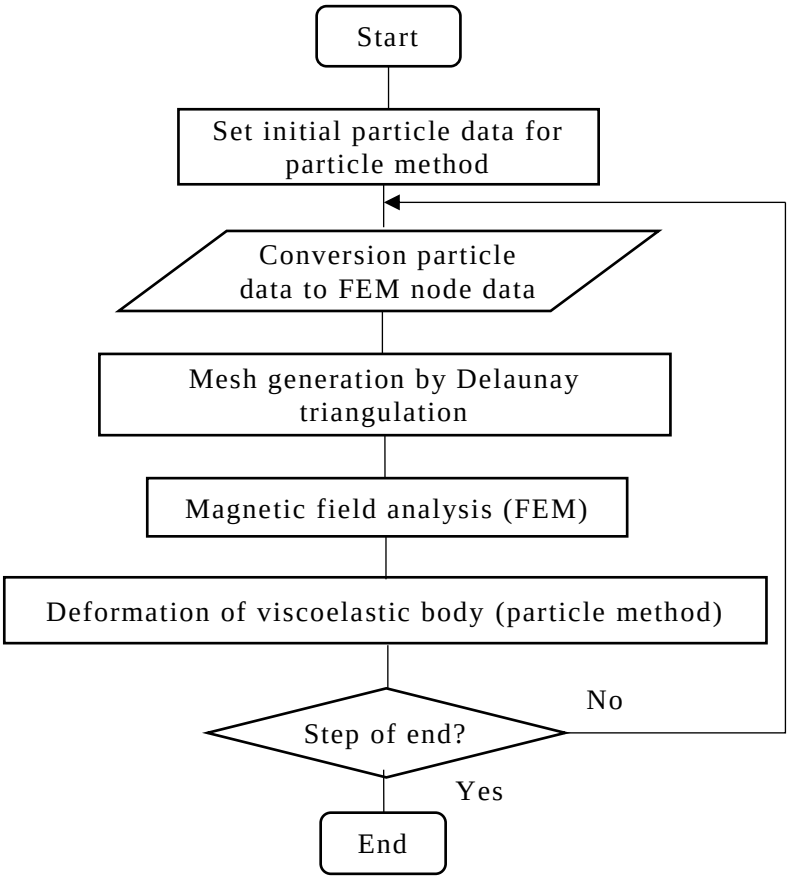


Fig. 2.1 Flowchart of the coupled analysis method.

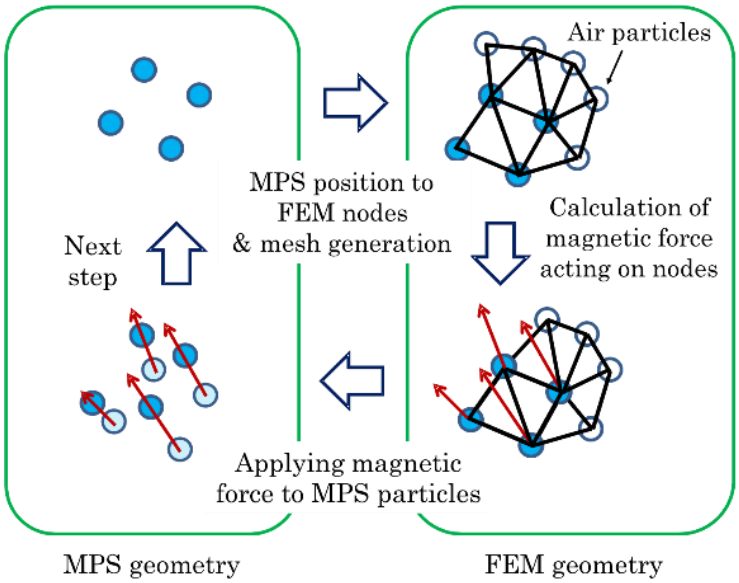


Fig. 2.2 Conversion of particle data and nodal point data.

次に電磁粘弾性体の支配方程式について述べる．支配方程式は MPS 法による粘弾性体の方程式と FEM による電磁場の方程式に大別される． MPS 法による粘弾性体の支配方程式はフックの法則と粘性の式にラメの第 1 定数(式(2.1))と剛性率(式(2.2))を用いて記述することにより式(2.3)のように表せる．

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{2.1}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2.2}$$

ここでEはヤング率，νはポアソン比である．

$$\frac{\partial v_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(\lambda\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} + 2\mu\varepsilon_{\alpha\beta} + 2\eta\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}\right) + K_\alpha \tag{2.3}$$

ここでvは速度，εはひずみ，$\dot{\varepsilon}$ はひずみ速度，K_αは外力による加速度，ρは粘弾性体の密度，ηは粘性係数を示す．右辺括弧内は左から順に圧力項，応力項，粘性項を表している．またα, β, γはそれぞれ x，y，z 軸方向の成分を表す． $\delta_{\alpha\beta}$はクロネッカーのデルタである．電磁場の支配方程式はアンペール-マクスウェルの式より以下の式で示される．

$$\mathrm{rot}(\nu_M \mathrm{rot}\boldsymbol{A}) - \boldsymbol{J}_0 = 0 \tag{2.4}$$

ここで，ν_Mは磁気抵抗率，$\boldsymbol{A}$ は磁気ベクトルポテンシャル，$\boldsymbol{J}_0$は強制電流密度である．MRE 中の磁性粉はシリコーンエラストマによって絶縁されている．磁性粉のサイズも μm オーダと小さいため，発生する渦電流も無視できるものと考え，MRE 中の渦電流は考慮しない．

また，磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ よりマクスウェルの応力テンソル $\boldsymbol{T}$ が式(2.6)で求まる．

$$\boldsymbol{B} = \mathrm{rot}\boldsymbol{A} \tag{2.5}$$

$$\boldsymbol{T} = \frac{1}{2\mu}\begin{bmatrix} B_x^2 - B_y^2 - B_z^2 & 2B_xB_y & 2B_xB_z \\ 2B_yB_x & B_y^2 - B_z^2 - B_x^2 & 2B_yB_z \\ 2B_zB_x & 2B_zB_y & B_z^2 - B_x^2 - B_y^2 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

ここで $\boldsymbol{B}$ は磁束密度ベクトル，μは透磁率である．

本論文では，この提案された電磁粘弾性体解析に適した手法を，電磁粘弾性体アクチュエータの解析が可能になるよう改良を行った．

2.2 数値的安定性向上に関する手法

本節では数値的安定性を向上させるため導入した手法について述べる．初めに，MPS 法と FEM の連成解析では，粒子に働く磁力の変化により各ステップでの粒子速度が変化する．安定的な数値解析を行うためには，1 ステップ当たりの各粒子の移動距離を細かくする必要がある．そのため，粒子速度が速くなると，掛け合わせる時間刻みは細かくしなければならず，必要な時間刻みがステップ毎に異なる．そのため，計算開始前に時間刻みを決定することが難しい．そこで，クーラン条件による時間刻みの修正を行った．次に，陽解法を用いて粘性の大きな材料の計算をする場合，計算の安定性を保持するため，拡散数による時間刻みへの制限が存在する．そのため，粘性が大きくなるほど時間刻みを細かくしなければならない．しかし，クーラン条件に比べ時間刻みに対する制限が厳しく，粘性に応じて時間刻みを変化させることは実用的でない．そこで，粘性項のみ陰的に計算を行う事で，時間刻みを変化させずに，高粘性の計算を行う．以下に，これら 2 つの手法について述べる．

2.2.1 クーラン数制限

MPS 法と FEM の連成解析において，FEM は各ステップで作成されるメッシュを用いて磁場解析を行っているため，解析内での 1 ステップ当たりの時間刻みを考慮する必要がない．しかし，MPS 法においては時間刻みをどれ程取るかが計算の安定性に大きく影響する．MPS 法では粒子の新しい座標の計算を陽的に行っている．式(2.3)より得られた各粒子の加速度に時間刻みを掛けることで各粒子の速度，そして移動距離を求めている．そのため，時間刻みが大きければ，粒子同士のすり抜けや粒子同士の近づきすぎにより次ステップで修正不可能な反発力が発生し，計算が破綻するなどの課題が存在する(Fig. 2.3)．そのため本研究ではクーラン数を用いて各ステップでの時間刻みを修正している．修正された時間刻み Δt は粒子ごとに求められ，クーラン数 C と粒子速度 u，周囲の粒子との最小粒子間距離 l_{min} により以下の式で求められる．

$$\Delta t = \frac{l_{\mathrm{min}} C}{u} \tag{2.7}$$

ここで，クーラン数は先行研究[13]より 0.2 を用いている．速度が求まった後にクーラン条件によるチェックを行い，クーラン数が 0.2 以上であれば式(2.7)を用いて時間刻みを修正し，新たに速度を計算することで安定した計算が行える．

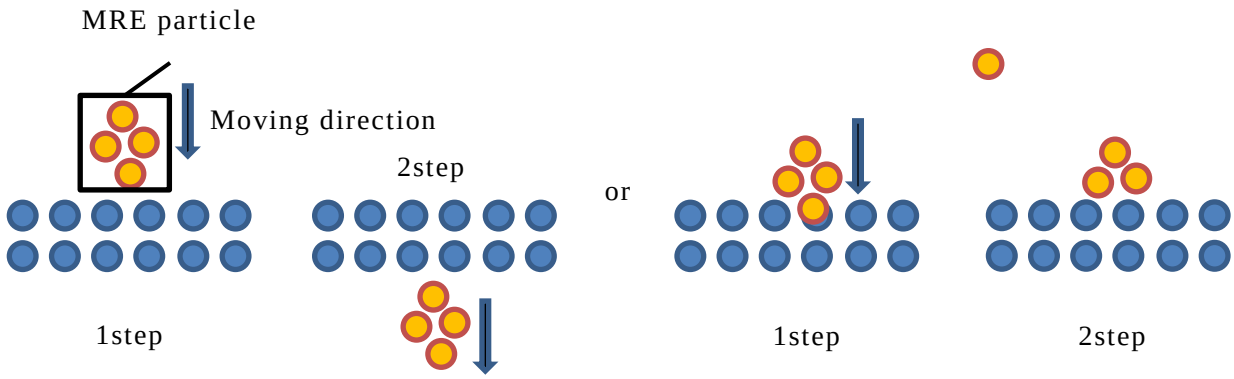


Fig. 2.3 Interparticle through or crash.

2.2.2 陰解法による粘性項の計算

MPS 法では支配方程式を陽解法によって計算しており，粘性の項も陽的に計算される．そのため，数値安定性の条件として式(2.8)のように拡散数 D が定義されている．

$$D = \eta \frac{\Delta t}{(l_{\mathbf{min}})^2} \tag{2.8}$$

計算安定性を得るためには経験的に拡散数は 0.5 以下になるよう調整する必要がある．そのため,高粘性の材料を計算しようとした場合,時間刻みを細かくしなければならない．また，前節のクーラン数制限と比べ，拡散数では最小粒子間距離の 2 乗に反比例して値が増大するため，制限が厳しい．そこで本論文では，粘性項を陰的に計算する．初めに，式(2.3)より粘性項を取り除いた支配方程式を用いて速度を求める．次に，得られた現在の速度 $u^{(t)}$ と，未知数である粘性を考慮した速度 $u^{(t+1)}$ そして粘性項から式(2.9)が得られる．

$$\boldsymbol{u}_i^{(t+1)} - \boldsymbol{u}_i^{(t)} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_t}(2\eta\varepsilon'_{st})\Delta t \tag{2.9}$$

式(2.9)の右辺を勾配の粒子間相互作用モデルを用いて記述すると，

$$= \sum_{j \neq i}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2d}{n_0}\frac{\boldsymbol{\sigma}'_{ij}}{|\boldsymbol{r}_{ij}|} - \frac{2d}{n_0}\frac{\boldsymbol{\sigma}'_{ji}}{|\boldsymbol{r}_{ji}|}\right)W(|\boldsymbol{r}_{ij0}|)\right]\frac{\Delta t}{\rho} \tag{2.10}$$

ここで，n_0 は初期粒子数密度，r_{ij} は粒子 i と j の相対位置ベクトル，σ'_{ij} はひずみ速度による応力ベクトル，$W(|r_{ij0}|)$ は粒子 i と j の初期相対位置ベクトルによる重み関数，d は次元数である．さらに，ひずみ速度による応力ベクトル(2.11)とひずみ速度(2.12)の式より式(2.13)が得られる．

$$\boldsymbol{\sigma}'_{ij} = 2\eta\varepsilon'_{ij} \tag{2..11}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}'_{ij} = \frac{\boldsymbol{v}_{ij}}{\left|\boldsymbol{r}_{ij}\right|} \tag{2..12}$$

$$-\frac{\rho n_0}{\Delta t d\, 2}\boldsymbol{u}_i^{(t)} = 2\eta \sum_{j \neq i}\left[\left(\frac{\boldsymbol{u}_j^{(t)} - \boldsymbol{u}_i^{(t)}}{\left|\boldsymbol{r}_{ij}\right|^2}\right) W\left(\left|\boldsymbol{r}_{ij0}\right|\right)\right] - \frac{\rho n_0}{\Delta t d\, 2}\boldsymbol{u}_i^{(t+1)} \tag{2.13}$$

この式を，ICCG 法を用いて反復計算することにより，時間刻みを制限せずに粘性による影響を考慮した速度 $u^{(t+1)}$ が求まる．

2.3 汎用的な解析手法確立に関する手法

本節では，提案する解析手法を様々な電磁粘弾性体アクチュエータへ適用できるよう汎用性を上げるために導入した手法について述べる．初めにアクチュエータで使用される様々な特性の電磁石を再現できるよう電流密度ベクトルによる電磁石の導入を行った．また，MPS 法と FEM での電磁石の同期についても述べる．そして，MPS 法側での電磁石や外枠などの剛体を表現する手段として，粒子ベース剛体解析手法の導入を行ったのでそれについても述べる[19].

