



Title	有限要素法・粒子法連成による高粘性電磁流体现象及びイオン飛散現象の数値解析
Author(s)	山本, 竹志
Citation	大阪大学, 2017, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/67140">https://doi.org/10.18910/67140</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

有限要素法・粒子法連成による高粘性電磁流体  
現象及びイオン飛散現象の数値解析

山 本 竹 志

2017年7月

大阪大学大学院工学研究科

知能・機能創成工学専攻



# 概要

本稿では、広範囲かつ非定常のイオン飛散現象を予測するための数値解析手法を提案した。放電電極の先端形状や周囲の誘電体形状が電界強度やイオン発生量にどのように影響するかを定量化することで、イオン同士の相互作用を含む現象のメカニズムを明らかにした。また実験結果との比較によって手法の妥当性を示した。従来の有限要素法（FEM）などによる数値解析手法では、泳動、拡散、対流を含むイオンの移動と、電荷密度の連続性を解析領域全体で計算するため計算コストが高く、広範囲かつ非定常のイオン飛散を扱うことが難しかった。それに対して本稿が提案する手法では、イオンを計算点（粒子）に離散化するイオン軌跡計算と、各イオンが持つ電荷を FEM の節点に真電荷として配分する電界計算を連成するため、各時刻でイオンが存在する領域のみで相互作用を計算することが可能であり、広範囲かつ非定常のイオン飛散現象を扱うことができる。

また本稿では、放電電極の先端形状がイオン飛散に与える影響を検討するため、その先端形状を制御する方法として高粘性電磁流体の変形現象に着目した。高粘性電磁流体は、ペースト等の溶媒中に金属粒子を拡散させた流体であり、電界中で流体を変形させた後に焼成することでパターン電極作成などに応用されている。微小な放電電極の先端形状を通常の研磨方法で任意に制御することは難しいが、電界中の高粘性電磁流体の変形では、電極の印加電圧を調整することで、流体に作用する外力がバランスした準安定形状を得ることが可能である。本稿では、針電極の先端形状にこの準安定形状を用いた場合と、半球形状を用いた場合の比較によって、放電電極の先端形状がイオン飛散に与える影響を検証した。高粘性電磁流体の変形現象もまた、微小流体の界面大変形とそれに伴う電界変化を伴う複雑な複合現象であり、従来の数値解析手法や実験ベースでの現象のメカニズム解明が難しい。本稿では、近年提案されている粒子法・FEM の連成解析手法に粘性項の陰的な計算手法を導入することで、高粘性な電磁流体を扱うための数値解析手法を開発した。実験結果との比較によって手法の妥当性を示し、電界中の高粘性電磁流体に作用する外力のバランスを明らかにすると共に、準安定形状を得るための条件を導出した。

第 1 章では、研究の背景について述べた。放電現象や電磁流体现象の数値解析の先行研究例を示し、本稿で扱う広範囲かつ非定常のイオン飛散現象と、高粘性電磁流体の変形現象を扱うための問題点と解決すべき課題を述べ、研究の目的及び方針を明確にした。

第2章では、イオン飛散現象を扱うための数値解析手法と計算結果を述べた。空中イオンが持つ電荷、周囲の誘電体の帯電、飛散したイオンの金属体への吸着を考慮したイオン軌跡計算と電界計算の連成解析手法について述べ、実験結果との比較による手法の妥当性検証を行った。

第3章では、高粘性電磁流体を扱うための数値解析手法と計算結果を述べた。粘性項を陽的・陰的に扱う場合を比較し、実験結果との比較による手法の妥当性検証を行った。そこで得られた高粘性電磁流体の準安定形状を針電極の先端形状とした場合と、周囲の誘電体形状を変えた場合のイオン飛散の計算結果を比較し、それらが現象に与える影響を検証した。

第4章では、各章で得られた成果を要約し、全体のまとめとした。

# 目次

第 1 章 緒論 .....	1
1.1 研究背景 .....	1
1.2 先行研究とその課題 .....	3
1.2.1 FEM による磁気浮上現象の計算例 .....	4
1.2.2 MPS・FEM 連成による静電霧化現象の計算例 .....	5
1.2.3 FEM による針-平板電極間のコロナ放電現象の計算例 .....	6
1.2.4 FEM による誘電性流体中の沿面放電の計算例 .....	7
1.3 研究目的・研究方針 .....	8
1.4 本稿の構成 .....	8
第 2 章 空中のイオン飛散現象の数値解析 .....	9
2.1 解析手法 .....	9
2.1.1 空気中のコロナ放電現象 .....	9
2.1.2 イオン飛散計算と電界計算の連成解析手法 .....	11
2.1.3 イオン発生量のモデル化手法 .....	12
2.1.4 イオン移動度による速度モデル化手法 .....	13
2.1.5 イオン電荷の FEM モデルへの適用手法 .....	16
2.1.6 イオン電荷を考慮した FEM の離散化手法 .....	18
2.2 解析モデル .....	19
2.2.1 針電極から金属板へのイオン飛散現象 .....	19
2.2.2 FEM モデル .....	20

2.2.3	粒子によるイオンモデル .....	22
2.2.4	解析条件、諸元 .....	25
2.3	解析結果: 金属体の電位を固定しない場合 .....	26
2.3.1	針電極からのイオン飛散 .....	26
2.3.2	空間の電位分布の時間変化 .....	27
2.3.3	空間の電界分布の時間変化 .....	29
2.3.4	イオン到達による金属体電位の時間変化 .....	31
2.3.5	誘電体帯電量の時間変化 .....	31
2.3.6	針先電界とイオン電流の時間変化 .....	32
2.4	解析結果: 金属体の電位を一定時間固定する場合 .....	34
2.4.1	針電極からのイオン飛散 .....	34
2.4.2	空間の電位分布の時間変化 .....	35
2.4.3	イオン到達による金属体電位の時間変化(実験・解析結果) .....	36
2.5	本章のまとめ .....	40
第3章	高粘性電磁流体による放電電極形成 .....	41
3.1	解析手法 .....	41
3.1.1	MPSによる流体計算手法 .....	42
3.1.2	粘性項の陽的・陰的な計算手法 .....	44
3.1.3	FEMによる電界計算手法 .....	46
3.1.4	流体に働く外力のモデル化手法 .....	46
3.2	解析モデル .....	47
3.2.1	電界中の高粘性電磁流体の変形 .....	47

3.2.2	MPS モデル .....	48
3.2.3	FEM モデル .....	48
3.2.4	解析条件、諸元 .....	49
3.3	解析結果 .....	51
3.3.1	高粘性電磁流体の変形形状 .....	51
3.3.2	変形中の静電応力・表面張力のバランス .....	51
3.3.3	流体変形形状の実験結果との比較 .....	53
3.3.4	変形中の静電応力・表面張力のバランス .....	55
3.3.5	高粘性電磁流体の準安定形状を放電電極に用いたイオン飛散解析 .....	58
3.4	本章のまとめ .....	62
第 4 章	結論 .....	63
謝辞	.....	64
参考文献	.....	65
業績一覧	.....	70



# 第1章 緒論

## 1.1 研究背景

流体と電磁界の複合現象である電磁流体现象として、静電霧化現象<sup>(1)-(3)</sup>や磁界中の磁性流体の変形現象<sup>(4)-(5)</sup>、電磁浮遊現象<sup>(6)</sup>などが知られている。これらの現象では電極形状や印加電圧を変えることで、微小液滴の発生や複雑なスパイク形状の形成など、流体変形を制御することができ、様々な分野で産業応用がされている。これらの現象の特長として、クーロン力やローレンツ力などの電磁力が流体に作用すること、流体の表面や界面の大変形を伴い、それによって電磁力が変化すると、そして作用力や内部圧力など物理量の実測が困難であることが挙げられる。これらの要因のため、有限要素法や有限体積法に代表されるような計算領域をメッシュ分割する従来の数値解析手法で扱うのが困難であり、経験則や実験でのパラメータ検討に依存した技術開発が行われているのが実情である。一方、電磁流体现象を扱うための新しい数値解析手法として、次項で述べるような粒子法と FEM を連成した解析手法が提案されている。この手法によって、電界中の微小水滴の大変形や分裂を伴う変形を計算することに成功しており、電磁流体现象のメカニズムを明らかにするための非常に有効な手段として開発が進められている。

一方、コロナ放電に代表される気中放電によるイオン飛散現象も、電界中でのクーロン力によるイオン加速と、イオン飛散に伴う電界変化の複合現象であり、こちらの現象もまた、空気清浄機<sup>(7)</sup>や除電器<sup>(8)</sup>などで幅広く実用化されている。この現象も電磁流体现象と同様に、イオン飛散に伴う電界変化によりクーロン力が変化する複合現象である。放電現象自体については、現象メカニズム<sup>(9)-(10)</sup>や、印加電圧、大気圧や電極形状などが放電現象に与える影響<sup>(11)-(14)</sup>などについて、実験・数値解析による解明が行われてきた。数値解析としては、次項で述べるようなイオン拡散などを無視した定常状態での放電や、非常に局所的な非定常の放電現象を FEM で扱う例は報告されているが、これらの手法では FEM の解析領域全体に対しての電荷密度の連続性を計算するため解析コストが高く、先に述べたようなアプリケーションで求められる広範囲に亘る空中へのイオン飛散現象を扱うことは難しい。空中へのイオン飛散量を増加させ、デバイス性能を向上させるためには、単にイオン発生量を増やすだけでなく、空中への飛散効率を含めた最適設計が必要であるが、実測ではそれらを分離して測定することは非常に困難であり、数値解析

手法の確立が望まれる。本稿では、このようなイオン飛散現象に対し、イオンを粒子として離散化し電界中のイオン飛散を計算し、それに伴う電界変化を計算する連成解析手法を提案する。本手法は、空中へのイオン飛散や周囲の誘電体への吸着による帯電の影響などを考慮した現象を扱うことができ、電極形状や印加電圧などがイオン飛散特性に与える影響を定量化することが可能である。