2.3.1 電流密度ベクトルによる電磁石の導入

本研究では電流密度ベクトルによる電磁石を電磁場解析に導入している．境界条件の設定方法を 6 面体要素を用いて説明する．キルヒホッフの第 1 法則(式(2.14))より，強制電流密度 $\boldsymbol{J}_0$ はコイル内で連続である．

$$\mathrm{div}\boldsymbol{J}_0 = 0 \tag{2.14}$$

電流ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{T}$ を導入し $\boldsymbol{J}_0$ の分布を求めると式(2.15)のように表される．

$$\boldsymbol{J}_0 = \mathrm{rot}\boldsymbol{T} \tag{2.15}$$

$\boldsymbol{T}$ は補完関数 N_k を用いて表すと式(2.16)となる．

$$\boldsymbol{T} = \sum_{k=1}^{12} N_k T_k \tag{2.16}$$

ここで T_k は 6 面体の辺に沿った $\boldsymbol{T}$ の成分である．

式(2.15)と式(2.16)よりある面に流れ込む電流 I は式(2.17)で表せる．

$$\boldsymbol{I} = \iint_S \boldsymbol{J}_0 \bullet \boldsymbol{n} dS = \iint_S \mathrm{rot}\boldsymbol{T} \bullet \boldsymbol{n} dS = \oint \boldsymbol{T} ds \tag{2.17}$$

ここで $\boldsymbol{n}$ は電流が流入する面の外向き単位法線ベクトルである．

式(2.17)より Fig. 2.4 が表せる．ここで Fig. 2.4 中の T_1,T_2,T_3,T_4 を式(2.18-20)のように置く．

$$T_1 - T_2 - T_3 + T_4 = -\boldsymbol{I} \tag{2.18}$$

$$T_1 - T_2 - T_3 = 0 \tag{2.19}$$

$$T_4 = -\boldsymbol{I} \tag{2.20}$$

一方，側面での電流ベクトルポテンシャルの和は 0 になるように設定するため，側面の辺に沿った電流ベクトルポテンシャルを Fig. 2.5 のように T_5,T_6,T_7 とすると，

$$T_7 = T_5 = 0 \tag{2.21}$$

$$T_6 = -\boldsymbol{I} \tag{2.22}$$

と置けばよい．これをすべての面に行うと，Fig. 2.6 のように紙面縦方向の電流ベクトルポテンシャル成分は $-I$，それ以外の成分は 0 となる．

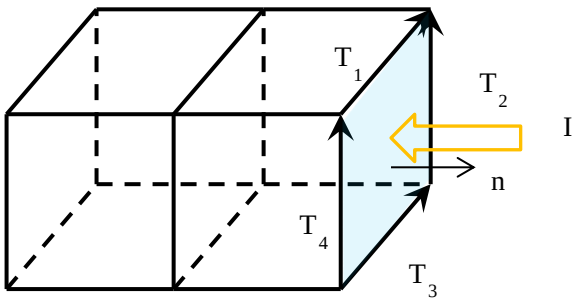


Fig. 2.4 Cross-section surface of electric wire.

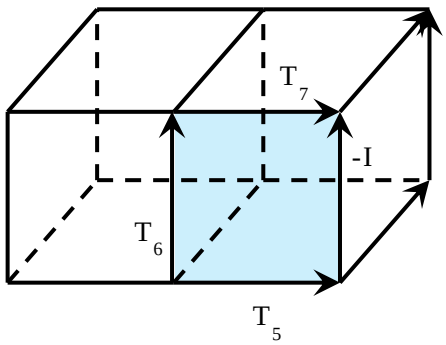


Fig. 2.5 Side of electric wire.

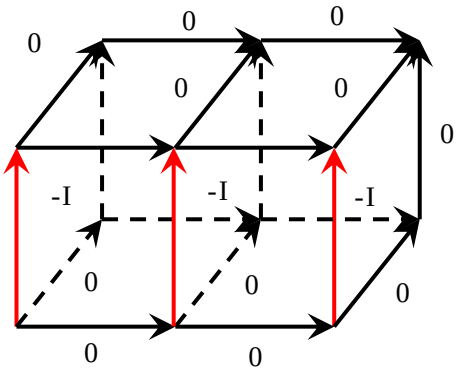


Fig. 2.6 Boundary condition of electric wire.

また，Fig.2.7 に示すように内部の未知な電流ベクトルポテンシャルを求めたい場合，静電界の式より，

$$\mathrm{rot}E = 0 \tag{2.23}$$

$$\mathrm{rot}(R\mathrm{rot}\boldsymbol{T}) = 0 \tag{2.24}$$

が求まる．ここで R は電気抵抗率である．以上の式を解くことによりコイル内部を流れる電流密度が外側の要素から順に求まる．

Fig. 2.8 に FEM で作成したコイルメッシュを示す．FEM では 4 面体要素を用いてメッシュを生成しているため，コイル表面は三角要素となる．コイルメッシュの最外節点には境界条件を与えており，側面メッシュの節点には下の層から順に 1，2，3，1，2，3…，と置いている．それ以外の表面節点はすべて 0 としている．辺を構成する節点番号が 1→2，2→3，3→1 となる場合はその方向に沿った電流ベクトルポテンシャルを与え，それ以外では 0 を与えている．これにより，コイル側面の面要素内の電流ベクトルポテンシャルはすべての面で 0 となり，電流の漏れは起こらない．ただし，このままではコイル状の導電体の塊に電流が流れていることになり，電流密度の偏りが発生し，コイル中心に近づく程電流密度が増加してしまう．そのため，一度コイル断面で得られた電流密度の和を各コイル要素で均一になるよう分散を行っている．得られた電流密度ベクトルを Fig. 2.9 に示す．電流密度ベクトルの向きは電流ベクトルポテンシャルの正負を入れ替えることで変更できる．

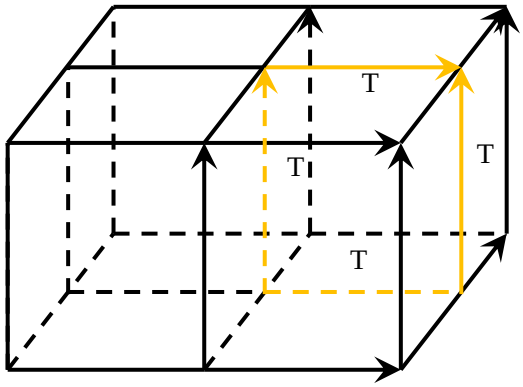


Fig.2.7 Inner current vector potential of electric wire.

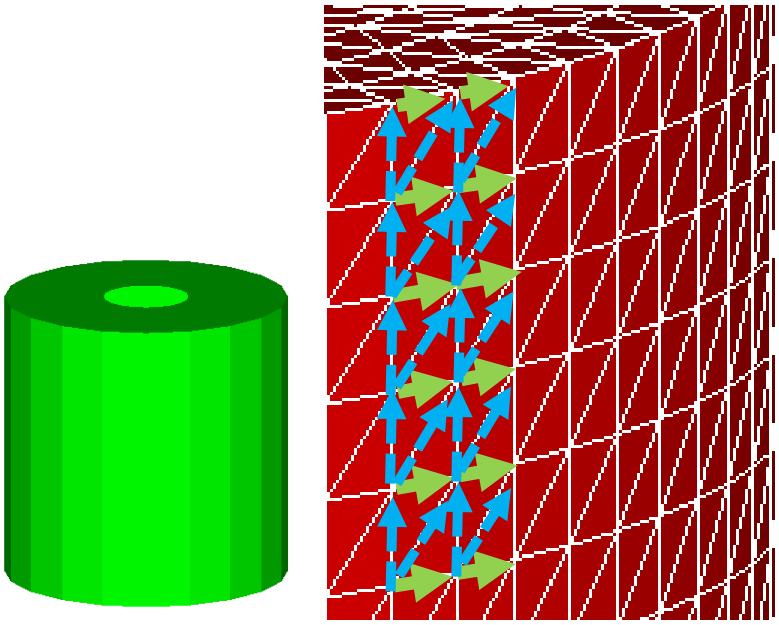


Fig. 2.8 exterior view of coil.

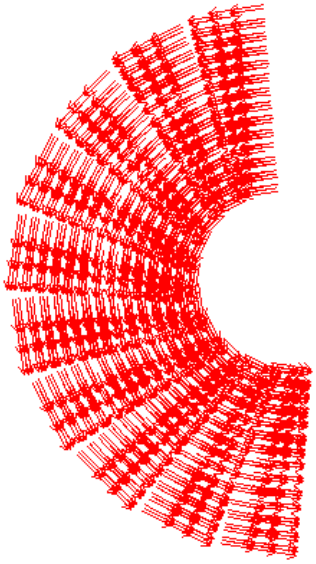


Fig. 2.9 current density vector of coil (top view, half)

以上の事から電磁石の計算では電磁石メッシュ表面に境界条件を設ける必要があることを示した．そのため，MPS 法と FEM の連成解析では，MPS 法側でモデル化した電磁石の粒子座標を FEM 側に接点として渡した場合，「電磁石メッシュの表面接点が整列していない」「境界条件の設定が困難」などの問題が発生する．そこで，MPS 法と FEM の電磁石モデルの整合性を取る場合，MPS 法と FEM 間で電磁石の重心座標と回転角のみを受け渡す．

2.3.2 粒子ベース剛体解析手法

本節では MPS 法による剛体解析の課題と，粒子ベース剛体解析手法について述べる．MPS 法による計算において，陽的な計算段階で数値的な不安定性が生じることがある．特に,ヤング率の高い物体の計算をする場合,それを構成する粒子間での応力が大きくなり，1 ステップ毎のひずみの修正量が大きくなる，もしくは修正しきれずに計算が破綻する．この不安定性を抑えるためには時間刻みを抑える必要があるが，これが計算コストの増大につながる．そして，アクチュエータ解析において，MRE アクチュエータの内部，もしくは周辺には電磁石などの磁場の発生源は必ず存在する．デバイス周辺に磁場の発生源があり粘弾性体解析に影響しない場合，磁力計算時に FEM のみでそれをモデル化すればよい．しかし，粘弾性体内部に磁場の発生源がある場合や，粘弾性体と発生源が接触する場合，粘弾性体の挙動に合わせて磁場の発生源も移動するため MPS 法でも磁場の発生源となる物体をモデル化しなければならない．そのため，コストの増加・計算の不安定化は避けられない課題となる．そのため，ヤング率の高い物体を剛体として取り扱い，粒子ベース剛体解析手法によって挙動を解析することで，MPS 法の計算コストを抑えることが出来る．本節では粒子ベースの剛体解析手法について説明する．

剛体の支配方程式は剛体重心の並進速度 $\boldsymbol{V}$ と角速度 $\boldsymbol{\omega}$ から以下の式で表される．

$$\boldsymbol{P} = M\boldsymbol{V} \tag{2.25}$$

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{I}\boldsymbol{\omega} \tag{2.26}$$

ここで $\boldsymbol{P}$ は運動量，M は剛体粒子の質量，$\boldsymbol{L}$ は角運動量，$\boldsymbol{I}$ は慣性テンソルである．運動量は剛体粒子が外部から受ける合力 $\boldsymbol{F}$ を用いて以下の式より求まる．

$$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = \boldsymbol{F} \tag{2.27}$$

また，角運動量はトルク $\boldsymbol{\tau}$ を用いて以下の式で表される．

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{\tau} \tag{2.28}$$

剛体に働く外力は，剛体を構成する各粒子に働く力 $\boldsymbol{f}_i$ の合計で表され，トルクは各粒子が受ける力と重心からの相対位置ベクトル $\boldsymbol{r}_i$ との外積の総和で表される．力 $\boldsymbol{f}_i$ は周辺粘弾性体粒子が持つ圧力の総和によって求まる．

$$\boldsymbol{F} = \sum \boldsymbol{f}_i \tag{2.29}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \sum \left(\boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{f}_i\right) \tag{2.30}$$

次に，剛体の回転について説明する．剛体の回転は 4 元数(クォータニオン)を用いて記述する．クォータニオンは 3 次元の回転角を表現する方法であり，回転行列を直接用いる場合と比較して誤差の蓄積がないという利点がある．またオイラー角を用いる場合と比較して特異点がないという利点があげられる．

$$\boldsymbol{q}_i = {}^t[q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4] \tag{2.31}$$

ここで，q_1はクォータニオンの回転角，q_2, q_3, q_4はクォータニオンの正規化された回転軸成分を表している．次に，式(2.92)によって得られた角速度$\boldsymbol{\omega}$を用いて剛体のオイラー座標系での回転軸$\boldsymbol{a}$と回転角θを以下の式から求める．

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{\omega}}{|\boldsymbol{\omega}|} \tag{2.32}$$

$$\theta = |\boldsymbol{\omega}| dt \tag{2.33}$$

回転軸と回転角から式(2.34)よりクォータニオンに変換を行う事で，クォータニオンの変化量$d\boldsymbol{Q}$が求まる．計算初期から前ステップまでの回転を表すクォータニオン$\boldsymbol{Q}(t)$と$d\boldsymbol{Q}$より現在のクォータニオン$\boldsymbol{Q}(t+dt)$が求まる．

$$d\boldsymbol{Q} = \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \boldsymbol{a}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \tag{2.34}$$

$$\boldsymbol{Q}(t+dt) = d\boldsymbol{Q} \times \boldsymbol{Q}(t) \tag{2.35}$$

剛体中心からの相対位置ベクトルとクォータニオン・共役のクォータニオンから新しい剛体粒子の位置座標$\boldsymbol{x}_i$が以下の式から求まる．

$$\boldsymbol{r}_i' = \boldsymbol{Q}(t+dt)\boldsymbol{r}_i\overline{\boldsymbol{Q}(t+dt)} \tag{2.36}$$

$$\boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{X} + \boldsymbol{r}_i' \tag{2.37}$$

ここで$\boldsymbol{x}$は剛体の重心座標である．以上の式より剛体の挙動が求まる．

次に，MPS 法への粒子ベース剛体解析手法の適応方法について述べる．MPS 法のみの計算では，地面などのまったく動く必要のない剛体が必要な場合，動かない粒子の集合として剛体を表現していた．本研究でも，まず剛体を動かない粒子として計算を行う．剛体粒子に粘弾性体粒子が近づいた場合，粒子間に反発力が生じる．この反発力を用いて上記の式より剛体粒子の並進移動と回転角を求め，剛体の位置が修正される．この剛体計算手法を FEM と MPS 法の連成解析に加える場合，挿入する位置は Fig. 2.10 のようになる．

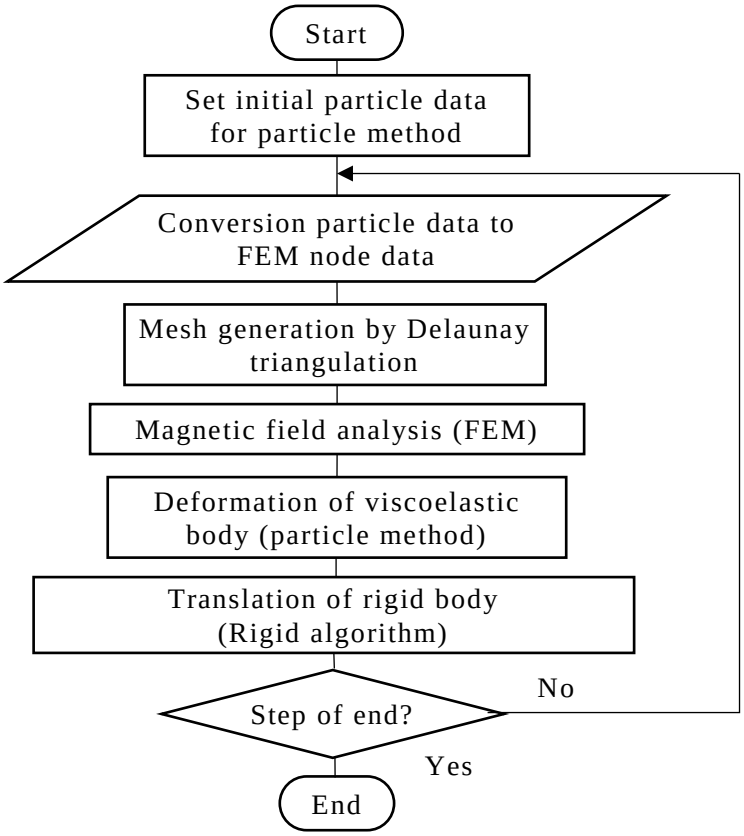


Fig. 2.10 Flow of coupled analysis MPS method and FEM and rigid analysis method.

第3章 電磁粘弾性体解析手法の検証

改良を加えた電磁粘弾性体アクチュエータ解析手法を用いて，MRE の物理量の考察・評価が可能であるか検証するため，検証用 MRE アクチュエータモデルを作成し実験結果と解析結果の考察・評価を行った．初めに MPS 法による粘弾性体解析の精度検証をするため MPS 法・3 次元 FEM・理論解の 3 つの結果を比較し，定量的な評価を行った．次に，解析に導入した MRE とシリコーンゲルの特性を示した．そして，検証用 MRE アクチュエータモデルの実験と解析結果の比較を行い，改良手法が有効であることの確認を行った．次に粒子ベース剛体解析手法導入の効果の検証を行い，最後に剛体を含んだ検証用 MRE アクチュエータモデルを作成して，本論文で示した改良すべてを合わせた効果を検証した．

3.1 MPS 法による粘弾性体解析の精度検証

本項では MPS 法による粘弾性体解析が妥当であることを検証する[20]．まず初めに，MPS 法のような粒子法は粒子径によって精度が変化する．そのため，前準備として最適な粒子径を調べる．検証方法は，天井からぶら下げた粘弾性体解析モデルを用意し，粒子サイズを変化させていく．そして，自重による変形量の変化を観測した．モデルの寸法を Fig. 3.1 に，解析条件を Table 3.1 に示す．結果，Fig. 3.2 のように自重による変形量が変化した．粒子径 1.25 [mm]以下で変化の割合が小さくなっているため，解析結果が安定してきていることが分かる．粒子径を細かくするほど解析精度は向上するが，計算時間も増加してしまう．そのため，本節の検証では解析精度の確保と解析時間を短縮するため，解析で使用する粒子径として 1.0 [mm]を採用する．

次に，本項の目的である MPS 法の精度検証を行う．Fig.3.1 に掛かる重力加速度を変化させ，その結果を MPS 法・3D-FEM・理論解の 3 つで比較する．FEM は構造解析において一般的に使用され，高い解析精度が得られる．また，天井からぶら下げた弾性体の自重による伸びを求める理論式は式(3.1)で表せる．

$$y_{\mathbf{max}} = \rho g \frac{l^2}{2E} \tag{3.1}$$

ここで $y_{\mathbf{max}}$は最大変位量，ρは密度，gは重力加速度，lは長さ，Eはヤング率である．

MPS 法・3 次元 FEM・理論解の結果を Fig. 3.3 に示す．3 つの結果は定量的に良好に一致した．また，重力加速度が 20 [m/s^2]の場合でそれぞれの変位の誤差が最も大きくなっている．これは，MPS 法では変形量が増えたことで影響半径内の粒子数が減少し，3 次元 FEM

では変位量の増加に伴いメッシュのアスペクト比が大きくなったため，誤差が増大したためと考えられる．またこのときの理論解に対する相対誤差は，理論解・3 次元 FEM で 1.14 [%]なのに対して，理論解・MPS 法で 1.47 [%]であり，解析に与える影響は小さいと考えられる．そのため， MPS 法で粘弾性体解析を行っても十分な解析精度が得られることが確認できた．

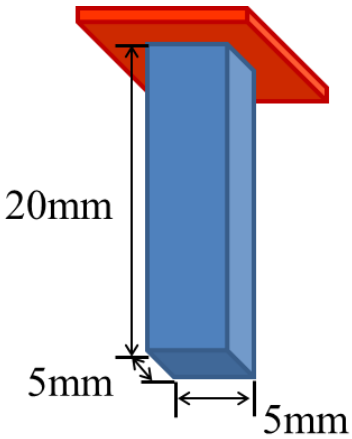


Fig. 3.1 Verification model of viscoelastic body analysis by the MPS method.

Table 3.1. Analysis conditions for validation of visco elastic analysis

Young's modulus	5000.0 [Pa]
Poisson's ratio	0.35
Density	2.97×10^{3} [kg/m^{3}]
Initial interparticle distance	1.0×10^{-3} [m]
Time interval	1.0×10^{-6} [s]

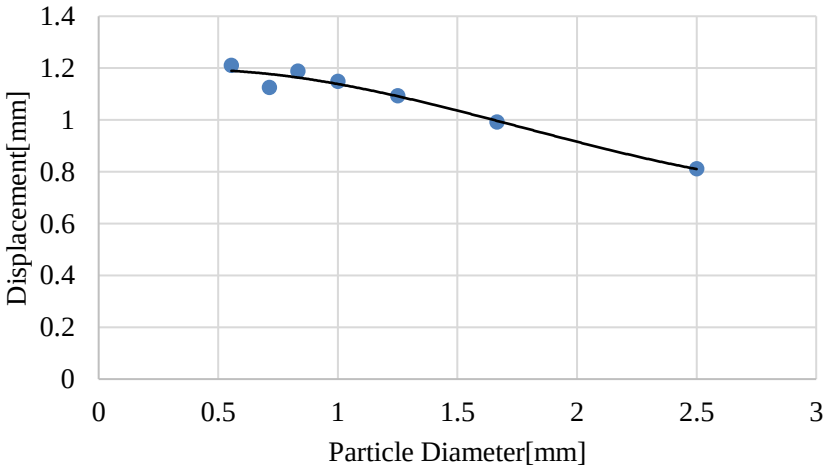


Fig.3.2 Particle size - displacement by self-weight graph.

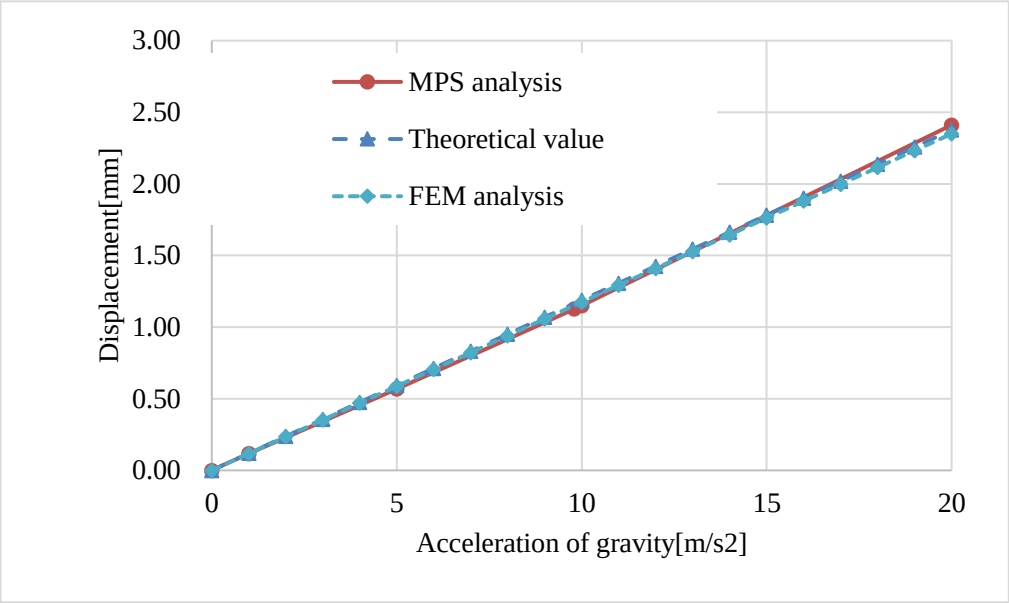


Fig.3.3 Comparison of MPS method and FEM.

3.2 MRE とシリコーンゲルの材料特性

MRE とシリコーンゲルは柔軟な物質であり，わずかな外力によっても大きく変形する．そのため，解析に実験より得られた MRE とシリコーンゲルの材料特性を導入することで精度の良い解析が可能になると考えられる．加嶋らの先行研究[10]において MRE の力学特性を理解するため，引っ張り試験が行われている．以下にその結果を引用する．Fig. 3.4 にシリコーンゲル中に鉄粒子 (粒径 6 [μm] のカルボニル鉄粒子 BASF HQ) を 20 [vol. %] ，40 [vol. %] 混ぜて作製した MRE の応力－ひずみ特性測定結果を示す．また，ヤング率を算出した結果を Fig. 3.5 に示す．Fig. 3.6 には，粘弾性体にとって重要な弾性定数であるポアソン比を測定した結果を示す．なお，測定には INSTRON 社製高性能ビデオ伸び計を使用している．

測定結果より，応力，ヤング率，ポアソン比のいずれもがひずみに対して非線形性を有することが確認できる．また，ヤング率は 40 [Vol. %]の MRE で最大 15 [kPa]，最小 5 [kPa] 程度であった．加えて，シリコーンに鉄粒子を分散することによって MRE の剛性がシリコーンゲルより増加していることが確認できる．ゴム材料はひずみが小さい場合，体積変化が無いものと仮定され，ゴム材料の解析ではよくポアソン比の値に 0.5 の定数が用いられる．しかし，本研究で用いる MRE は数パーセントのひずみに対しても体積変化が生じていることがポアソン比の測定より明らかになった．そのため，本論文では実験より得られたヤング率・ポアソン比曲線を解析に導入することで，解析での MRE・シリコーンゲル

の非線形性を考慮する．

次に，本研究で得た周波数－動粘度特性について示す．粘弾性体の動粘度は，周期的なせん断ひずみの振動周波数によって変化することが知られている[16]．そのため，MRE アクチュエータの数値解析手法でも印加する交流磁場の周波数に応じた動粘度を適用する必要がある．そこで，40 [Vol. %] ，20 [Vol. %] の MRE とシリコーンゲルにおいて動的粘弾性試験 (周波数分散測定：TA-Instruments 社，動的粘性測定システム，ARES-G2) を行い，その結果を解析に導入する．各周波数でのせん断貯蔵弾性率・せん断損失弾性率・複素せん断粘度を Fig.2.7 (a) (b) (c) にまとめた．なお，試料に与える動的ひずみは 0.1 [%] でせん断方向に振動を与えている．周波数は 1 [Hz] から 100 [Hz] までの振動を印加した．貯蔵弾性率と損失弾性率はそれぞれ MRE の弾性成分と粘性成分である．Fig. 2.7 (a)(b)より，シリコーンゲルに鉄粒子を分散させると，弾性成分・粘性成分共に増加した．これは，鉄粒子を分散させることで MRE の剛性が増加し，0.1 [%]のひずみを与えるのに掛かる応力が増加したためと考えられる．また，Fig. 2.7(c)より周波数が高くなる程粘度が低くなっていることが分かる．これは，振動を与えることでシリコーンゲルの構造が崩れ，一時的に流動性が増すためと考えられる．解析において測定より得られた周波数による粘性の変化を適用する．

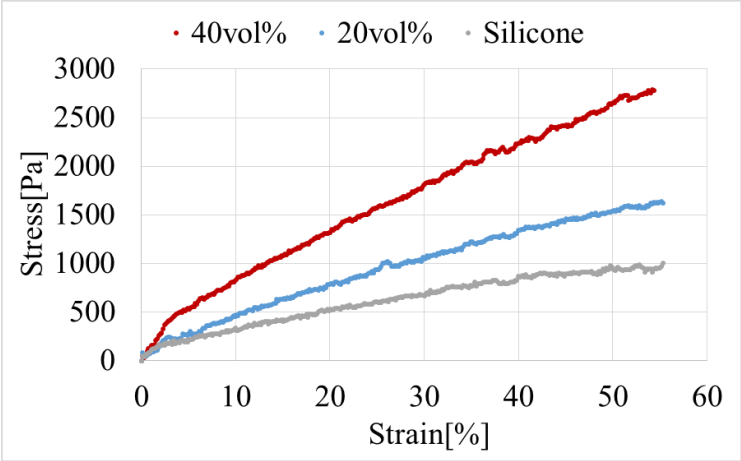


Fig. 3.4 Stress-strain curve.

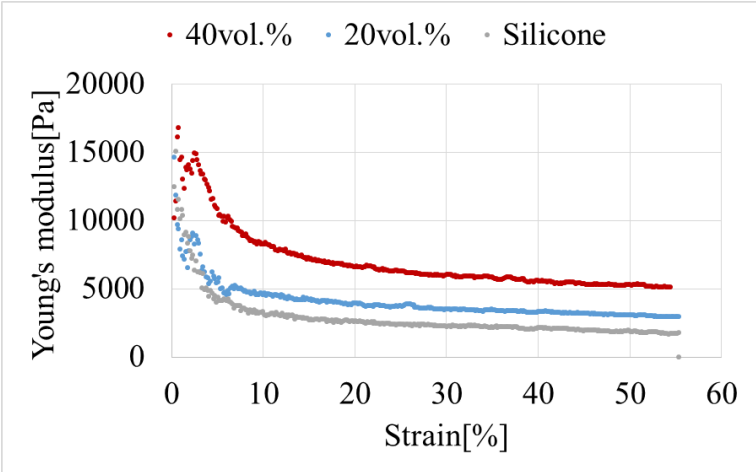


Fig. 3.5 Young's modulus.