また本稿では、放電電極形状を制御するため、静電塗布<sup>(15)</sup>や基板上のパターンニング<sup>(16)</sup>、針電極の先端形状作成などに応用可能な高粘性電磁流体の変形現象に着目する。一般的な研磨方法では、放電用の針電極のような微細な先端形状を任意に制御することは困難であるが、高粘性電磁流体は、電界によって変形させた状態で焼成することで、非常に微細な金属線パターンや放電電極に用いられるような微小な針電極先端形状の作成に応用が可能である。しかし、流体の組成や電極形状、印加電圧などを最適化して望ましい形状を得るには、変形が生じる条件や変形中の力の釣り合いなど、詳細なメカニズムを明らかにする必要がある。この現象も、内部の作用力などの実測での検証が非常に困難であるため、本稿では、従来提案されてきた粒子法・FEM連成による電磁流体现象の数値解析手法に、陰的な粘性項計算手法を導入することで高粘性な電磁流体を扱うための手法を開発する。本手法を用いて、流体に作用する静電応力が小さい場合、静電応力と表面張力が変形中にバランスして流体が準安定形状となる場合、静電応力が強く流体変形が進行する場合について作用力の寄与を明らかにし、流体変形が起こるための条件を明らかにする。これにより得られた高粘性電磁流体の準安定形状を針電極の先端形状とした場合のイオン飛散を計算し、その影響を検証する。イオン飛散、高粘性電磁流体现象それぞれに対しては、実験結果との比較による手法の妥当性検証結果についても併せて報告する。

## 1.2 先行研究とその課題

本節では関連する代表的な先行研究について述べる。電磁流体现象を従来の FEM で扱うためには、流体変形に伴ってメッシュ形状を更新する必要があり、界面が大変形する場合などは特に、メッシュの破綻などが生じやすい。もしくは、計算の時間刻み幅を非常に短くする必要があり、計算コストが膨大となる。それに対して筆者らのグループは、クーロン力やローレンツ力などの作用力による流体変形を扱う電磁流体现象について、流体計算に粒子法を採用した流体・電磁界の連成解析手法を提案してきた<sup>(17)-(28)</sup>。これらの提案手法では、電界・磁界計算で計算された電磁力を流体計算のための粒子にどのように配分するかについて、様々な現象に対する手法開発が行われてきた。本稿で扱うイオン飛散現象の計算ではイオンを粒子として離散化し、移動度と電界強度による速度モデルを用いて位置の更新を行う。このため、粒子に働く作用力ではなく、各粒子位置における電界強度自体各粒子に対して計算する。また、各粒子が持つ電荷を FEM の節点に真電荷として配分し電界を計算する。これらが他の提案手法との相違点である。

一方、放電現象自体に対しては、前節で述べたように実験・数値解析の両方で様々な研究が行われてきた。FEM を使って放電現象を計算する場合、本稿のようにイオンを粒子などに離散化するのではなく、イオンによる電荷密度分布が各要素の持つ物理量として扱われる。これらの手法では、解析領域全体に対して連続性を満たすような電荷密度分布を求めることで、放電により発生したイオン分布を計算している。そのため、広範囲へのイオン飛散を扱う場合や、非定常なイオン飛散を扱う場合においては計算コストが高く、それらを同時に扱うことは難しいといった問題がある。それに対して本稿が提案する手法では、粒子として離散化されたイオン自身が移動するため、各時刻においてイオンが存在する領域のみでのイオン同士の相互作用を扱うことができる。しかし、粒子が疎であるとイオン分布の連続性が低下するため、計算精度を確保するために時間刻み幅や粒子数を適切に設定する必要がある。

ここでは、電磁流体现象を計算した先行研究例として、従来の FEM を用いたものと、筆者らのグループが提案してきた流体計算に粒子法を用いた例を紹介する。次に、放電現象の計算例として、FEM で定常の針電極からのコロナ放電を計算した例と、同じく FEM で非定常の沿面放電を計算した例を紹介する。

### 1.2.1 FEM による磁気浮上現象の計算例

まず、流体と電磁界の連成解析事例として、ALS(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)法<sup>(29)</sup>を用いた FEM により磁気浮上現象を計算した例を示す<sup>(30)</sup>。流体の基礎方程式であるナビエ・ストークス方程式の記述方法としては、観測点が固定されるオイラー式の記述と、観測点を固定しないラグランジュ式の記述が存在するが、それぞれ、移流項を扱う必要であり、また流動が過度に生じるとメッシュの精度が低下し計算が破綻するなどといった欠点を持つ。ALS 法では流体変形とは無関係に任意に動かすことの出来る参照座標系を用いるため、2 つの手法の有効な部分を合わせた記述が可能となり、界面の大変形を含む場合でも精度が良い。しかし、FEM を用いる限り、流体が変形する都度メッシュを再生成する必要があるため、計算時間が膨大となる、また、流体形状が複雑になった場合にメッシュが正しく生成されず計算が破綻するなどの種々の問題点がある。

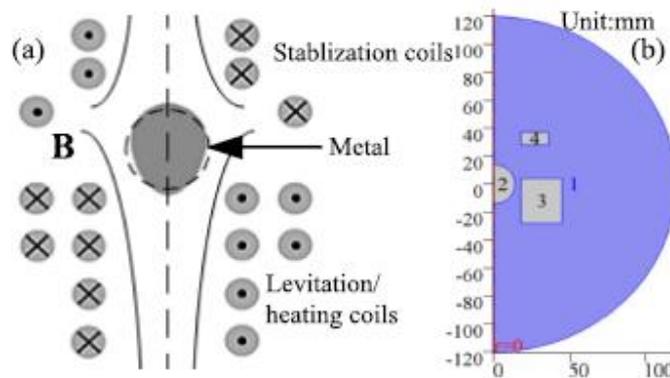


図 1.1 ALS を用いた磁気浮上現象の計算<sup>(30)</sup>

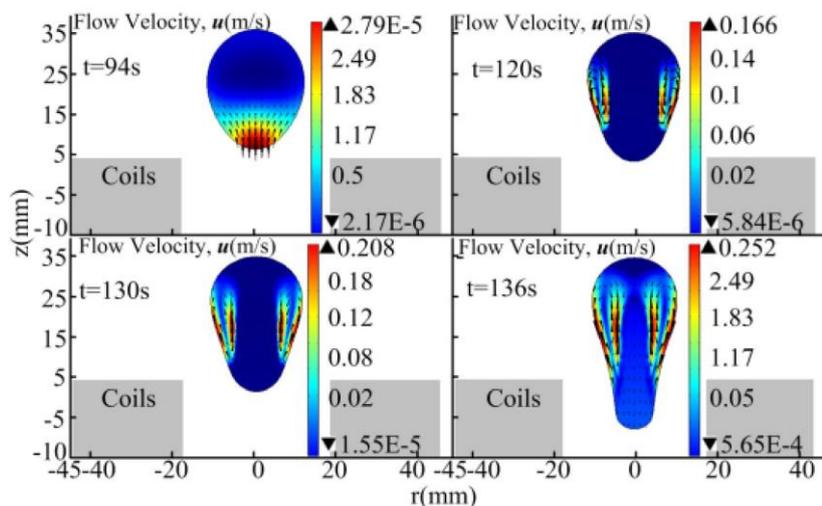


図 1.2 各時刻での流速分布<sup>(30)</sup>

## 1.2.2 MPS・FEM 連成による静電霧化現象の計算例

次に、粒子法の一つである MPS (Moving-particle semi-implicit) 法<sup>(31)</sup>による流体計算と、FEM による電界計算の連成による静電霧化現象の計算例<sup>(26)</sup>を紹介する。粒子法は粒子を計算点として支配方程式を離散化し、粒子間距離による相互作用によって計算を行う。粒子法では計算点である粒子自身が移動するため、前項で述べたようなメッシュ生成に起因する種々の問題から根本的に解放される。また、粒子法は観測点が固定されないラグランジュ式の記述を行うため、流体計算で移流項を扱う必要がない利点も備えている。電界計算に FEM を用いるため、流体計算で計算された流体形状に応じてメッシュを修正し電界を更新する。電界計算で求められた静電応力は表面張力と共に MPS の圧力項計算時のディリクレ境界条件として表面の粒子に配分され、各計算ステップにおける流体形状が計算される。粒子法と FEM の連成は、流体変形に応じてメッシュを修正する必要がある欠点を持つが、高精度な電界計算や表面張力の扱いにより安定した計算が実現できる。また、分裂などを含む複雑な流体挙動の計算にも適している。しかし、計算点である粒子自体が移動するため、1 ステップで許容される粒子の移動量は制限され、それを超える移動が生じると正しい粒子位置へ修正できず計算が破綻する。これはクーラン数による制限と呼ばれ、粘性項を陽的に計算する場合に考慮が必要である。この制限により、本稿が扱うような非常かつ高粘性の電磁流体を扱う場合には計算の時間刻み幅を非常に小さくする必要があり、流体変形を扱うのが難しいという問題がある。

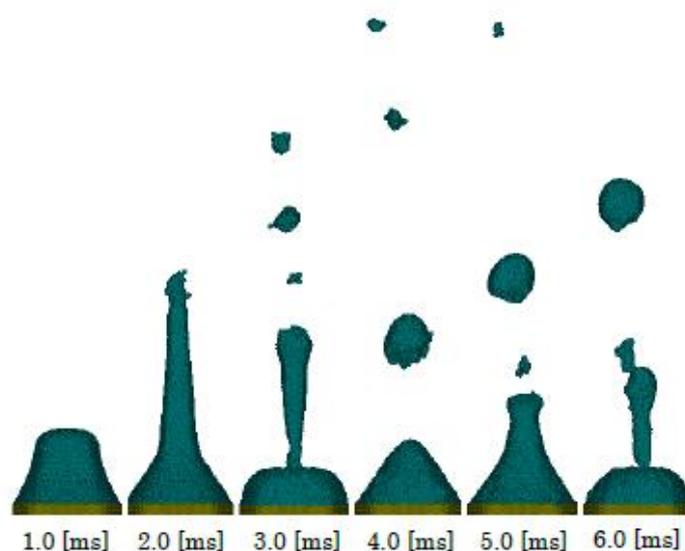


図 1.3 MPS・FEM 連成による静電霧化現象の計算例(印加電圧: 6kV)<sup>(26)</sup>

### 1.2.3 FEM による針-平板電極間のコロナ放電現象の計算例

次に、放電現象の数値解析による先行研究として、FEM による針・平板電極間の放電現象の計算例<sup>(32)</sup>を示す。空気中の放電現象は、電離現象と、空気の対流や拡散、泳動により電子や発生したイオン、空気中の分子などが相互に作用する非常に複雑な現象であるが、本例では、単極性の電圧印加で、非定常な拡散と対流を無視した場合のコロナ放電電流を計算している。これにより、イオンの移動として泳動のみが考慮され、イオン移動度を用いて速度がモデル化されている。コロナ放電の発生条件として放電電極近傍での開始電圧の実験結果を用い、イオン移動に伴う荷電粒子の電荷保存則と電位の基本式であるポアソンの式を FEM で計算することで、針電極近傍から発生する放電電流を計算している。また、計算結果と実験結果の比較によって、針電極の形状や距離、極性を変えた場合の放電電流の傾向がよく一致する結果となっている。但し、負極からの放電で間髪的に発生するトリチェリパルスなどは計算されていない。