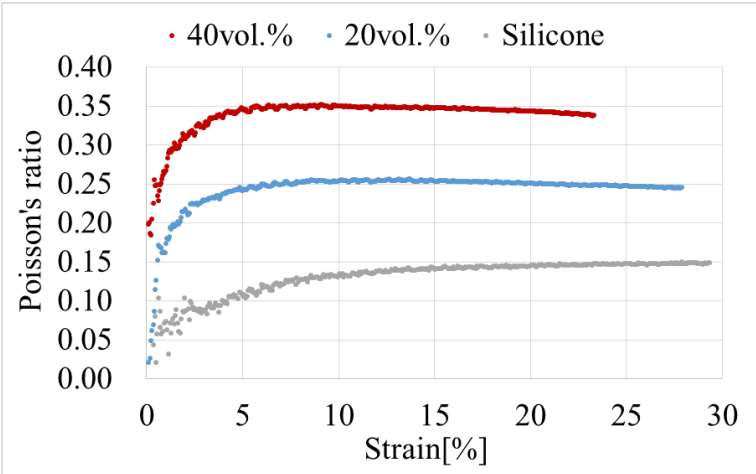
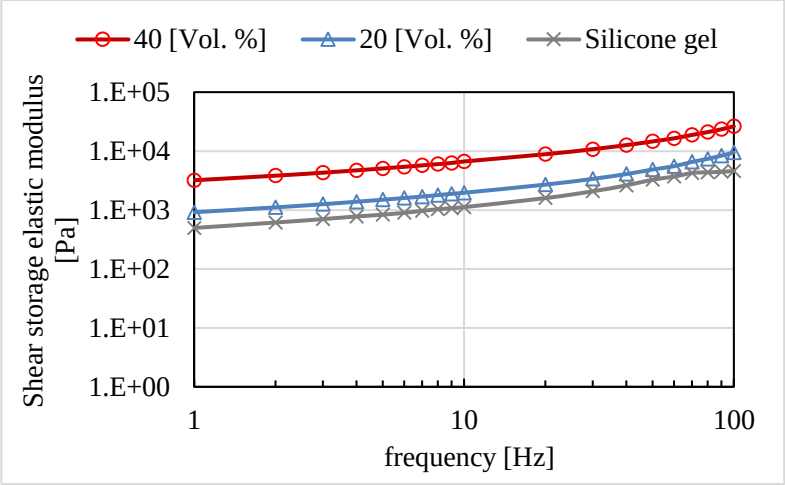
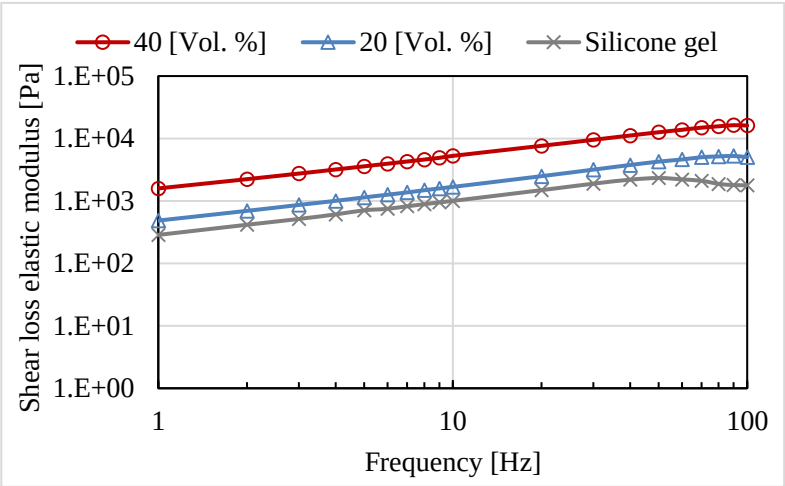


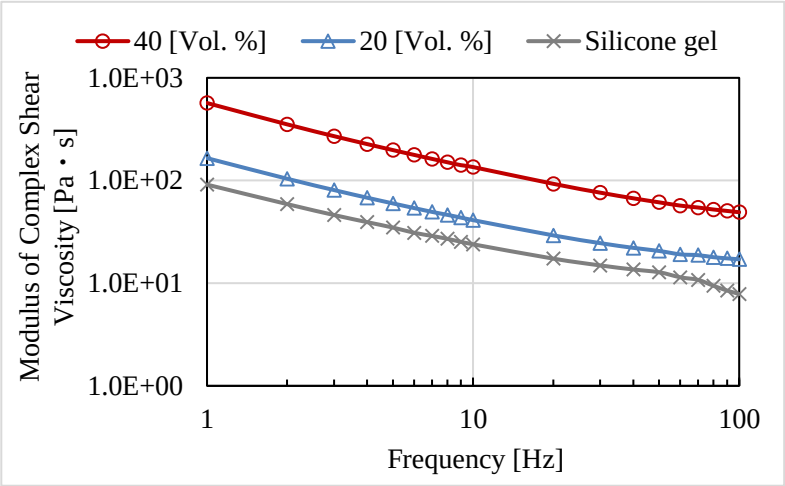
Fig. 3.6 Poisson's ratio.



(a) Shear storage elastic modulus.



(b) Shear loss elastic modulus.



(c) Modulus of Complex Shear Viscosity.

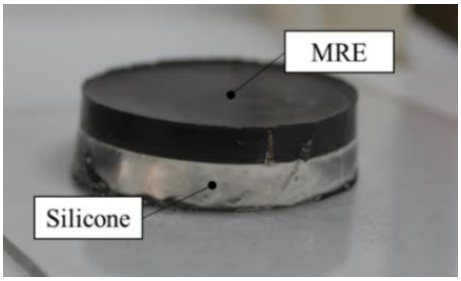
Fig. 3.7 Kinematic viscosity property of MRE and silicone.

3.3 電磁粘弾性体アクチュエータ解析の精度検証

3.3.1 検証用 MRE アクチュエータモデル

Fig. 3.8 に検証用 MRE アクチュエータモデルの実機を示す．円柱型のシリコーンゲルの上に MRE が載っており，シリコーンゲルの下にアクリルプレートを挟んで電磁石が固定されている．MRE はシリコーン中に直径 6 μ m 磁性粉を，体積当たり 40 Vol. %分散させたものを使用している．電磁石の仕様を Table 3.2 に示す．電磁石に電流を印加することにより磁場が発生し，MRE が磁化される．MRE と電磁石間に発生する吸引力により，MRE は磁束に沿って電磁石に向かって変形する (Fig. 3.9) ．その時 MRE の上面中心に表れる変位を Fig. 3.10 のようにレーザ変位計を用いて測定を行う．アクチュエータは解析結果検証用であるため，簡易な構造となるよう心掛けた．また，電磁石と MRE の間に MRE よりも柔軟なシリコーンゲルを挟むことにより, MRE 上面中心から得られる変位が大きくなるよう設計している．

Fig. 3.11 に検証用 MRE アクチュエータモデルの解析モデルを示す．解析モデルは MPS 法で使用される粒子モデルと FEM で使用されるメッシュモデルの 2 つが存在する．電磁石はアクリルプレートの下で固定されているため, MRE やシリコーンゲルと接触することがない．そのため，粒子モデルでは電磁石のモデル化は行っていない．また，磁場解析において, シリコーンゲルとアクリルプレートの比透磁率は空気と同じ 1.0 と仮定している．そのため，メッシュモデルでシリコーンゲルとアクリルプレートのモデル化は行っていない．



(a) MRE and silicone

(b) Electro magnet

Fig. 3.8 Experimental model.

Table 3.2 Erectro magnet property

Coil turn	450
Iron core diameter	10.0[m]
Iron core height	20.0[m]
Sectional area of electric wire	0.13[mm^2]

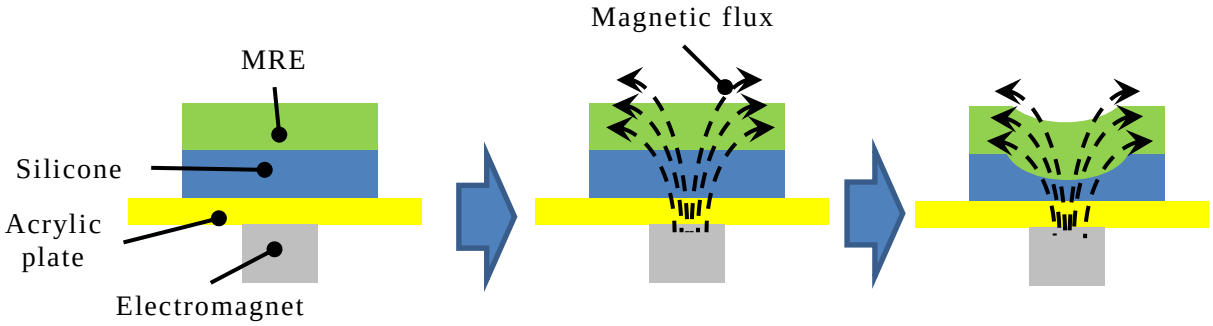


Fig. 3.9 Working principle of MRE actuator.

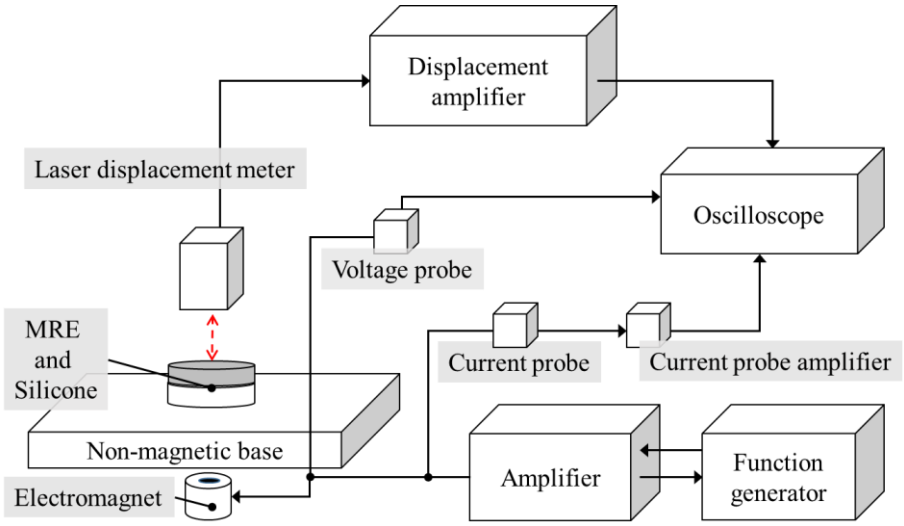
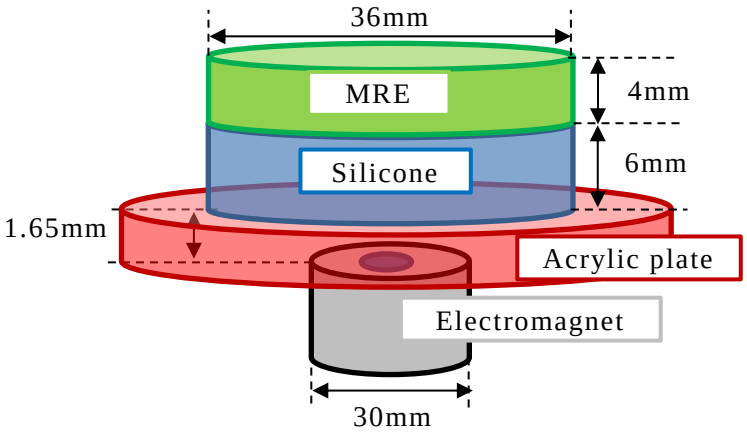
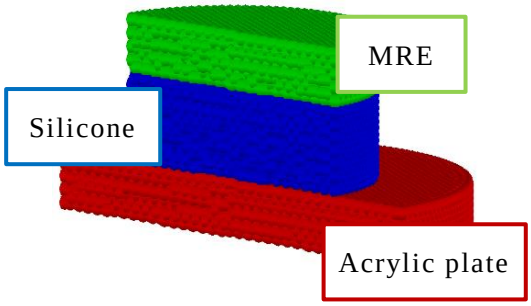


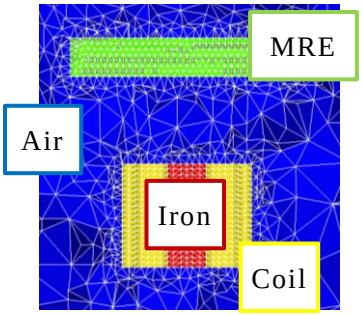
Fig. 3.10 Measuring system.



(a) Model dimension.



(b) Particle model of MPS model.



(c) Mesh model of FEM.

Fig. 3.11 Analyzed model.

3.3.2 解析と実験結果の比較

3.2.1 節で紹介した解析モデルの解析条件を Table 3.3 に示す．本解析において，電磁石は FEM 側のみでモデル化する．また，温度変化による MRE の物性への影響は無いものと仮定する．

初めに静磁場を印加した場合の結果を示す．2.0 [A] の直流電流をコイルに印加し，MRE の形状が定常状態になったときの解析モデルのメッシュ断面図を Fig. 3.12 に，同断面図における磁束密度分布を Fig. 3.13 に示す．Fig. 3.13 より，コイルに電流を印加すると，磁束は鉄心上面から放射状に分布していることが分かる．最大磁束密度は，鉄心で 0.75 [T]，MRE 内部で 0.01 [T]となっている．また，Fig. 3.12 では MRE の下面中心が鉄心方向に引き付けられるような変形をしていることが分かる．これは，MRE が電磁石の作る磁場により磁化され，鉄心と MRE の間に磁力による吸引力が働いているためだと考えられる．そして，MRE の下面中心が変形しているのに対し，MRE 上面中心の変形は小さい．このこ

とから，MRE 内部にひずみが分布していることが分かり，解析モデルの MRE 上面中心の変形量は MRE とシリコーンゲルの弾性に影響を受けることが分かる．Fig. 4.14 に MRE 節点に働く磁力ベクトルを示す． MRE のモデル化は，シリコーンゲルとシリコーンゲル中に分散する鉄粒子を分離していないため，内部に透磁率の勾配が存在せず，MRE の表面節点にのみ磁力が得られている．ただし，鉄粒子一粒に働く電磁力は小さいため，内部に磁気勾配が存在せずとも解析結果に与える影響は小さい．また，MRE に働く最大磁力は下面中心付近で 4.2×10^{-4} [N] となっており，MRE 下面中央から離れるほど急速に減衰していることが分かる．以上の結果より，解析により妥当な内部物理量が計算できていることが確認できた．

Fig. 3.15 に MRE 上面中心変位の変化を示す．解析と実験共に 0.5 [A] から 2.5 [A] まで，0.5 [A] 刻みでコイルに電流を印加し，定常状態での MRE 上面中心の変形量を測定・計算した．MRE の変形量は，電磁石に印加する電流が増加するに伴って増加していることが分かる．実験と解析結果の変位のずれが最も大きかったのは 2.5 [A] の時で，差は 0.11 [mm] 相対誤差としては約 10 [%] であった．この原因としては，実験による測定誤差と，印加電流が上昇するにしたがって鉄心の磁気飽和による磁力の減少が，解析で考慮されていないことによると考えられる．これらについては，電磁石のサイズを大きくする，解析に磁気飽和の特性を導入することで解決可能である．検証モデルの変形量は，MRE に働く磁力と MRE とシリコーンゲル内部に発生する応力のつり合いによって決定される． MRE が変形し，電磁石に近づくと MRE に加わる磁力が大きくなる．その磁力に対応するために，MRE・シリコーンゲルの内部応力も大きくなる．このとき，この応力に対応するひずみに対して，ヤング率・ポアソン比も非線形に変化する．このように，複数の非線形的な要因によって決まる MRE 上面中心の変位量が，各電流において実験と解析で一致したことから，MRE に発生する電磁力および MRE・シリコーンゲル内部の応力計算において妥当な結果が得られたと判断できる．以上の結果から本解析手法の静磁場中での有効性が明らかとなった．また，MRE 以外の電磁粘弾性体であっても実験からヤング率・ポアソン比特性を求め解析に導入することで，静磁場での磁束密度分布や変位を求めることが出来ると考えられる．

Table 3.3 Analysis conditions

Density of MRE	2.97×10^3 [kg/m^3]
Density of silicone	0.99×10^3 [kg/m^3]
Relative permeability of MRE	2.0
Electromagnet core's magnetic permeability	1000
Initial time step	1.0×10^{-5} [s]
Initial interparticle distance	1.0×10^{-3} [m]
Number of particles in particle method	56,352
Number of elements in FEM	263,000
Acceleration of gravity	9.8 [m/s^2]
Kinematic viscosity of MRE	135.2 [Pa・s]
Kinematic viscosity of silicone gel	23.9 [Pa・s]

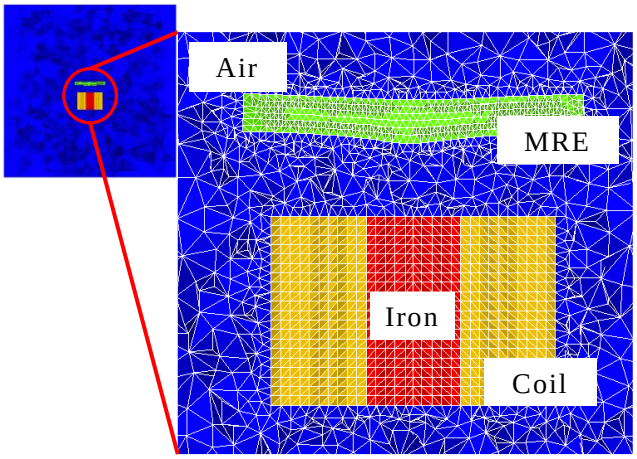


Fig. 3.12 The mesh profile of a cross-section of the model.

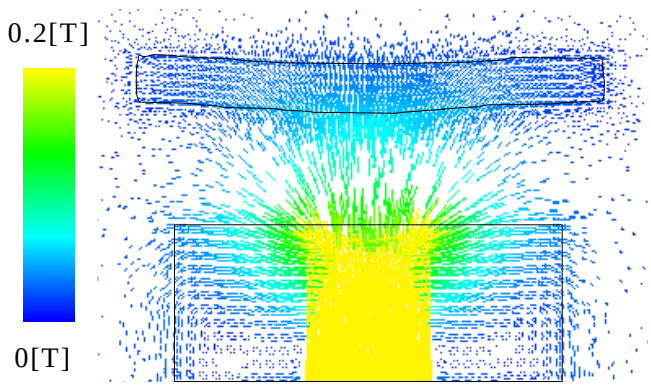


Fig. 3.13 Magnetic flux density distribution.

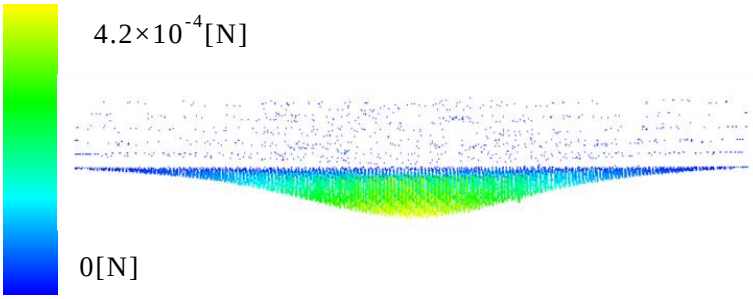


Fig. 3.14　Magnetic force distribution in the MRE.

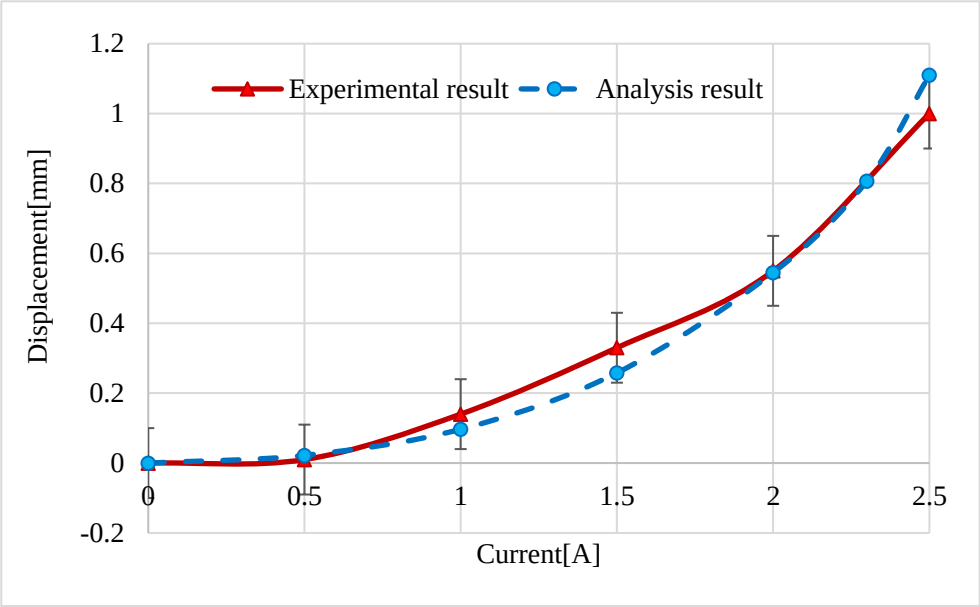


Fig. 3.15 Comparison of displacement of the analyzed and experimental models.

次に，交流磁場印加時の評価を解析・実験の双方で行う[19][20]．実験と解析両モデルの電磁石には周波数 10 [Hz]，最大電流 2 [A]，オフセット 1 [A] の正弦波電流を印加した．解析結果に措いては従来の MPS 法と FEM の連成解析に比べ，途中で計算が破綻せずに十分な電流周期の結果を得ることが出来た．Fig. 3.16 に MRE 上面中心の変形挙動を示す．変形挙動はその形状から，「MRE が鉄心に引き付けられモデルが収縮 (Fig. 3.16 A)」「シリコーンゲルの応力が MRE に掛かる電磁力より勝りモデルが復元 (Fig. 3.16 B)」「電磁力の影響が小さくなり，MRE とシリコーンゲルの復元力と電磁力のつり合いが崩れ，モデルが復元(Fig. 3.16 C)」の 3 種類に大別される．実験結果では MRE の最大変位が 0.349 [mm]なのに対し解析結果では 0.298 [mm]であり，実験の MRE 変位量は解析結果の約 1.17 倍となった．この差の支配的な要因として，実験の「MRE・シリコーンゲルが復元する速度」が解析と違っていることが原因と考えられる．ゴムの性能評価に関する先行研究[23]において，載荷時と除荷時で負荷－変位曲線に弾性ヒステリシス性があることが示されている．

これは，変形によってゴム内に蓄えられた弾性エネルギーが熱エネルギーとして消費されることが原因である．そして，粘弾性体である MRE においても同様のエネルギー損失が存在すると考えられる．そのため実験では，同じ強さの電磁力が MRE に働いていても，復元時の変位は伸長時の変位まで復元しない．しかし，解析では弾性ヒステリシスを考慮していないため，それが「MRE・シリコーンゲルが復元する速度」の差分といった形で表れていると考えられる．また，Fig. 3.16 の B 部の傾きから，解析で得られた復元速度に対して実験で得られた復元速度が緩やかになっていることが確認できた．今後，弾性ヒステリシスを解析に導入することで，さらなる実験結果と解析結果の交流磁場印加時での精度の向上が得られると考えられる．また Fig. 3.16 より，実機モデルの変化の特徴((A)(B)(C)に措ける変形波形のひずみ)が解析モデルと一致していることが確認できた．同様に実験・解析結果の変形波形の位相も一致しており，これは検証用 MRE アクチュエータモデルの変形波形の遅れに影響する，MRE とシリコーンゲルの粘性が適切に考慮できているためと考えられる．このことから，交流磁場印加時においても本解析手法が有効である事が確認できた．

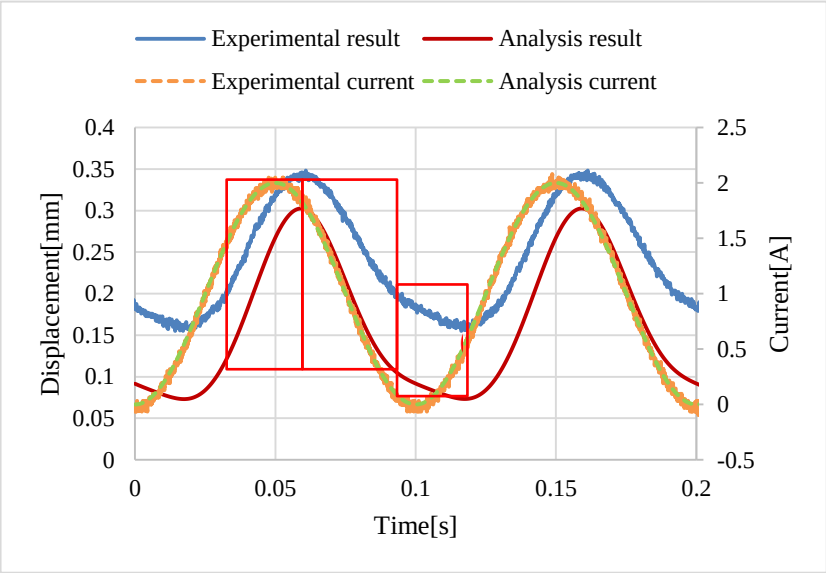


Fig. 3.16 Deformation behavior of MRE actuator in alternating current magnetic field.

3.4 剛体を含む電磁粘弾性体解析の精度検証

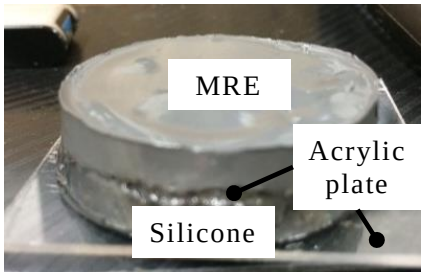
本論文では 3.3.2 項で粒子ベース剛体解析手法を MPS 法に導入することを提案している．

本項では，剛体を導入した検証用 MRE アクチュエータモデルについて示した後，粒子ベール剛体解析手法を導入することによる妥当性と有効性を検証するため，粒子ベース剛体解析手法を導入した MPS 法と通常の MPS 法の比較を行った．そして最後に，剛体を導入した検証用 MRE アクチュエータモデルを用いて導入した改良手法をすべて加えた MPS 法と FEM の連成解析手法の評価を行った．

3.4.1 剛体を加えた検証用 MRE アクチュエータモデル

Fig. 3.17 に剛体を加えた検証用 MRE アクチュエータモデルの実機を示す．3.3.1 項で示した検証用 MRE アクチュエータモデルの MRE とシリコーンゲルの間にアクリルプレートを挟んだ構造をしている．動作原理は，電磁石に電流を印加することで磁場が発生し，MRE は磁束に沿って変形しようとするが，シリコーンゲルとの間にアクリルプレートがあるため，アクリルプレートを押しながら変形する．アクリルプレートはシリコーンからの反力をプレート全面で受けるため，アクリルプレートが無い場合と比較して MRE がアクリルプレートを通してシリコーンゲルから受ける反発力は大きく，MRE 上面中心の変形量は少なくなると考えられる．変形時の MRE 上面中心の変位をレーザー変位計を用いて測定する．

Fig. 3.19 に剛体を加えた検証用 MRE アクチュエータモデルの解析モデルを示す．MPS 法では電磁石をモデル化しておらず，FEM ではシリコーンゲルとアクリルプレートの比透磁率は空気と同じ 1.0 と仮定している．



(a) Add acrylic plate model

(b) Electro magnet

Fig. 3.17 Experimental model of MRE including rigid body.

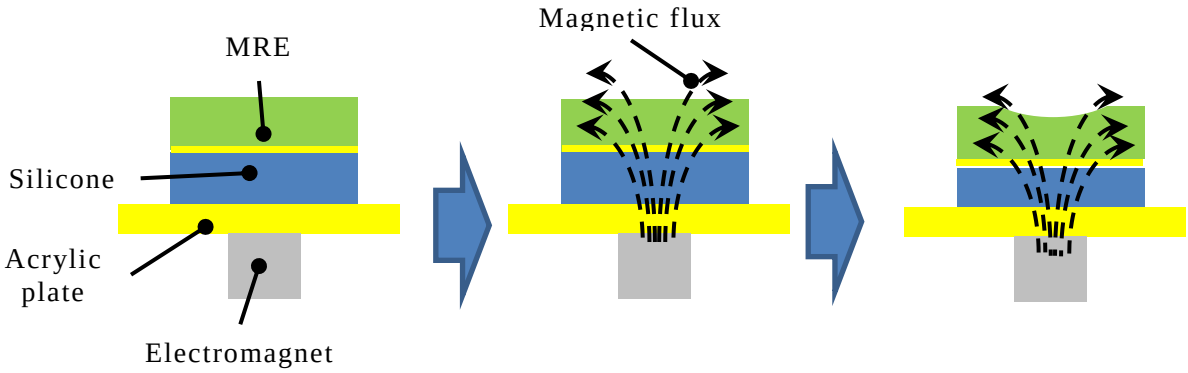
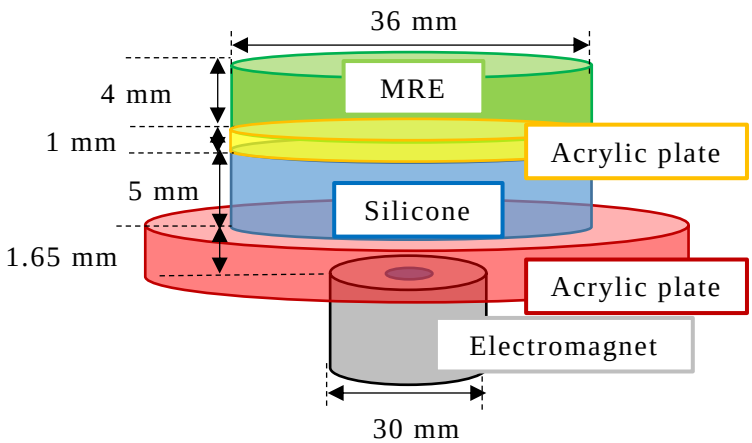
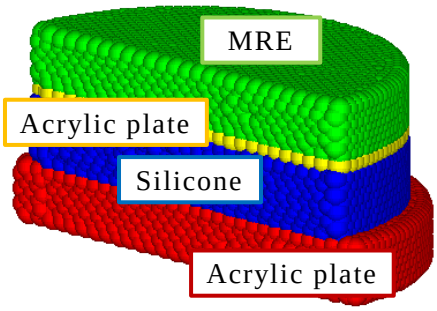


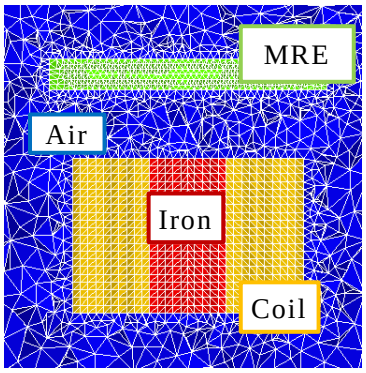
Fig. 3.18 Working principle of MRE rigid actuator.



(a) Model dimension.



(b) Particle Model of MPS method.



(c) Mesh Model of FEM.

Fig. 3.19 Analyzed rigid MRE actuator model.