本例では FEM を用いて、定常状態での放電電流を非常によく再現しているが、放電開始から定常状態に至るまでのイオン同士の相互作用による拡散や対流は考慮されない。また、発生したイオンの全てが対向電極に向かわず、一部が空中に滞留して蓄積していくような場合も扱うことが難しい。本稿が扱うのは放電開始前を初期状態とする非定常でのイオン飛散現象であり、イオン移動に伴う空中の電荷分布変化や、放電電極の周辺に誘電体がある場合の帯電を扱う必要がある。

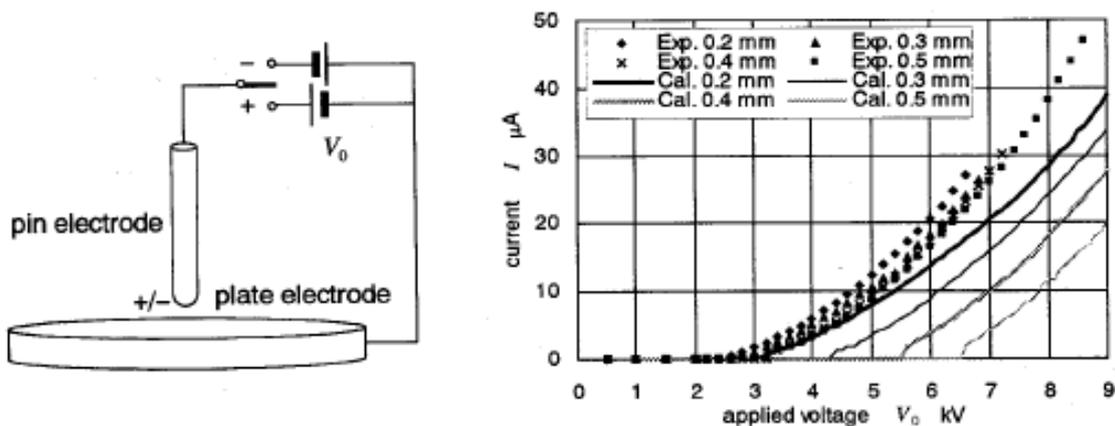


図 1.4 針・平板電極の電極配置と実験・計算結果例<sup>(32)</sup>

### 1.2.4 FEM による誘電性流体中の沿面放電の計算例

また、放電現象に関しては近年、EHD (Electrohydrodynamics)による数値解析も行われている<sup>(10)</sup>。本例では、誘電性液体中の針電極からの沿面放電を、電界による電離作用とイオン拡散、流体計算を連成し計算している。放電の支配方程式には電荷ドリフト・拡散の式とポアソンの式を、流体計算にナビエ・ストークス方程式とネルンスト・プランク方程式を用いて、放電開始からの非定常な放電経路を計算している。即ち、本例では非定常な放電現象を扱っているが、FEMを用いるため、領域全体に対してイオン濃度（ここではイオンが持つ電荷密度）を離散化する必要があるため、広範囲な計算は困難である。そのため、放電距離は流体表面に沿って 10 mm、解析時間も約 1  $\mu\text{s}$  と、非常に限定された計算範囲や時間内での計算がされており、この例は液体中での放電現象を扱っているが、広範囲かつ長時間でのイオン飛散の扱いが課題となる。

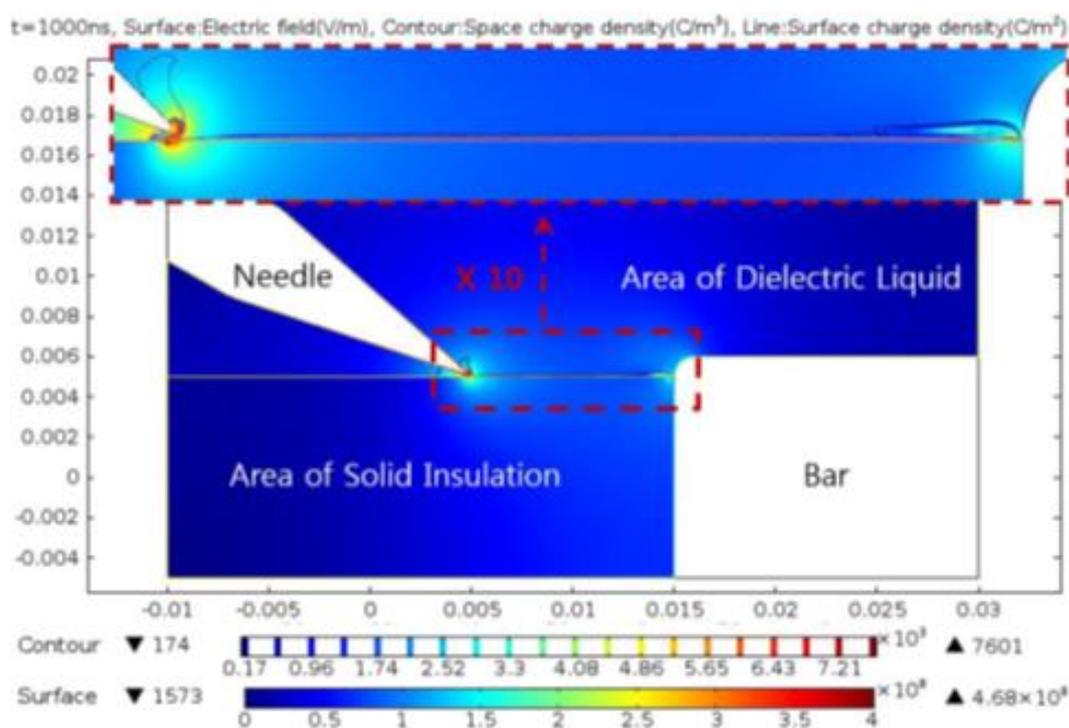


図 1.5 誘電性液体中の表面放電現象の計算例<sup>(10)</sup>

### 1.3 研究目的・研究方針

本研究は、広範囲かつ非定常での空中へのイオン飛散を予測するための数値解析手法を開発し、放電電極の形状の影響を含む現象のメカニズムを明らかにすることを目的とする。先行研究で述べたように、従来の数値解析手法では、非定常での広範囲への空中へのイオン飛散を扱うのは難しい。そのため本稿では、移動度による速度モデルと空中のイオン電荷や誘電体の帯電を考慮した電界計算の連成手法を提案する。また、微小な針電極の先端形状を制御するための方法として、電界中での高粘性電磁流体の変形現象に着目し、印可電圧などを制御することで準安定的な流体形状を求め、その形状を放電電極の先端形状とした場合と、先端が半球形状の針電極の場合との特性比較から、その影響を検証する。この高粘性電磁流体の変形現象は、非常に高粘度な流体と電界の複合現象であり、従来提案されてきた粒子法・FEM連成の解析手法では扱うことが難しかった。本稿では、従来の手法の流体計算に陰的な粘性項計算を導入することで、流体形状を制御するためのメカニズムを明らかにする。

### 1.4 本稿の構成

以下に、本稿の構成を述べる。第1章では、研究の背景と目的および方針について述べた。第2章では、本稿が提案するイオン飛散現象の数値解析手法と計算結果について述べる。第3章では、電界中の高粘性電磁流体の変形現象を扱うための数値解析手法と計算結果を述べる。また、高粘性電磁流体の準安定形状を放電電極の先端形状とした場合のイオン飛散現象の計算結果も述べる。第4章では各章で得られた成果を要約し、全体を総括する。

## 第2章 空中のイオン飛散現象の数値解析

ここからは、空中のイオン飛散現象の数値解析手法について述べる。本稿で扱う非定常でのイオン飛散は、電界による電離現象やイオン拡散・ドリフトなど複雑な現象をモデル化した場合、非常に局所的で短時間の計算しか行われてこなかった。そこで本稿では、放電現象の種類や放電電流、イオン移動度などについて簡単に述べた後、広範囲のイオン飛散を扱うための数値解析手法をどのように構築したかを述べる。

### 2.1 解析手法

#### 2.1.1 空気中のコロナ放電現象

まず、気中放電の分類を図 2.1 に示す。気中放電は、外部から電子を供給している間のみ電離が継続する非自続放電と、電子の供給が停止しても放電が継続する自続放電に大別される。自続放電は更にコロナ放電、火花・グロー放電、アーク放電と分類され、火花・グロー放電とアーク放電は全路破壊を伴う放電現象であり、コロナ放電は針先からの放電のように部分的な放電現象である。本稿ではこの内、針・円筒電極によるコロナ放電<sup>(33)</sup>を扱う。

コロナ放電とは、気体中で針や線状電極などに高電圧が印加され、エッジ部などに発生した局所的に高い電界が破壊電界に達して電離が発生する現象を指す。高電界は局所的であるため、放電中においても全路破壊は生じない。放電特性を決める要素としては、電極構造や気体の種類、圧力、湿度、印加電圧などが挙げられる。図 2.2 に、コロナ放電における印加電圧と放電量の特性例を示す。図 2.2 (a) が正コロナの特性、図 2.2 (b) は点線部の拡大図である。図 2.2 (c) は、負コロナの特性例である。正・負コロナ共に、一定の印加電圧以下では放電電流は殆ど検出されないが、閾値を超えると急激に電流が増加する。そして、印加電圧が高くなって電界が一定以上になると、グロー放電や火花放電へと遷移していく。負コロナにおいては平均電流が  $150 \mu\text{A}$  以下で、正コロナには見られない非定常なスパイク状のトリチェリパルスが見られる。この影響で、図 2.3 に示すように同じ針電極によるコロナ放電においても、同じ印加電圧で比較すると負の放電電流は正の放電電流よりも大きくなる<sup>(32)</sup>。その他にも、気中放電の発生条件や放電電流に関する研究は数多く報告されている<sup>(34)-(42)</sup>。

本稿は、イオンが持つ電界が電界に与える影響と、それを考慮した空中でのイオン飛散現象を扱うことを目的としており、コロナ放電における電離条件や放電電流については詳細なモデル化は行わず、コロナ放電が安定して継続することを前提として、先行研究などによる結果を用いてイオン発生量のモデル化を行う。