3.4.2 MPS 法と剛体解析手法による連成解析手法の精度検証

本節では粒子ベース剛体解析手法を導入した MPS 法の通常の MPS 法に対する妥当性と有効性の検証を行った．検証項目は，剛体から粘弾性体が受ける力と，実時間における単位時間当たりの計算コストを評価した．使用した PC のプロセッサは Intel(R) Xeon(R) CPU X5690 @ 3.47GHz 3.46GHz (2 プロセッサ)である．

初めに，Fig. 3.20 に MRE が壁から受ける圧力を評価する圧力評価モデルを示し，Table 3.5 に解析条件を示す．MPS 法のみの場合と剛体を考慮した MPS 法において MRE が壁から受ける圧力が同様に計算できていることを確認するため，動かない粒子で表現した壁と固定した剛体を用意し，その上に MRE を落下させた．MRE は 1 辺 3 mm の立方体である．また，圧力はスカラーで得られ，視覚化が困難であるため，壁から受ける圧力によって MRE に働く加速度をプロットした(Fig. 3.21)．MPS 法において，各粒子の接触による圧力 p は，以下の式で求められる．

$$p = -\lambda \frac{(n - n_0)}{n_0} \tag{3.2}$$

壁・剛体の圧力は，接触する材料のラメ定数 4.32×10^3 を用いて計算している．剛体を考慮した MPS 法では剛体の中心位置と回転角を初期位置で固定して動かない壁とした．結果は，壁・剛体表面の圧力による最大加速度はいずれも 1.53×10^2 [m/s^2]であり，壁と剛体受ける力が同程度で計算できることが分かった．また，壁・剛体と衝突した後の MRE の高さ方向の変位をプロットした図を Fig. 3.22 に示す．横軸は時間を取っており，MRE が数回壁・剛体と衝突した後も同じ高さで計算できていることが分かる．以上の結果から，剛体を考慮した MPS 法の解析が妥当であることが確認できた．

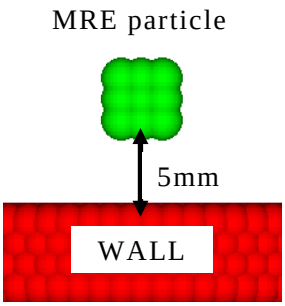


Fig. 3.20　Model for evaluating reactive force.

Table 3.5　Analysis conditions of reactive force evaluate.

Density of MRE	2.97×10^{3}　kg/m^{3}
Initial time step	1.0×10^{-5}　s
Acceleration of gravity	9.8m/s^{2}
Number of particles	1928
Young's modulus of MRE	5000　Pa
Poisson's ratio of MRE	0.35

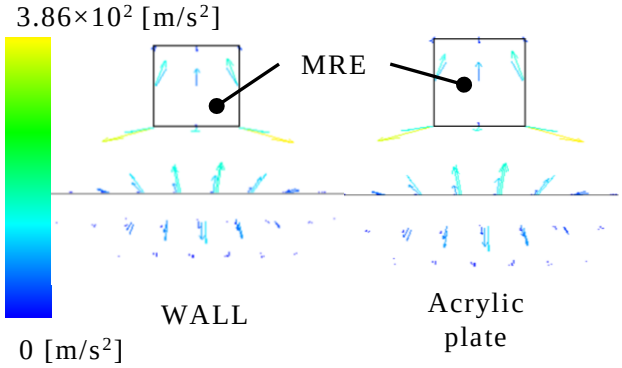


Fig. 3.21　MRE's acceleration for pressure.

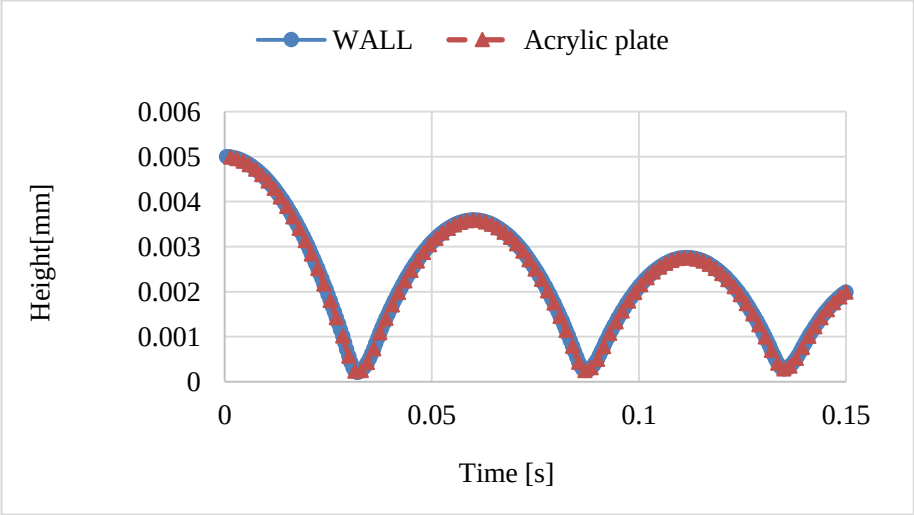


Fig. 3.22　MRE's bound trajectory.

次に，解析時間の比較について述べる．解析時間の検証には剛体を考慮した検証用 MRE アクチュエータモデルを用いた．Table 3.6 に解析条件を示す．2.2.1 項で示したように，各ステップの時間刻み Δt はクーラン条件によって変化する．

MPS 法のみの手法ではアクリルプレート部にアクリルの物性値として，ヤング率 3.14 [GPa]，ポアソン比 0.49 を与えて計算し，剛体を考慮した MPS 法ではアクリルプレー

ト部を剛体として計算している.それ以外の解析条件は両手法とも同様の値となっている. MRE やシリコーンゲルのヤング率とポアソン比は 3.2 節で示した Fig. 3.5 と Fig.3.6 のグラフのようにひずみに応じた数値を与えている．両手法共に 2 [A]-10 [Hz]の交流を印加し，1000 ステップあたりの平均計算時間と平均時間刻みを求めた. 単位ステップあたりにかかる平均計算時間は MPS 法のみの手法で 11.82 [s]，剛体を考慮した手法で 12.98 [s]であり，剛体計算のアルゴリズム導入による計算時間の増加は単位ステップあたり約 1.16 [s]であった．しかし，MPS 法のみの手法では解析にかかる実時間で 1 時間(3,600 秒)の間に，解析内の時間で 1.68×10^{-4} [s]しか求解できていないのに対し，剛体を考慮した手法では 1.39×10^{-2} [s]分求解でき, MPS 法のみの時よりも 83 倍速く計算できている事が分かった. また，最小時間刻みは MPS 法のみの手法で 3.54×10^{-10} [s]まで下がっていたのに対し剛体を考慮した手法では 5×10^{-5} [s]のままであった．これは MPS 法のみの手法ではアクリル粒子間にひずみが生じると，それを修正するため粘弾性体粒子と比べ大きな加速度が計算される．そのため，クーラン条件を満たすためにより小さな時間刻みが必要となる．それに対し，剛体を考慮した手法では剛体粒子間のひずみを考慮する必要が無いため，粘弾性体粒子の加速度から時間刻みが決定される．そのため解析対象のヤング率が大きく，挙動が大きい現象程，剛体を考慮した MPS 法の方が有効であると言える．以上のことから通常の MPS 法に対して剛体を考慮した MPS 法では計算コストを抑えられていることが明らかになり，本改良が有効であることが確認できた.

Table 3.6　Analysis conditions of time evaluate.

Density of MRE	2.97×10^{3} [kg/m^3]
Density of silicone	0.99×10^{3} [kg/m^3]
Density of rigid body	1.27×10^{3} [kg/m^3]
Relative permeability of MRE	2.0
Iron core’s magnetic permeability	1000
Initial time step	1.0×10^{-5} [s]
Initial interparticle distance	1.0×10^{-3} [m]
Number of particles in particle method	56,352
Number of elements in FEM	263,000
Acceleration of gravity	9.8 [m/s^2]
Frequency	10 [Hz]

3.4.3 解析と実験結果の比較

ここでは，十分な振幅を得ることが出来た 10 [Hz] 2 [A]の交流電流印加時の結果を示す．Table 3.7 に解析条件を，Fig. 3.23 に解析モデルの速度ベクトル図を示す．Fig. 3.23 の A 部ではアクリルプレートの速度ベクトルを示している．本論文では，剛体に働く圧力を弾性体と同様に，初期粒子数密度からの周辺粒子数密度の増加により計算することで，剛体と弾性体間の圧力の整合性を取っており，Fig. 3.23 においても剛体と弾性体間で速度のグラデーションが得られている．また，MRE 粒子の移動速度が中心部分で大きいのに対し，アクリルプレート粒子はすべて同じ速度で移動している．そのため，アクリルプレートが MRE から受けた力がアクリルプレート内で均一分散していると考えられる．また，MRE 粒子が下向きに動いているのに対し，シリコーンゲル粒子は左右に行くほど外周方向の速度が計算されている．そのため，シリコーンゲル粒子はアクリルプレートから力を受け，押し出されるように動いていると考えられる．

次に，MRE の変形波形を Fig. 3.24 に示す．解析モデルと実機モデルの最大変位は，解析モデルが 0.181 [mm]なのに対し，実機モデルでは 0.112 [mm]と解析の最大変位が実験の最大変位に対して 1.61 倍であった．また，解析モデルの振動中心が 0.113 [mm]，実機モデルでは 0.098 [mm]と実機モデルに対して解析モデルでは 1.15 倍であった．実験に対し解析で振動中心 1.15 倍と定量的に良好な値を得られた理由として，実験・解析共に変位量が小さかったため，振動中心が変位の低い位置に来たことが原因と考えられる．また実験に対し解析の最大変位が 1.61 倍であった理由として，実験側で弾性ヒステリシス，もしくはアクリルプレートと粘弾性体間で熱エネルギーによる損失があったためと考えられる．また，有効な点としては，実験と解析量波形とも変位が最大点に達するタイミングが一致していた．さらに，Fig. 3.24 の実験波形と線を重ねると，変形波形にひずみが確認できた．解析波形でも変形波形にひずみが見られることから，3.3.2 項の結果と同様に，解析波形から実験波形の特徴を予測することが可能であると考えられるため，剛体を考慮した MPS 法と FEM の連成解析でも MRE アクチュエータ設計のための解析手法として有効であると考えられる．

次に，検証用 MRE アクチュエータモデルの波形と剛体を加えた検証用 MRE アクチュエータモデルの波形を比較した．Fig. 3.25 に示す．2 つのモデルの波形から，どちらも解析結果の波形の振幅が実験結果の振幅より大きく計算されていることが分かる．また，剛体を加えてないモデルでは実験波形の最大値が解析波形に対し大きいのに対して，剛体を加えたモデルでは解析結果の波形の最大値の方が実験結果よりも大きい．これは，上述した

ように剛体を加えたモデルでは振幅が小さいため，実験と解析波形の振幅中心が近い位置に来ており，かつ解析では弾性ヒステリシス未考慮の関係で，実験結果よりも磁場に対してセンシティブに変形するために起こったと考えられる．

以上の結果から，電流に対する MRE 波形の位相差の一致や実験・解析の変形波形速度の変化が一致するなど，電磁粘弾性体アクチュエータの磁気回路設計にあわせて，出力信号波形を設計する上でも有用であることが示せた．

Table 3.7　Analysis conditions of rigid model

Density of MRE	2.97×10^{3} [kg/m^{3}]
Density of silicone	0.99×10^{3} [kg/m^{3}]
Density of rigid body	1.27×10^{3} [kg/m^{3}]
Relative permeability of MRE	2.0
Iron core’s magnetic permeability	1000
Initial time step	1.0×10^{-5} [s]
Initial interparticle distance	1.0×10^{-3} [m]
Number of particles in particle method	56,352
Number of elements in FEM	263,000
Acceleration of gravity	9.8 [m/s^{2}]
Current Frequency	10 [Hz]
Current	2 [A]

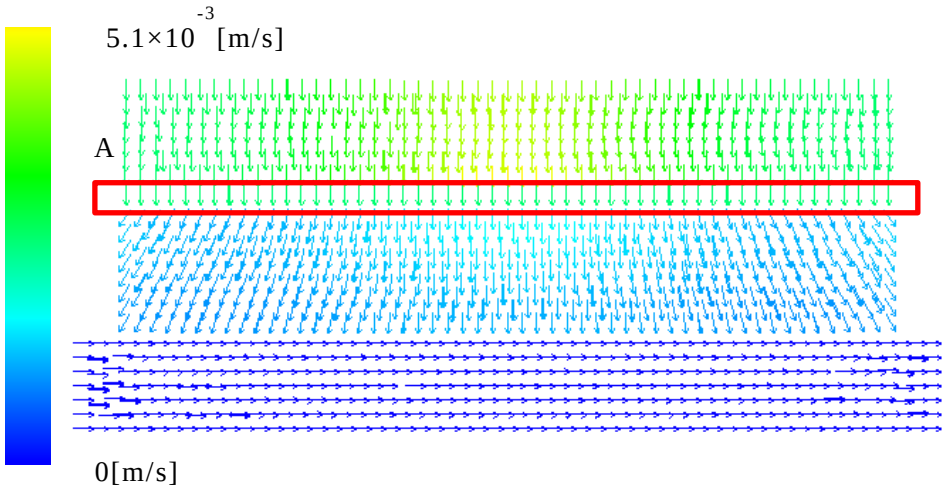


Fig. 3.23　Speed vector of MRE calculation model.

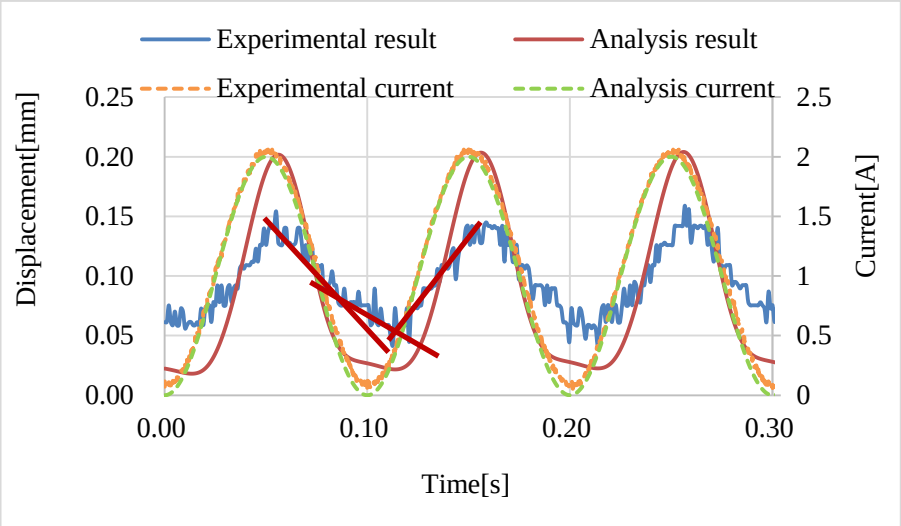


Fig. 3.24 Comparison of displacement of the calculation model and experimental model.

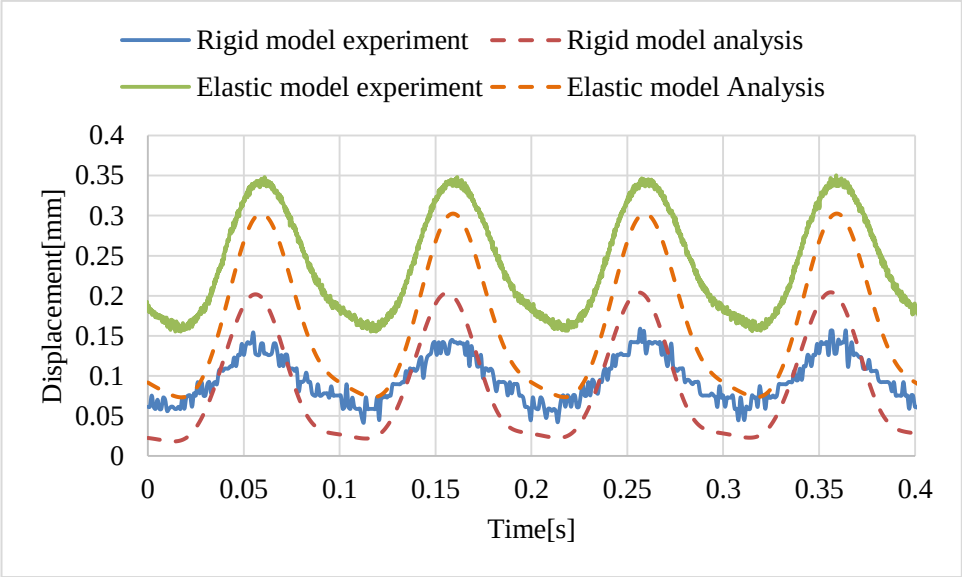


Fig. 3.25 Comparison of displacement of the elastic model and added rigid model.

3.5 本章のまとめ

本章では 3 章で示した手法を MPS 法と FEM の連成解析に適用し，その有効性の検証を行った．初めに，検証用電磁粘弾性体アクチュエータモデルの実機を示し．設計指針と動作原理について示した．次に，実験と解析結果の比較から本手法による電磁粘弾性体解析の有効性を示した．さらに，解析手法の汎用性向上のため，剛体を含んだモデルに対しても検証を行った．初めに，剛体を含んだ検証用アクチュエータモデルの実機を示した．次に，解析において剛体部分にアクリルプレートの物性値を導入した，高剛性の粘弾性体とした場合と，剛体と仮定した場合の結果を比較することで，高剛性の素材を剛体と仮定した場合計算コストを抑えられることを示した．また，実験と解析結果を比較することで，

両結果の変形波形の位相と波形のひずみが良好に一致していることを確認し，本解析手法の有効性を示した．

以上の結果から本手法が電磁粘弾性体アクチュエータを設計する上で有効な手段となると考えられる．

第4章 結論

本論文では電磁粘弾性体アクチュエータに対する，数値的に安定かつ汎用的な数値計算手法を提案した．また，提案手法の有効性を検証するため，検証用 MRE アクチュエータを作成し，実験と解析結果の比較による提案手法の精度検証を行った．

以下に各章の要約を示す．

1 章では電磁粘弾性体を用いたソフトアクチュエータの研究動向を示した．そして，電磁粘弾性体解析手法の動向について述べ．MRE アクチュエータ解析に対する課題を示した．また，加嶋らによって提案されている MPS 法と FEM の連成解析手法の課題を解決することで，電磁粘弾性体アクチュエータの解析手法の確立が期待できることを示し，本論文の目的を明確にした．

2 章では，MPS 法と FEM の連成について述べた後，その連成手法を電磁粘弾性体アクチュエータ解析に適応するため，加えた改良点について述べた．改良点は数値的安定性の向上と汎用性向上の 2 つに大別して示した．クーラン数制限による時間刻みの変更と粘性項を陰的に解くことで数値的安定性が向上することを述べ，それぞれの導入方法を示した．また，解析手法の汎用性の向上のため電流密度ベクトルによる電磁石の導入方法と粒子ベース剛体解析手法を計算アルゴリズムに導入する方法について示した．

3 章では，2 章で示した改良点の有効性を検証するため，検証用 MRE アクチュエータモデルの実機と解析モデルを作成し，実験と解析結果の比較を行った．直流磁場の印加による検証では，実験・解析共に大きさの異なる直流電流を電磁石に印加した．解析より得られた変位・磁束密度ベクトル・磁力ベクトルを示し，解析結果が妥当であることを示した．また，解析で得られたモデルの変位が実験と良く一致していることを確認した．交流磁場の印加による検証では，実験・解析共に周波数 10 [Hz]，最大値 2 [A] オフセット 1 [A] の正弦波電流を電磁石に印加した．解析には実験より得られた動粘度をパラメータとして導入した．解析で得られた変形波形の位相と波形のひずみが実験と良く一致しており，135.2 [Pa・s]程度の動粘度で精度よく安定した計算が行えていることを確認した．剛体を導入した検証用 MRE アクチュエータモデルによる検証では，初めに，剛体を剛性の高い粘弾性体と仮定したモデルと剛体と仮定したモデルの解析結果の比較を行った．剛性の高い粘弾性体と仮定したモデルに比べ，剛体と仮定したモデルでは 83 倍以上計算コストが抑えられることを確認した．次に，作成したモデル実機の実験と解析結果の比較を行った．結果は，最も変位が得られた周波数 10 [Hz]，最大値 2 [A]の正弦波電流を電磁石に印加し

たときの結果を示した．解析で得られた，モデル断面粒子の速度ベクトルを示し，解析結果が妥当であることを示した．また，解析で得られた変形波形の位相が実験と良く一致していることを確認した．変形波形のひずみも実験と解析結果両方で得られていることを確認した．本解析では実験より得られたポアソン比・ヤング率・動粘度を導入しており，他の電磁粘弾性体に関しても実験から得られたこれらの値を導入することで精度の良い解析が可能であると考えられる．

以上の結果から，本論文で提案した手法は，従来の MPS 法と FEM の連成解析手法に比べ，解析の数値的不安定性が軽減され，高剛性の素材に対しても計算コストを抑えた解析が可能である．そのため，従来手法の抱えていた課題を解決することが出来る手法であると言える．モデルの磁束密度や磁力といった物理量や，剛体の影響による部分的な速度の抑制など，実験から得られない内部物理量も解析により妥当な値が確認できており，今後電磁粘弾性体アクチュエータを設計する上で有効な手段になると期待できる．

付録

MPS 法による電磁粘弾性体の離散化手法

粘弾性体解析では，変形によりひずみが蓄積していくため常に「初期状態」からの変位を考慮する必要があり，時間履歴を考慮した計算が必要となる．したがって本研究では，角度・角速度計算に対して陰解法を用い，全体の変形は時間積分による更新を考えることで進める動的陽解法に沿って計算を進める．また，本研究では粘弾性体を，線形弾性体に内部粘性による減衰を導入した物理モデルで表現し，材質は等方性であると仮定する． 以下に粘弾性体の支配方程式の導出を行う．

連続体の運動は次のコーシーの第一運動法則によって表すことが出来る．

$$\rho\dot{\boldsymbol{v}} = \mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{b} \tag{1}$$

ここで，$\dot{v}$は速度の時間微分，ρは質量密度，$\boldsymbol{\sigma}$はコーシーの応力テンソル，$\boldsymbol{b}$は物体力(体積力)を表す．これは運動量保存則であり，式(1)に基づいて以下のように連続体の運動方程式が導かれる．物質導関数およびナブラ演算子を用いると，最終的にテンソルの指標表記を用いて以下のようになる．

$$\dot{\boldsymbol{v}} = \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\mathrm{grad}\boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{v} = \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j\right)\boldsymbol{e_i} \tag{2}$$

$$\mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}\boldsymbol{e}_i \tag{3}$$

ここで，xは位置，$\boldsymbol{e_i}$は各座標を表す基底ベクトルであり，指標については総和規約を適用する．なお，これらの関係を用いて式(1)を変形すると以下の式を得る．

$$\left\{\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j\right) - \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i\right)\right\}\boldsymbol{e_i} = 0 \tag{4}$$

次に，粘弾性体の支配方程式であるナビエの方程式(11)を導く．まず速度v， 加速度αを次のように表す．

$$\alpha_i = \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j \tag{5}$$

この関係を用いれば式(4)から次式を得る．

$$\rho\alpha_i = \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i \tag{61}$$

また，等方線形弾性体の構成式は，ラメの定数 λ, μ, ひずみテンソル$\boldsymbol{\varepsilon}$およびひずみ速度テンソル $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ を用いれば次式のようになる．

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda(\mathrm{tr}\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} + 2\eta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{7}$$

$$\therefore\ \sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} + 2\eta\dot{\varepsilon}_{ij} \tag{8}$$

上式はフックの法則に，ひずみ速度に比例する粘性力を加えたものとなっている．なお$\boldsymbol{\varepsilon}$および$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$は各粒子の変位$\boldsymbol{u}$と速度$\boldsymbol{v}$から以下のように表される．

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{9}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \tag{10}$$

以上より，構成式(7)と式(6)から，線形粘弾性体の運動方程式は次のように求められる．

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\lambda\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)\right\} + b_i \tag{11}$$

また，ラメの定数λ， μは，等方性の材料の場合ヤング率 E およびポアソン比νとの間に以下の式(12)，(13)の関係を有する．

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{12}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{13}$$

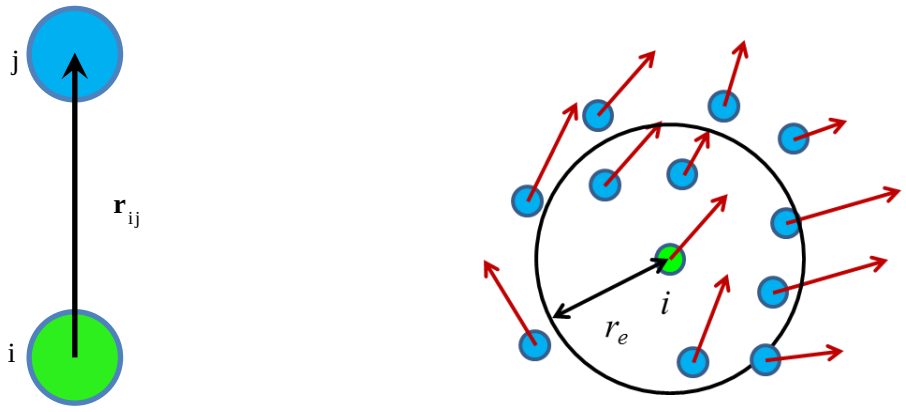
線形材料では，ヤング率Eおよびポアソン比 ν は一定値を用いるが，非線形材料を考慮する場合はE と ν は粒子間の垂直ひずみの関数として与えれば良い．式(11)をテンソル表記すると式(14)で表せられる．

$$\frac{\partial v_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(\lambda\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} + 2\mu\varepsilon_{\alpha\beta} + 2\eta\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}\right) + K_\alpha \tag{14}$$

ここでε はひずみ，$\dot{\varepsilon}$ はひずみ速度，K は外力，ρ は粘弾性体の密度，η は粘性係数を示す．括弧内は弾性体の変形による内部応力を表している．またα, β, γ はそれぞれ x, y, z 軸方向の成分を表す．右辺第一項と第二項は弾性のフックの法則を表し，物体はひずみ速度によって粘性応力を受ける．$\delta_{\alpha\beta}$はクロネッカーのデルタである．以上より，粘弾性体の支配方程式(14)が求まった．

次に，支配方程式の離散化について説明する[24]. MPS 法における粘弾性体の解析では，

支配方程式の各項に粒子間相互作用を与えることで離散化を行う．Fig. 1 に示すように，



(a) Interparticle relative position　　(b) Influence radius

Fig. 1 Influence radius and interparticle interaction.

MPS 法では粒子iの位置における微分演算子を計算する際，影響半径内に存在する周辺粒子jとの相互作用で離散化するものとし，各粒子の物理量の重み付けには粒子iと粒子jの相対距離 $|\boldsymbol{r}_{ij}|$ による， 式(15)の重み関数 $W(|\boldsymbol{r}_{ij}|)$ を用いる． $\boldsymbol{r}_{ij}$は式(16)で定義される粒子iと粒子jの相対位置ベクトルである．

$$W(|\boldsymbol{r}_{ij}|) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{|\boldsymbol{r}_{ij}|} - 1 & (0 < |\boldsymbol{r}_{ij}| \le r_e) \\ 0 & (r_e < |\boldsymbol{r}_{ij}|) \end{cases} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{r}_{ij} = \boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i \tag{16}$$

重み関数 $W(|\boldsymbol{r}_{ij}|)$ で重み付けしたひずみや応力などの物理量を加重平均するため，粒子iの粒子数密度n_iを式(17)で定義し，微分演算子に適用する．弾性体は膨張や収縮によって密度が変化するため，粒子数密度n_iはステップごとに更新する必要がある．影響半径 r_e を大きく取ると近傍粒子数が増加するため計算時間が増大する．また，重み付け粒子も増加するので，物理量の平均化によって計算精度が低下する．しかし，もし計算過程でひずみや圧力などの物理量に特異な値を持つ粒子が出現した場合は特異値が平均化され計算は安定を保つと考えられる．本研究では，計算安定性と計算精度との兼ね合いから r_e は初期粒子間距離の 2.1 倍とし，計算中は一定値を用いるものとした．

$$n_i = \sum_{j \neq i} W(|\boldsymbol{r}_{ij}|) \tag{17}$$

次に，粒子間の勾配と発散の定義について説明する．互いに近傍に存在する粒子i，jの位置ベクトルが$\boldsymbol{r}_i$，$\boldsymbol{r}_j$で表され，それぞれあるスカラー変数値 ϕ_1，ϕ_2 を有しているとする．

この時，粒子i，j間で定義される勾配は，次式で与えられる．なお，ここでdは解析次元を表す定数であり，三次元解析では d=3 である．この式は，影響半径内に存在する粒子を，重み関数 $W(|\boldsymbol{r}_{ij}|)$ と粒子数密度n_i(粒子iの影響範囲内に存在する粒子jの重み関数の和)を用いて重み付き平均することを意味している．

$$\mathrm{grad}\phi_i = \frac{d}{n_i}\sum_{j\neq i}\left\{\frac{(\phi_j-\phi_i)(\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_i|^2}W(|\boldsymbol{r}_{ij}|)\right\} \tag{18}$$

また，粒子iと粒子jの位置はベクトル$\boldsymbol{r}_i$，$\boldsymbol{r}_j$で表され，ベクトル変数 $\boldsymbol{u}_i$，$\boldsymbol{u}_j$ を有しているものとする．このとき，発散は次式で定義される．

$$\mathrm{div}\boldsymbol{u}_i = \frac{d}{n_i}\sum_{j\neq i}\left\{\frac{(\boldsymbol{u}_j-\boldsymbol{u}_i)\cdot(\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{r}_i|^2}W(|\boldsymbol{r}_{ij}|)\right\} \tag{19}$$

次に上記で述べた離散化手法を用いて，支配方程式(14)の各項の離散化を行う．式(14)の第一項は体積ひずみによる項であるため，体積ひずみに比例する圧力の粒子間相互作用を考える．以下に粒子間相対変位$\boldsymbol{u}_{ij}$から各粒子の圧力を導出する流れを示す．粒子間相対変位は式(20)で定義される．

$$\boldsymbol{u}_{ij} = \boldsymbol{r}_{ij} - R_i\boldsymbol{r}_{ij}^{init} \tag{20}$$