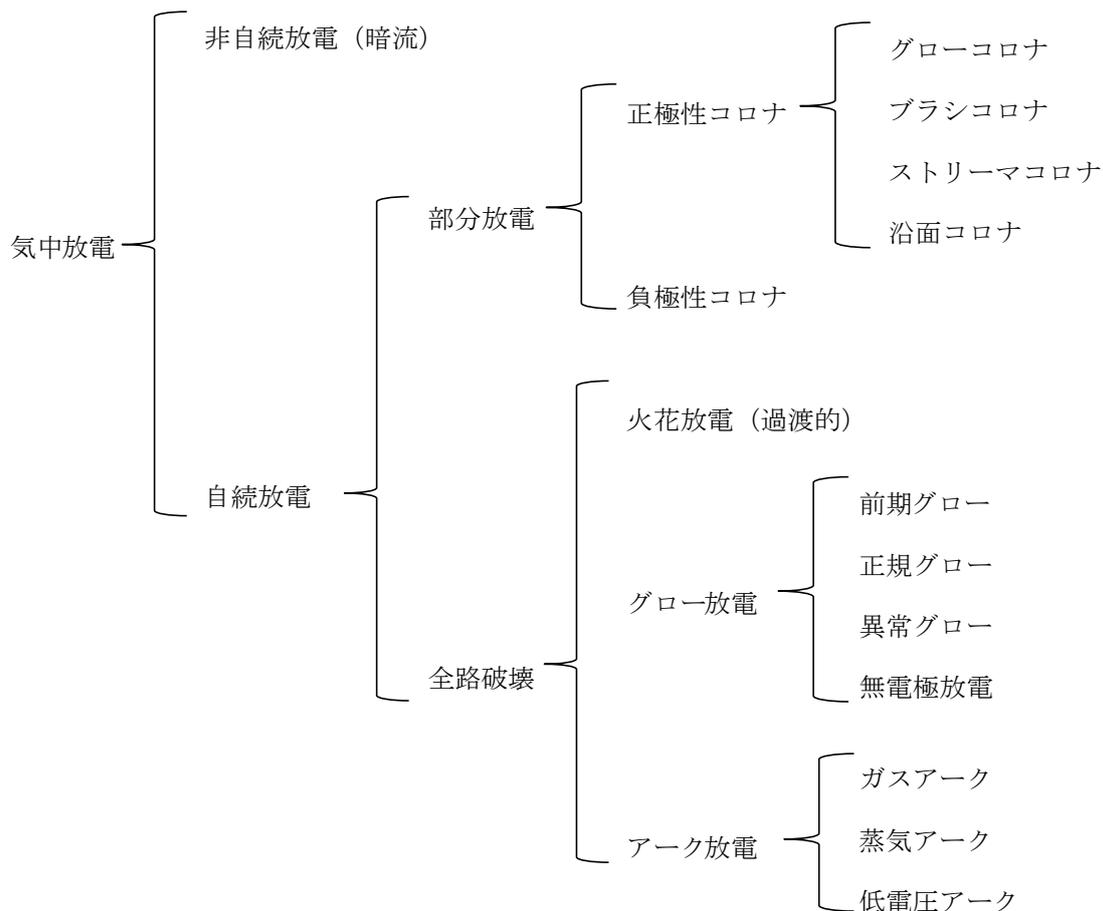
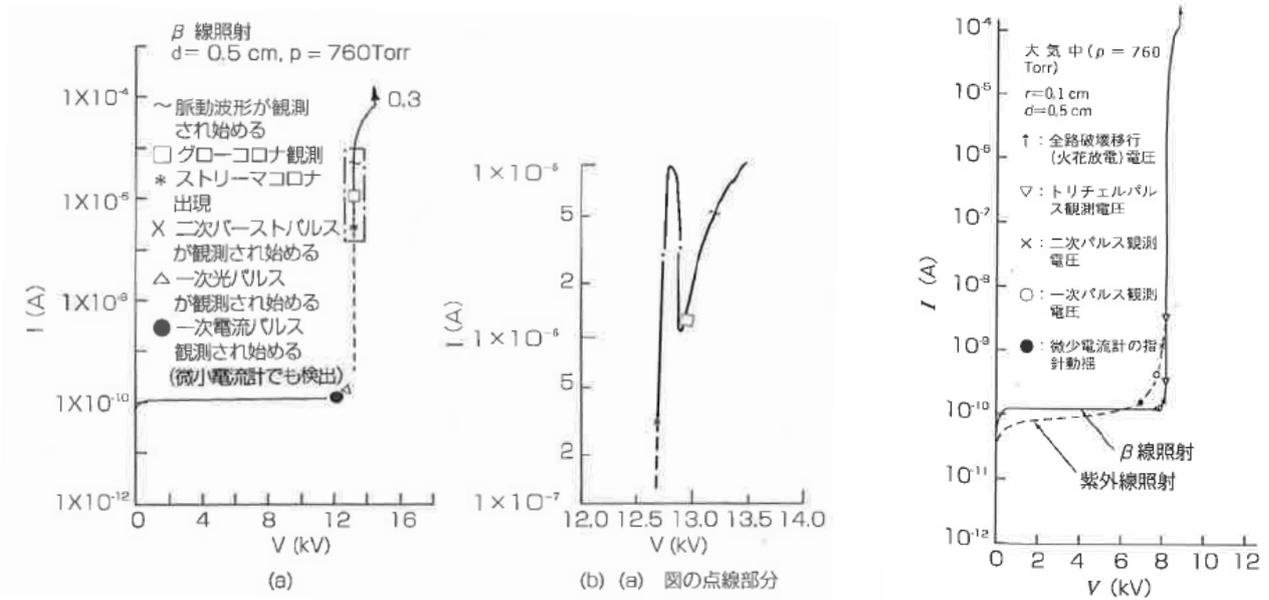
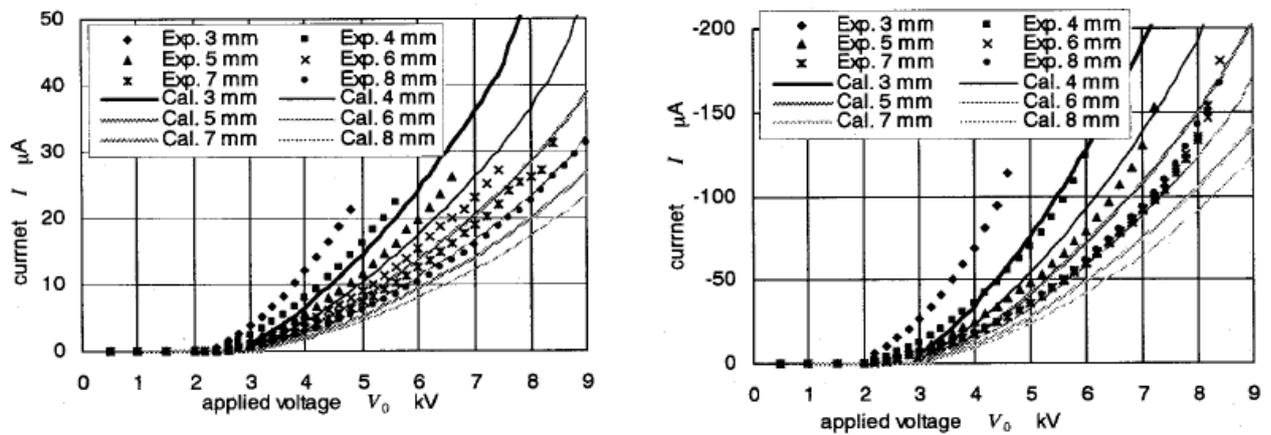


図 2.1 気中放電の種類<sup>(33)</sup>



(a) 正コロナの電圧特性 (b) (a)の拡大図 (c) 負コロナの電圧特性

図 2.2 正・負コロナの電圧特性<sup>(33)</sup>



(a) 印加電圧による正の放電電流 (c) 印加電圧による負の放電電流

図 2.3 同一電極の正・負電圧印加による放電電流の違い<sup>(32)</sup>

## 2.1.2 イオン飛散計算と電界計算の連成解析手法

ここでは、本研究が提案するイオンを粒子として表現し、イオン移動度モデルによりイオンの飛散を計算する手法と、イオンの電荷を考慮した FEM による電界計算の連成計算について述べる。図 2.4 は連成計算のフローを示す。まず、電極などイオン以外の形状に対し粒子を配置し、イオン発生前の電位と電界分布を FEM により計算する。次に、

電界強度の最大値がコロナ放電の閾値以上となるかを判定し、電界強度が閾値以上であれば発生したイオンを粒子として離散化して配置する。次に、FEM で計算された電界分布からイオン速度を計算して各粒子の位置を更新する。本稿では、イオン移動度による速度モデル化を行った。イオン位置が更新されると、空中に飛散しているイオンが持つ電荷を周囲の FEM 節点に分配する。また、イオンが誘電体に吸着される、または金属体に到達する場合には、それを考慮したイオン電荷の配分を行う。その後再び電界を計算し、計算が進んでいく。

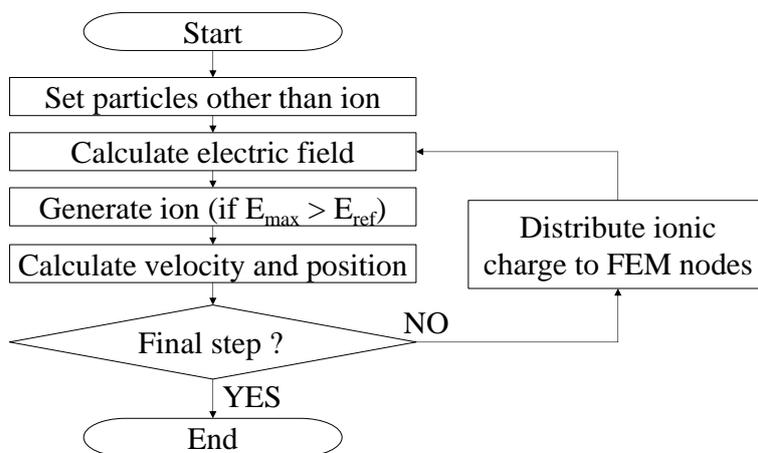


図 2.4 イオン軌跡計算と電界計算の連成解析フロー

### 2.1.3 イオン発生量のモデル化手法

前項で述べたように、コロナ放電は印加電圧や電極形状だけでなく、気体の種類や圧力、湿度など様々な要因の影響を受ける非常に複雑な現象である。本研究では、先行研究による実験結果から、イオン発生量を電界強度の関数としてモデル化を行った。具体的には、電界強度の絶対値  $E$  を変数とする式(2.1)によるモデル化を行った。 $I_{ion}$  は単位時間当りのイオン発生量 (= 放電電流)、 $E_{ref}$  は放電開始の閾値電界強度である。 $C_{ion}$ 、 $x_{ion}$  は実験結果をフィッティングするための定数である。

$$I_{ion} = \begin{cases} C_{ion} (E - E_{ref})^{x_{ion}} & (E > E_{ref}) \\ 0 & (E \leq E_{ref}) \end{cases} \quad (2.1)$$