ここで$\boldsymbol{r}_{ij}$は現ステップでの，粒子iを基準とした粒子jの粒子間相対位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_{ij}^{init}$は初期配置での粒子間相対位置ベクトル，$R_i$は初期状態からクォータニオン $\boldsymbol{q}_i$ を用いて回転させる場合の回転行列を表す．ここで，$\boldsymbol{r}_{ij}^{init}$を$R_i$で回転した相対位置ベクトルを$\boldsymbol{r}_{ij}^0 = R_i\boldsymbol{r}_{ij}^{init}$とする．$\boldsymbol{r}_{ij}^0$は粒子$i$から$j$へのひずみがない場合の相対位置ベクトルを意味する．Fig. 3.6 に各粒子間相対位置ベクトルの位置関係を示す．この$\boldsymbol{r}_{ij}^0$と粒子間相対変位$\boldsymbol{u}_{ij}$を用いるとひずみベクトル$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$は式(21)で定義される．

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \frac{\boldsymbol{u}_{ij}}{|\boldsymbol{r}_{ij}^0|} \tag{21}$$

式(22)に示すように，体積ひずみ$\varepsilon^{(vol)}{}_i$はひずみベクトルと周辺粒子の単位相対位置ベクトルに重みを掛けたものの総和で求まり，体積ひずみにラメの第一定数を掛けることで，各粒子に掛かる圧力p_iが求まる．

$$p_i = -\lambda\left(\varepsilon^{(vol)}\right)_i = -\lambda\left[\frac{d}{n_0}\sum_{j\neq i}\left\{\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}\cdot\frac{r_{ij}}{|r_{ij}|}W(|\boldsymbol{r}_{ij}^0|)\right\}\right] \tag{22}$$

圧力 p_i が $\boldsymbol{r}_{ij}^0$の方向に作用するものとし，近傍粒子と圧力勾配の加重平均を取ると，式(23)に示すような圧力による粒子間相互作用の式が得られる．

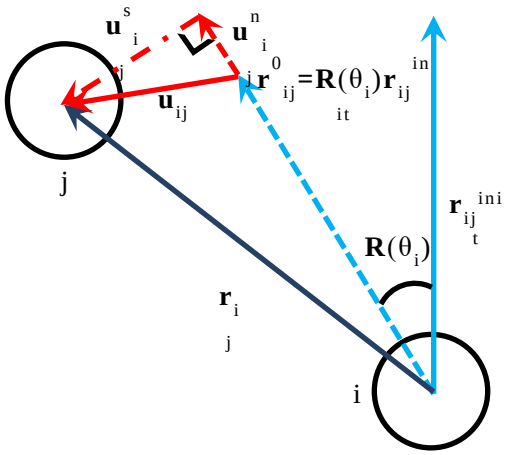


Fig. 2 Interparticle relative displacement model.

$$\frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(\lambda\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta}\right) = -\sum_{j\neq i}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{2d}{n_0}\frac{p_i\boldsymbol{r}_{ij}^0}{\left|\boldsymbol{r}_{ij}^0\right|^2} - \frac{2d}{n_0}\frac{p_j\boldsymbol{r}_{ji}^0}{\left|\boldsymbol{r}_{ji}^0\right|^2}\right)W\left(\left|\boldsymbol{r}_{ij}^0\right|\right)\right\} \tag{23}$$

次に式(14)の第二項の離散化について示す．第二項は応力項であり，応力はひずみによって生じる単位面積当たりの力として式(24)で定義される．

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \tag{24}$$

粒子間で相互作用する応力ベクトル$\boldsymbol{\sigma}_{ij}$の加重平均を取ると，応力による粒子間相互作用の式として式(25)が得られる．

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\mu\varepsilon_{ij}\right) = \sum_{j\neq i}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{2d}{n_0}\frac{\boldsymbol{\sigma}_{ij}}{\left|\boldsymbol{r}_{ij}^0\right|^2} - \frac{2d}{n_0}\frac{\boldsymbol{\sigma}_{ji}}{\left|\boldsymbol{r}_{ji}^0\right|^2}\right)W\left(\left|\boldsymbol{r}_{ij}^0\right|\right)\right\} \tag{25}$$

次に式(14)の第三項の離散化について示す．第三項は粘性項であり，物体内部で変形速度に比例した減衰を生じさせる．これは粒子間相対速度V_{ij}を用いて離散化する．粒子iが粒子jから見て角速度ω_iを持つ場合，粒子iの速度 $\boldsymbol{v}_i$と粒子jの速度$\boldsymbol{v}_j$を用いると，粒子iを基準とした速度差ベクトル$\boldsymbol{v}_{ij}$は式(26)で与えられる．これからひずみ速度ベクトルは式(27)のようになる．

$$\boldsymbol{v}_{ij} = \boldsymbol{v}_j - \left(\boldsymbol{v}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{r}_{ij}\right) \tag{26}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} = \frac{\boldsymbol{v}_{ij}}{\left|\boldsymbol{r}_{ij}\right|} \tag{27}$$

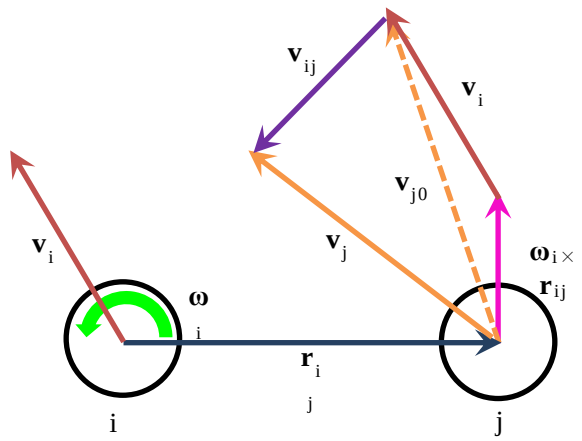


Fig. 3 Interparticle relative speed model.

ひずみ速度から粘性応力 $\boldsymbol{\sigma}'_{ij}$ が式(28)のように求められる．

$$\boldsymbol{\sigma}'_{ij} = 2\eta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} \tag{28}$$

粒子間で相互作用する粘性応力の加重平均を取ると，粘性応力による粒子間相互作用の式として式(29)が得られる．

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\eta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}\right) = \sum_{j\neq i}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{2d}{n_0}\frac{\boldsymbol{\sigma}'_{ij}}{\left|\boldsymbol{r}^0_{ij}\right|^2} - \frac{2d}{n_0}\frac{\boldsymbol{\sigma}'_{ji}}{\left|\boldsymbol{r}^0_{ji}\right|^2}\right)W\left(\left|\boldsymbol{r}^0_{ij}\right|\right)\right\} \tag{29}$$

以上で，支配方程式(14)の各項の離散化が求まった．式(23)，(25)，(29)の両辺を粒子iが有する密度ρ_iで除して粒子iの加速度を得る．対象とする全ての計算点に対してこの計算を行い粘弾性体全体の変形を表現する．

謝辞

本研究を行うにあたり，終始温かくご指導ご鞭撻を下さいました大阪大学大学院教授平田勝弘先生にお礼申し上げます．常日頃より議論を通じた有益なご助言を賜りました大阪大学大学院准教授　宮坂史和，大阪大学大学院助教　新口昇の両先生には，深く感謝いたします．また，博士前期課程入学時より懇切丁寧にご指導くださいました加嶋俊大氏，吉川岳氏そして，日々の研究生活で活発に議論を交わし，時に支えてくださいました同輩の松澤修平氏，後輩の光藤健太氏に深く感謝いたします．

実験設備の使用をご快諾いただくとともに，不案内なマテリアル分野で懇切丁寧なご助言をいただいた大阪大学接合科学研究所准教授　阿部浩也先生，不慣れな化学実験で常に丁寧なご助言をいただいきました大阪大学大学院技術専門職員　來間和男氏に深く感謝いたします．

また研究生活全般で常にお世話になりました平田研究室の皆様に謝意を表します．

参考文献

[1]山田拡：『力学の基礎とバイオメカニクス』，コロナ社，2012.

[2]中村太郎：『人工筋肉 ソフトアクチュエータが拓く世界』，日刊工業新聞社，2011.

[3]筒井英成，鈴木雄二，笠木伸英「電歪ポリマーを用いた乱流能動制御用アクチュエータの開発」日本流体力学会年会 2001 講演論文集.

[4]Vinh Quang Nguyen and R.V. Ramanujan: “Novel Coiling Behavior in Magnet-Polymwr Composite”, Macromol., Vol. 216, No. 6, pp. 618-626, 2010.

[5] 堂埜 茂 2003 人体装着に 適した網目 SMA 人工筋肉

[6] 安積欣志「高分子アクチュエータ材料」高分子 Vol.50, No.7, 2001

[7]Shunta Kashima, Fumikazu Miyasaka and Katsuhiro Hirata:” Novel Soft Actuator Using Magnetorheological Elastomer, ” *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 48, No. 4, pp.1649-1652, April 2012.

[8] L. C. Davis, “Model of magnetorheological elastomers, ” in J. Appl. Phys., Vol. 85, I. 6, pp. 3348-3351, 1999

[9] 石川覚志“機能性エラストマーの数値解析理論に関する研究”京都大学学術情リポジトリ，2009

[10] 加嶋俊大，“磁性流体および磁性エラストマーを用いたソフトアクチュエータの研究”博士論文, 2013.

[11] Y. Okaue, G. Yoshikawa, F. Miyasaka, and K. Hirata, “Study on AnalysisMethod for Ferrofluid, ” IEEE Trans. Mag., Vol.46, No.8, pp.2799-2802, 2010

[12] G. Yoshikawa, K. Hirata, F. Miyasaka and Y. Okaue : “Numerical of Transitional Behavior of Ferrofluid Employing MPS Method and AnalysisFEM, ”Proc. of the 14th Biennial IEEE CEFC (Conference on ElectromagneticField Computation), Chicago IL, United States, 12P9, 2010

[13] 越塚誠一：『計算力学レクチャーシリーズ 5-粒子法-』，日本計算工学会，丸善，2005.

[14] M. Song, S. Koshizuka and Y. Oka, “Dynamic Analysis of Elastic Solids byMPS Method”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers.A, Vol. 71, No. 701, pp. 16-22, 2005 (in Japanese)

[15] 高橋則雄：『三次元有限要素法‐磁界解析技術の基礎‐』，電気学会，2006.

[16]五十野　善信 :「動的粘弾性とは何か」日本ゴム協会誌，Vol.74，No.6，pp.212-217，2001－6.

[17] G. Yoshikawa，　K. Hirata，　F. Miyasaka and Y. Okaue : “Numerical Analysis of Transitional Behavior of Ferrofluid Employing MPS Method and FEM，” Proc. of the 14th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation)，　Chicago IL，United States，　12P9，　2010

[18] 谷口健男 :『FEM のための要素自動分割』，森北出版，2009.

[19] 村尾駿太，光藤健太，平田勝弘，宮坂史和,”MRE アクチュエータ設計のための粘弾性体と剛体の連成解析”電気学会誌 D，Vol.137，No.8.

[20] 村尾駿太，光藤健太，平田勝弘，宮坂史和,”磁性エラストマーを用いたソフトアクチュエータ設計に向けた粒子法と有限要素法の連成による数値解析”電気学会誌 A，Vol.137，No.6,

[21]村尾駿太，平田勝弘，宮坂史和，"変動磁場中での MRE ソフトアクチュエータ挙動の数値解析"，日本 AEM 学会誌，Vol.24，No.3，pp.178-183，2016.09

[22] Shunta Murao，　Katsuhiro Hirata，　Fumikazu Miyasaka，"Analysis of Variable Stiffness Magnetorheological Elastomer Employing Particle Method and FEM"，IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS，Vol.52，No.3，2000604，2016.03

[23]玉井祐基，丸山健司，飯島正徳，皆川勝”力学試験と熱量測定による緩衝ゴムの性能評価”土木学会，構造工学論文集，Vol. 54A，p228-237，2008.3

[24]近藤雅裕，越塚誠一，鈴木幸人，“3 次元 MPS 法弾性体解析へのシンプレクティックスキームの適用”，日本機械学会論文集(A 編)，Vol. 72，p65－71，2006.4

業績一覧

学術雑誌掲載論文

1. Shunta Murao, Katsuhiro Hirata, Fumikazu Miyasaka, "Analysis of Variable Stiffness Magnetorheological Elastomer Employing Particle Method and FEM", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol.52, No.3, 2000604, 2016.03
2. 村尾駿太，平田勝弘，宮坂史和，"変動磁場中での MRE ソフトアクチュエータ挙動の数値解析", 日本 AEM 学会誌，Vol.24, No.3, pp.178-183, 2016.09
3. 村尾駿太，光藤健太，平田勝弘，宮坂史和,”磁性エラストマーを用いたソフトアクチュエータ設計に向けた粒子法と有限要素法の連成による数値解析”電気学会誌 A, Vol.137, No.6,
4. 村尾駿太，光藤健太，平田勝弘，宮坂史和,”MRE アクチュエータ設計のための粘弾性体と剛体の連成解析”電気学会誌 D, Vol.137, No.8,

海外発表プロシーディング

1. Shunta Murao, Gaku Yoshikawa, Katsuhiro Hirata and Fumikazu Miyasaka, “Nonlinear Analysis of Magnetorheological Elastomer Employing the Particle Method and the FEM”, Proceedings of CEFC2014(16th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation), Annecy, France, PC3:6, 2014.05
2. Shunta Murao, Shunta Kashima, Katsuhiro Hirata, Fumikazu Miyasaka, "Coupled Particle Method and FEM Analysis for Design of MRE Soft Actuator", Proceedings of SMM21(Soft Magnetic Materials21), Budapest, Hungary, M1-56, p344, 2013.08-09
3. Shunta Kashima, Gaku Yoshikawa, Fumikazu Miyasaka, Katsuhiro Hirata and Shunta Murao, "Coupled Analysis of Particle Method and Finite Element Method for Magnetorheological Elastomers", Proceedings of 15th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), Oita, Japan, MP3-14, p.61, 2012.11
4. Noboru Niguchi, Katsuhiro Hirata, Eiki Morimoto, Shunta Murao, “Accuracy Improvement of a Magnetic Sensor Signal of an Excavator Using 3-D FEM”, Proceedings of IEEE COMPUMAG 2015, Montreal, CANADA, PA6-4, 2015.06

国内発表論文

1. 村尾駿太，加嶋俊大，松澤周平，宮坂史和，平田勝弘，"粒子法と有限要素法の連成による磁性エラストマーの数値解析"，電気学会静止器・回転機合同研究会，SA-13-19，pp.21-24，2013.01
2. 村尾駿太，平田勝弘，宮坂史和，“内部電磁力を考慮した MRE ソフトアクチュエータの解析”，電気学会　回転機・リニアドライブ・家電・民生合同研究会，LD-15-054，pp.89-92，2015.08
3. 加嶋俊大，吉川岳，村尾駿太，宮坂史和，平田勝弘，"粒子法と有限要素法の連成による磁性エラストマーの大変形解析法"，回転機・リニアドライブ・家電・民生合同研究会，LD-12-63，pp.63-68，2012.08
4. 三宅由莉佳，平田勝弘，宮坂史和，村尾駿太，光藤健太，松澤周平，"磁性エラストマーの磁場-超粘弾性連成解析手法"，静止器・回転機合同研究会，RM-16-9，pp.49-54，2016.1