各時刻における放電電流が計算し、1 ステップ当たりのイオン発生量  $Q_{ion}$  を式(2.2)によって計算した。 $\Delta t$  は時間刻み幅である。

$$Q_{ion} = I_{ion} \cdot \Delta t \quad (2.2)$$

#### 2.1.4 イオン移動度による速度モデル化手法

ここでは、イオン移動度の考え方と、イオン速度のモデル化について述べる。電界中に置かれたイオンはクーロン力により加速され、空気中の気体分子と衝突して運動量を失いながら終端速度に達する。その終端速度ベクトル  $\mathbf{v}_f$  と電界強度ベクトル  $\mathbf{E}$  の関係は式(3.3)で表され、比例係数  $K$  がイオンの移動度である。

$$\mathbf{v}_f = K\mathbf{E} \quad (2.3)$$

イオン移動度は、電界強度の他に、移動中の衝突する分子の密度や、(衝突する分子が持つエネルギーに相当する)温度、またイオン自身の質量、体積などに依存することが知られているが、Mason らの 1 温度理論<sup>(43)</sup>では、イオンの移動度は式(2.4)で計算される。ここで、 $\alpha$  は気体分子の分極率体積、 $\mu$  は換算質量である。この式で重要なことは、移動度はイオンが持つ電荷によらず、分子構造から求められる点である。

$$K = \frac{13.853}{\sqrt{\alpha\mu}} \quad (2.4)$$

一方、実験的にイオン度は、一様電界が形成されているドリフト管内でのイオンのドリフト速度から測定されている<sup>(44)-(45)</sup>。結果例を図 2.5 に示す。ドリフト速度は電界強度に比例し、正イオン移動度の測定値は  $E/p$  が小さい領域を除いては約  $1.95 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  で一定であった。大気圧は 760 Torr より、 $1 \text{ V}/\text{cm}\cdot\text{Torr}$  は大気圧下の電界強度では  $7.6 \text{ kV}/\text{m}$  に相当する。他の例<sup>(46)</sup>では  $1.1 \cdot 10^{-4} \sim 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  であつたり、また他の例<sup>(47)</sup>では  $2.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  程度であつたりとバラつきはあるが、大気中のイオン移動度は、 $1 \cdot 10^{-4} \sim 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  程度の値が知られている。また、一般に正イオンに比べて負イオンの移動度が大きい傾向にあることが知られている<sup>(33)</sup>。

これらのイオン移動度は一様な電界中で計測されたものであるなので、本稿で扱うような非一様な電界中での妥当性について考察する。本稿は、針電極から数十 mm 先までイオン飛散を扱うことを目的とするため、電極近傍の非常に強い電界から、空中の弱い電界まで適用可能なイオン速度のモデル化が必要である。ここでは、イオンを微粒子と仮定し、空気抵抗の式を用いた終端速度モデルにより、電界中のイオンが終端速度に至るまでの時間を推定した。終端速度に至るまでの時間が計算の時間刻み幅に対して十分に小さければ、イオンは一瞬で終端速度に達し、それに至るまでの過渡速度は無視したモデル化が可能と考えられる。空気抵抗を加味した、一定加速度を受ける運動方程式は式

(2.5)となる。 $m$  は質量、 $d/dt$  は時間微分、 $u_x$  は x 方向の速度、 $a_x$  は x 方向の加速度、 $D$  は抗力を示す。他の 2 方向(Y、Z)成分はゼロとする。

$$m \frac{du_x}{dt} = ma_x - D \quad (2.5)$$

Newton の抵抗法則から、抗力  $D$  は式(2.6)となる<sup>(48)</sup>。 $C_D$  は抗力係数と呼ばれ、レイノルズ数  $Re$  の関数となる。 $\rho$  は流体密度、 $S$  は断面積を示す。

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho u_x^2 S \quad (2.6)$$

移動体が非常に小さく、層流として扱える範囲では、Stokes の法則より抗力係数は式(2.7)で与えられる。

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (2.7)$$

まず、イオンの分子構成を考慮してレイノルズ数を推定し、層流として扱えるかを検討する。大気中の放電では単一ガスと異なり、様々なイオンが生成されるが、先行研究による質量分析により図 2.6 のようなスペクトラムが得られている<sup>(49)</sup>。この結果より、正イオンを  $H_3O^+(H_2O)_{10}$  と仮定して議論を進める。 $H_2O$  の分子サイズは約  $0.275 \text{ nm}$ <sup>(50)</sup>であり  $H_3O^+$  も同程度の大きさと考えると、レイノルズ数を計算するための代表長さ  $L$  は  $H_3O^+(H_2O)_{10}$  で分子が全て一列に並んでいたとしても  $3 \text{ nm}$  程度となる。また、代表速度  $u$  は、コロナ放電が発生する電界強度が  $10^7 \text{ V/m}$  オーダ<sup>(32)</sup>であるので、イオン移動度を  $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$  とすると、 $2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$  となる。また、空気の動粘度  $\nu$  は  $20^\circ\text{C}$  で  $1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  であるので、レイノルズ数は式(2.8)となり、 $Re < 1$  で層流となる。

$$Re = \frac{uL}{\nu} = \frac{2 \cdot 10^3 \times 3 \cdot 10^{-9}}{1.5 \cdot 10^{-5}} = 0.4 \quad (2.8)$$

従って、層流の抗力係数の式(2.6)に式(2.7)を代入し式(2.9)が得られる。 $r$  は粒子半径であり、断面積  $S = 4\pi r^2$  を用いている。

$$D = 6\pi\mu r u_x \quad (2.9)$$

また、クーロン力による加速度はイオンの電荷  $q$  と電界の積であるため、式(2.10)が得られる。 $E_x$  は x 方向の電界を示し、速度と同様他の 2 方向成分はゼロとする。

$$m \frac{du_x}{dt} = qE_x - 6\pi\mu r u_x \quad (2.10)$$

ここで、終端速度  $v_f$  においては加速度がゼロとなることより、式(2.3)の終端速度を式(2.10)に代入し、式(2.11)が得られる。

$$0 = qE_x - 6\pi\eta r u_f = qE_x - 6\pi\eta r \cdot KE_x \quad (2.11)$$

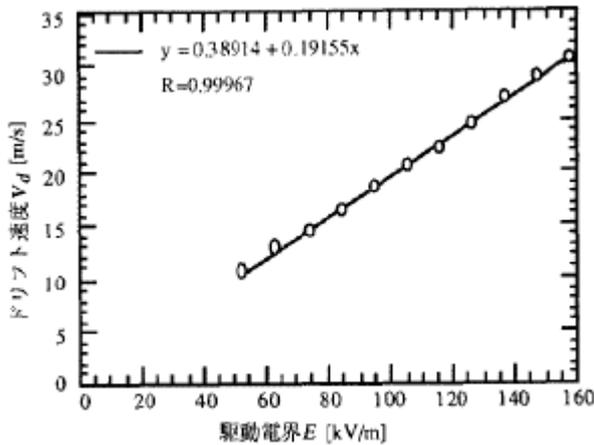
これを式(2.5)に代入すると、速度に関する 1 階の微分方程式(2.12)が得られる。

$$m \frac{du_x}{dt} = qE_x - \frac{q}{K} u_x \quad (2.12)$$

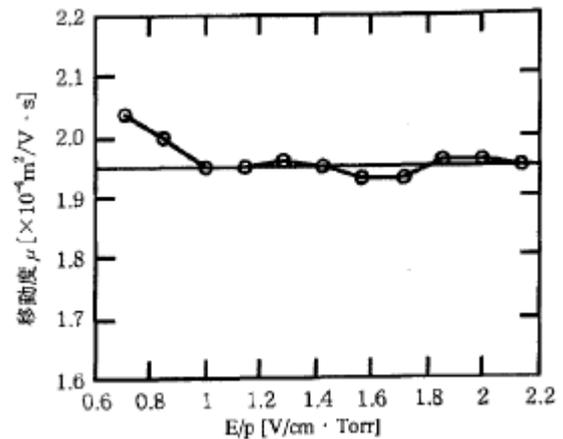
この式を解いて、空気抵抗を考慮した速度は式(2.13)となる。

$$u_x = v_f \left( 1 - e^{-\frac{q}{mK}t} \right) \quad (2.13)$$

先ほど代表的な正イオンとしたに  $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_{10}$  においては、 $q$  は単位電荷で  $1.60 \cdot 10^{-19}$  C、質量  $m$  は分子量をモル数で割って  $2.58 \cdot 10^{-25}$  kg と計算される。移動度  $K$  を  $2 \cdot 10^{-4}$   $\text{m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$  とすると、 $u_x/v_f$  は図 2.7 のようになり、約  $1 \cdot 10^{-9}$  s の非常に短い時間で終端速度に達する計算となる。従って、一様でない電界中にイオンが存在する場合も、イオン速度は一瞬で終端速度に達するとしてモデル化が可能であると考えられる。



(a) 正イオンのドリフト速度



(b) 正イオンのイオン移動度

図 2.5 気中正イオンのドリフト速度とイオン移動度実験結果 (45)

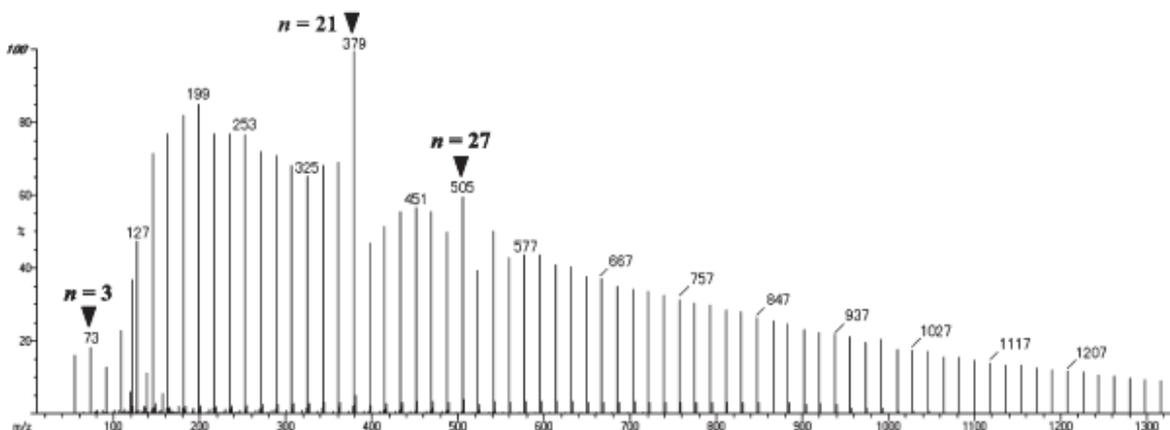


図 2.6 空気中の放電時の  $\text{H}_3\text{O}^+(\text{H}_2\text{O})_n$  正イオンの質量分析実験結果<sup>(49)</sup>

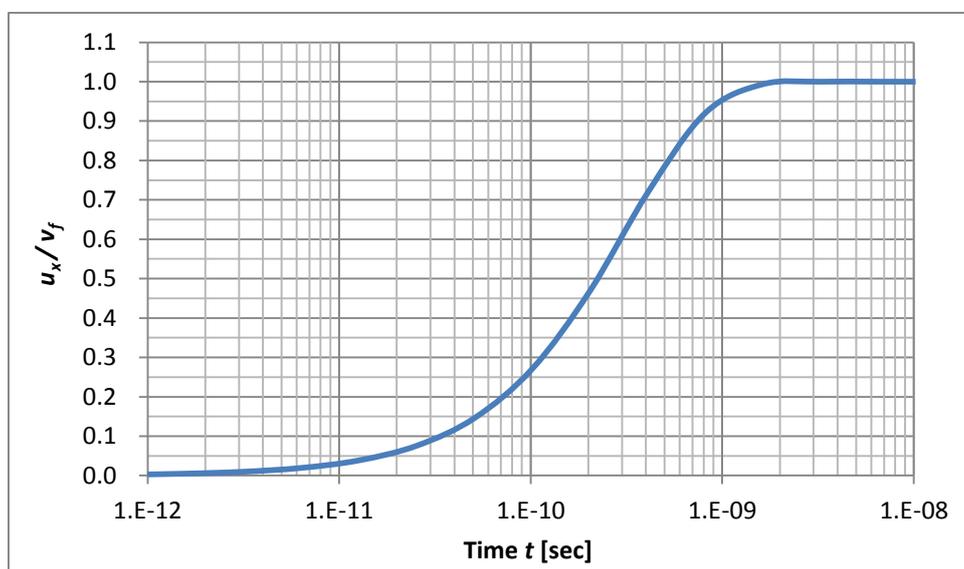


図 2.7 終端速度に達するまでの速度変化

### 2.1.5 イオン電荷の FEM モデルへの適用手法

ここでは、イオンが持つ電荷を FEM で考慮するための手法を示す。本研究で扱うイオンの状態として、(1)空中の飛散イオン、(2)誘電体への吸着イオン、(3)金属体への吸着イオン、の 3 種類を考慮する。その模式図を図 2.8 に示す。コロナ放電は針-円筒電極間の印加電圧により針電極先端で発生する。筐体など誘電体にイオンが到達、吸着された場合は、その吸着イオンの電荷を FEM の真電荷として考慮する。また、絶縁された金属体へのイオン吸着は電位変化としてモデル化する。

その具体的な手法を述べる。まず(1)空中の飛散イオンについて。空中の各イオンに対

して、最も近い FEM 要素を要素  $X$  とする。最も近い”要素”を求めるのは、FEM において電界強度は要素ベクトルデータとして得られるためである。要素  $X$  が求まると、空中イオンが持つ電荷  $q_{ion\_air}$  は、要素  $X$  を構成する FEM の節点に式(2.14)によって等分した。 $q_{node}$  は FEM の各節点に配分される電荷、添え字  $i$  は要素  $X$  を構成する各節点を示す。 $N$  は要素を構成する節点数であり、三角錐要素であれば  $N = 4$ 、三角柱要素であれば  $N = 6$  である。 $q_{ion\_air}$  の添え字は要素  $X$  が最も近いことを示す。また総和を取るのは、要素  $X$  が最も近い要素となるイオンが複数ある場合を含めるためである。

$$q_{node}^i = \frac{1}{N} \sum q_{ion\_air}^X \quad (2.14)$$

次に(2)誘電体への吸着イオンについて。本稿では、図 2.8 の(2)のように電極間の誘電体へのイオン吸着を考慮した。イオンが誘電体に達すると吸着と判定し、一度吸着されたイオンはファンデルワールス力<sup>(51)</sup>によってその場所に留まると仮定してモデル化した。このため、誘電体の外周を構成する節点のうち、吸着判定されたイオン位置に最も近い2つを  $p_1$ 、 $p_2$  とし、それぞれからイオンまでの距離を  $L_1$ 、 $L_2$  とすると、誘電体に吸着されたイオンの電荷は式(2.15)によって分配した。 $q_{node}$  は FEM の各節点に配分される電荷、添え字は節点を示す。 $q_{ion\_accum}$  は誘電体に吸着されたイオンの電荷を示し、添え字は、最も近い節点が  $p_1$ 、 $p_2$  であることを示す。この式より、誘電体に吸着されたイオンの電荷は、最も近い2節点に、その距離に応じて分配される。

$$q_{node}^{p_1} = \sum \frac{L_2}{L_1 + L_2} q_{ion\_accum}^{p_1, p_2} \quad (2.15)$$

$$q_{node}^{p_2} = \sum \frac{L_1}{L_1 + L_2} q_{ion\_accum}^{p_1, p_2}$$

最後に(3)金属体への吸着イオンについて。本稿で扱う金属体は絶縁されており接地面に対して容量性結合されている。このため、イオン  $i$  が到達する前の金属体の電位を  $V_t$ 、到達後の電位を  $V'_t$  とし、結合の容量を  $C_t$  とすると、式(2.16)の関係が成り立つ。 $q_{ion\_t}$  は金属体に到達したイオンの電荷を示す。金属体の電位は、FEM で電位を計算する際、固定電位の境界条件として与えられる。

$$V'_t = V_t + \frac{\sum q_{ion\_t}^i}{C_t} \quad (2.16)$$

以上のように、(1)空中の飛散イオン、(2)誘電体への吸着イオン、(3)金属体への吸着イオン、それぞれが持つ電荷を FEM のモデルに適用させた。

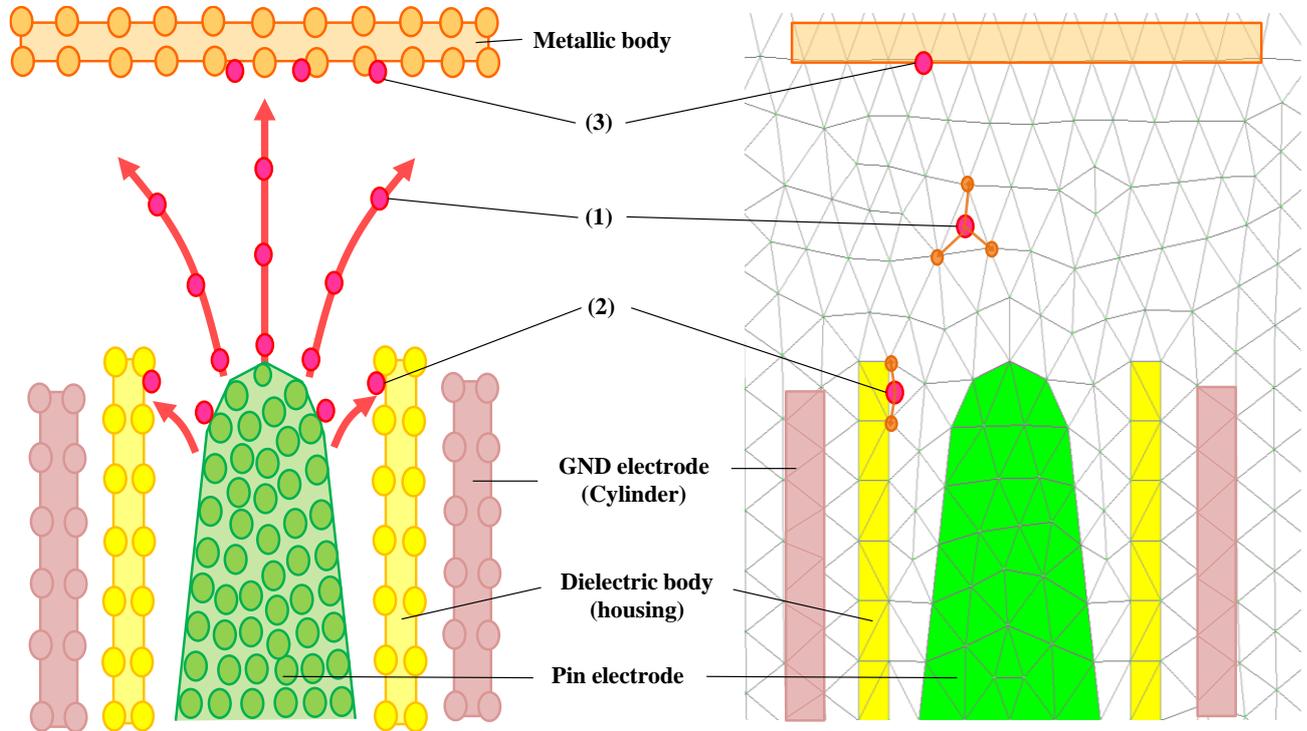


図 2.8 電極、誘電体、金属体の構成と、各イオンの粒子・FEM モデル図

### 2.1.6 イオン電荷を考慮した FEM の離散化手法

電位の支配方程式は、式(2.17)のポアソンの式である。 $\epsilon$ は誘電率、 $\phi$ は電位（スカラーポテンシャル）、 $\rho_v$ は真電荷の体積電荷密度である。

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) = -\rho_v \quad (2.17)$$

真電荷が存在しない場合、式(2.17)の右辺をゼロとした式(2.18)のラプラスの式となる。

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) = 0 \quad (2.18)$$

この式を計算するには、変分原理による離散化を行い、系の持つエネルギーが最小となるようエネルギーを表す汎関数を用いて電位を計算する。空間の電界ベクトルを  $\mathbf{E}$ 、電束ベクトルを  $\mathbf{D}$  としたとき、静電界におけるエネルギー  $\chi$  は式(2.19)となる<sup>(52)</sup>。 $V$ は体積、 $\phi$ は電位、 $\rho_v$ は真電荷の体積電荷密度である。

$$\chi = \int_V \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} dV - \int_V \phi \rho_v dV \quad (2.19)$$

誘電率が等方性な場合、電界ベクトルを  $\mathbf{E}$ 、電束ベクトルを  $\mathbf{D}$  とすると、電界が電位

の勾配で与えられることから、式(2.19)は式(2.20)となる。 $\varepsilon$ は誘電率である。

$$\chi = \frac{1}{2} \varepsilon \int_V \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} dV - \int_V \phi \rho_v dV \quad (2.20)$$

この系におけるエネルギーが最小になるには、式(2.20)をポテンシャルで微分した値がゼロとなればよい。従って、式(2.21)が得られる。ここで、添え字  $e$  は要素  $e$ 、 $ie$  は要素  $e$  を構成する節点  $i$  に注目することを示す。

$$0 = \int_V \left\{ \frac{\partial \phi^e}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_{ie}} \left( \frac{\partial \phi^e}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi^e}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_{ie}} \left( \frac{\partial \phi^e}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi^e}{\partial z} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_{ie}} \left( \frac{\partial \phi^e}{\partial z} \right) \right\} dV - \frac{\rho_v}{\varepsilon} \int_V \frac{\partial \phi^e}{\partial \phi_{ie}} dV \quad (2.21)$$

右辺の第2項が真電荷を含む解行列となる。本稿のモデルでは、空中イオンの電荷と誘電体の帯電による電荷が相当するが、これらは既に節点に分配されているため、その分配された電荷を誘電率で割って、そのまま解行列に代入する。この式を FEM の各節点に対して計算し連立方程式を解くことで、電位分布が求められる。電位  $\phi$  が求められると、電界ベクトル  $\mathbf{E}$  はその勾配を取って式(2.22)のように計算される。

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (2.22)$$

以上のようにして、イオンが持つ電荷を真電荷として FEM の節点に配分した場合の電界分布が計算される。

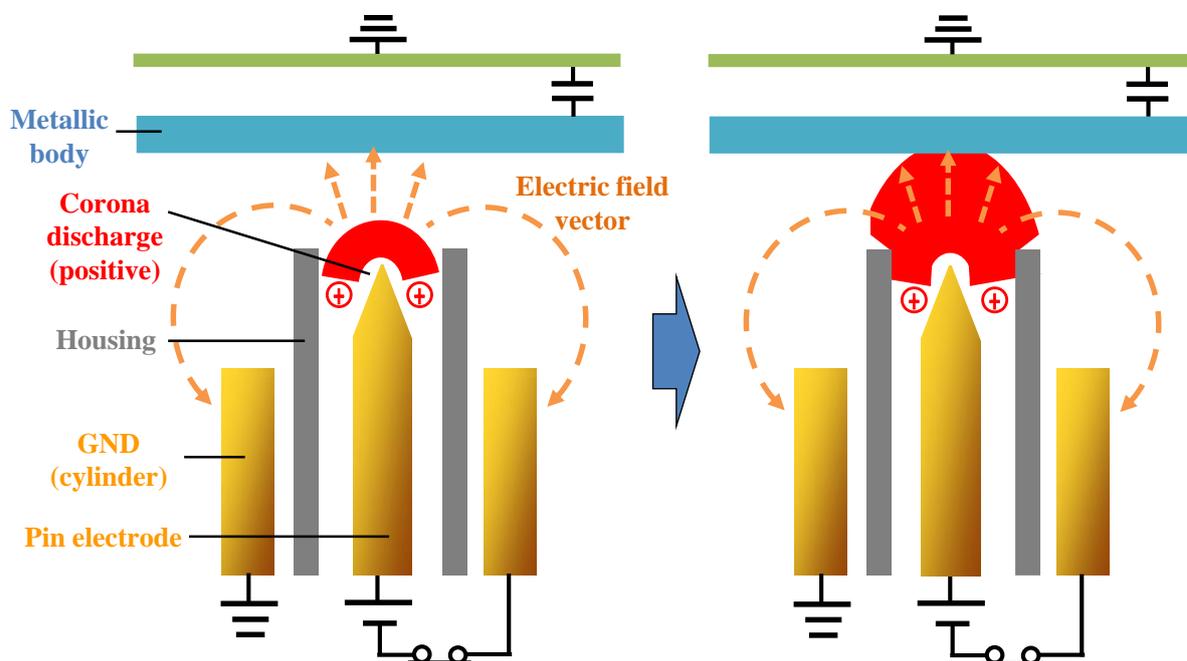
## 2.2 解析モデル

### 2.2.1 針電極から金属板へのイオン飛散現象

図 2.9 に、本研究が扱うイオン飛散現象のイメージ図を示す。イオン発生源となる針電極には正の高電圧が印加されており、それを囲む円筒電極が接地されているため、電極間電圧による電界が形成され、針電極先端でコロナ放電が発生する。針電極は、保護・絶縁のための円筒状の誘電体(筐体)の中に入っており、一部の飛散イオンは前方に飛散することなく、この誘電体の内側に吸着される。また、電極から離れた場所には絶縁された金属体が設置されており、接地面との間に容量性結合している。金属体は初期状態で負の電位に設定されている。針電極で発生した正イオンを集めるコレクタの役割を果たし、その電位変化によって、金属体に到達したイオンの電荷量を計測する。

針電極が正の高圧、円筒電極が接地、金属体が負電圧に設定されるため、電界ベクトル

ルは針電極から円筒電極と金属体に向かう。イオンは電界ベクトルの向きに速度を持つため、針電極から発生したイオンはこの電界に沿って飛散する。

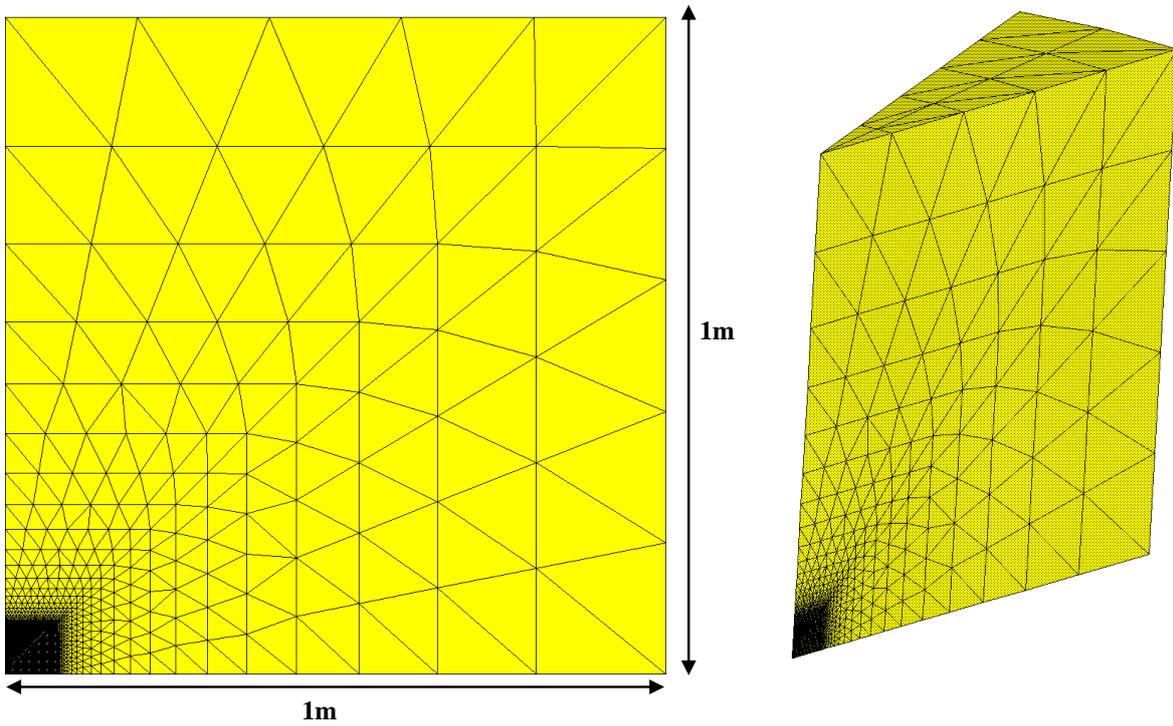


(a) イオン発生直後の飛散イメージ図 (b) ターゲット到達時の飛散イメージ図

図 2.9 針電極から金属体へのイオン飛散のイメージ図

## 2.2.2 FEM モデル

電界計算のための FEM メッシュモデルを図 2.10 に示す。モデル全体の断面サイズは  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  であり、軸対称性から、回転角  $20^\circ$  を 2 層に分割した軸対称モデルとして作成した。図 2.11 は、針・円筒電極と、誘電体(筐体)、コレクタとなる金属体周辺断面の拡大図を示す。ターゲットは直径  $150\text{ mm}$ 、厚さ  $1\text{ mm}$  の円盤であり、針先から  $50\text{ mm}$  離れて設置した。針電極に正の高電圧を印加、円筒電圧は接地とし、金属体の電位は初期状態では  $-1\text{ kV}$  とした。図 2.12 に電極、誘電体周辺の拡大図と、針先端の拡大図を示す。針の先端径は直径  $200\text{ }\mu\text{m}$  の半球形状であった。誘電体は樹脂であり、比誘電率  $\epsilon_r$  は  $2.0$  とした。従って、電界計算においては、針電極、円筒電極、金属体の 3 つにそれぞれ固定電位を境界条件として与えられる。金属体にイオンが到達すると、金属体の電位はイオンが持つ電荷分だけ変化する。また、空中に飛散したイオンや、誘電体に吸着されたイオンによる電荷を真電荷として考慮し、各ステップで電界分布を更新する。



(a) 断面メッシュ図

(b) 鳥瞰図(軸対称 20deg モデル)

図 2.10 FEM メッシュ全体図

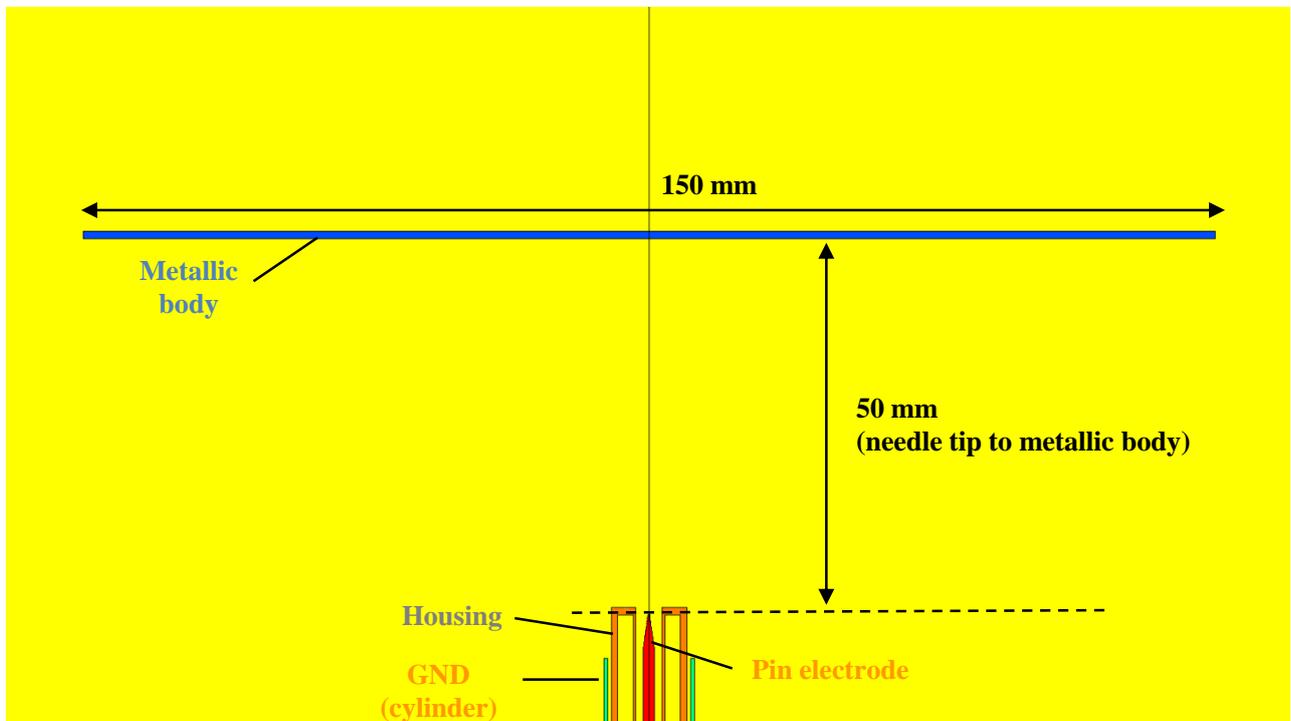
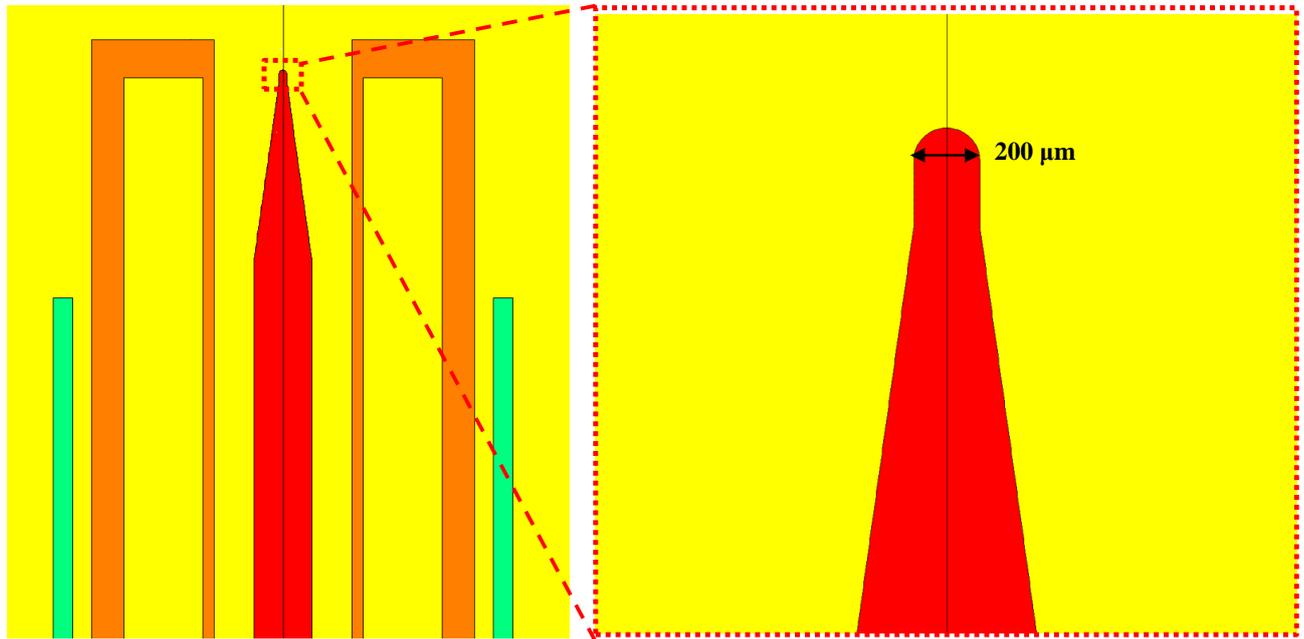


図 2.11 電極、誘電体と金属体周辺モデル断面図



(a) 電極、誘電体周辺モデル図

(b) 針電極先端のモデル図

図 2.12 電極、誘電体周辺と針電極先端のモデル図

### 2.2.3 粒子によるイオンモデル

イオン飛散を計算するための、イオンを除く粒子配置を図 2.13 に示す。本研究においては、イオンが電極から受ける引力・斥力などは電界分布として求められるため、粒子モデルではイオン以外は計算には関係せず、表示用である。

次に、イオンの粒子配置について述べる。コロナ放電では、針電極先端の局所的に強い電界が放電開始の閾値を超えた場合にイオンが発生する。図 2.14 に、針電極に +7.5 kV とした場合の、イオン発生前の電極・誘電体周辺と針電極先端の電界分布を示す。表示の最大値は最大電界強度の 47.5 kV/mm である。これより、針先の先端に非常に強い電界が集中していることが分かる。

本稿では、放電開始の閾値電圧  $E_{ref}$  として、先行研究<sup>(32)</sup>の 14.55 kV/mm を用いた。また、式(2.1)の放電電流モデルにおいて、電界強度とイオン発生量の関係を決める定数  $C_{ion}$ 、 $x_{ion}$  をそれぞれ、 $2.36 \cdot 10^{-20} \text{ Am}^2/\text{V}^2$ 、2.0 とした。これも、先行研究<sup>(32)</sup>において、針先端径が本稿と同じ直径 200  $\mu\text{m}$ 、電極間ギャップ 5 mm の結果から求めた。これより、放電電流  $I_{ion}$  は式(2.23)でモデル化した。単位は A(アンペア)、 $E$  の単位は V/m である。

$$I_{ion} = \begin{cases} 2.36 \cdot 10^{-20} \times (E - 1.455 \cdot 10^7)^{2.0} & (E > 1.455 \cdot 10^7) \\ 0 & (E \leq 1.455 \cdot 10^7) \end{cases} \quad (2.23)$$

放電電流に時間刻み幅を掛けることで、各ステップで発生するイオンの合計電荷量  $Q_{ion}$  が計算される。

次に、この合計電荷量を粒子に配分する方法について述べる。電界は針電極の先端に集中するため、針電極の先端にあらかじめ配置した粒子に、その位置における電界強度に応じて電荷を分配する。その粒子配置を図 2.15 に示す。針電極の先端を覆うように均等間隔をあけて配置した。一度に配置する粒子数は離散化の分解能となるため細かい方が望ましいが、その分計算コストが増大する。本稿では、軸対称性から断面にのみ粒子を配置し、各ステップで配置する粒子数  $N_p$  を 240 個とした。この  $N_p$  個の粒子に  $Q_{ion}$  を分配する方法を述べる。電界強度が強い場所で多くのイオンが発生すると仮定し、式 (3.24) により各粒子に電荷を分配した。  $q_{ion}$  が各粒子に分配される電荷量、  $\zeta_{ion}$  は各粒子に分配される割合を示す。添え字  $i$  は、粒子  $i$  への分配を示す。  $\zeta_{ion}$  は初期配置の粒子位置での電界強度  $E_{ion}$  と閾値電界強度  $E'_{ref}$ 、係数  $x'_{ion}$ 、軸対称モデルの中心軸からの距離  $r_{ion}$  を用いて。式 (3.25) で計算される。添え字は粒子  $i$  を示す。

$$q_{ion}^i = Q_{ion} \cdot \frac{\zeta_{ion}^i}{\sum_i \zeta_{ion}^i} \quad (3.24)$$

$$\zeta_{ion}^i = \begin{cases} (E_{ion}^i - E'_{ref})^{x'_{ion}} \cdot r_{ion}^i & (E > E'_{ref}) \\ 0 & (E_{ion}^i \leq E'_{ref}) \end{cases} \quad (3.25)$$

これより、各粒子が担う電荷量は、放電電流と同様に閾値電界以下ではゼロ、それを越えると電界強度と閾値電界の差分に応じて大きくなるようモデル化した。また、距離  $r_{ion}$  を掛けるのは、粒子を軸対称モデルの断面に配置する場合、各粒子はその円周分を代表するためである。式 (3.25) の分配量を決める  $E'_{ref}$  と  $x'_{ion}$  は、放電電流を計算する式 (3.23) と同じ、即ちそれぞれ  $2.36 \cdot 10^{-20} \text{ Am}^2/\text{V}^2$ 、2.0 としてモデル化した。電界強度が閾値電界以下であった粒子が担う電荷はゼロとなるが、その粒子は発生直後に消去して表示からも除外した。

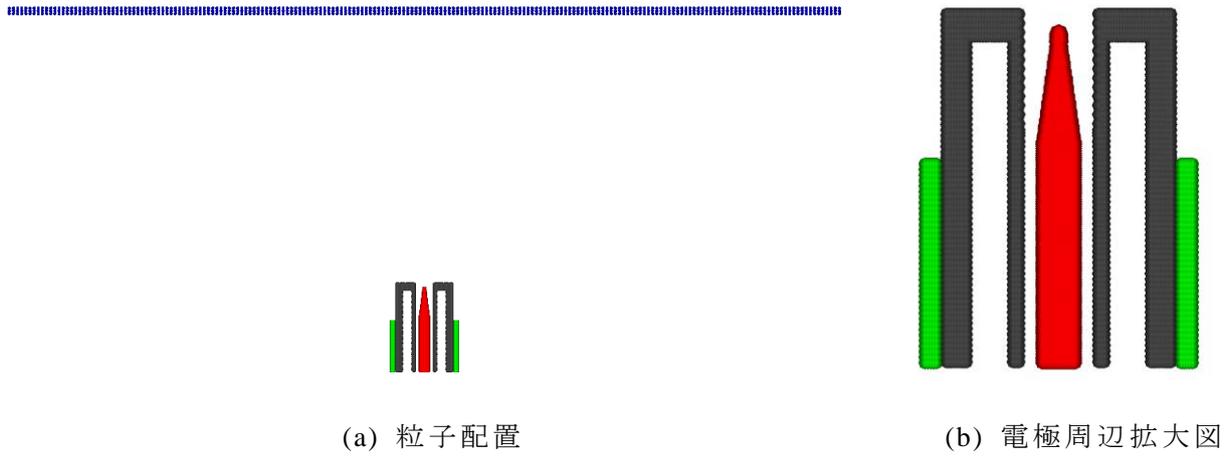


図 2.13 粒子解析のための粒子配置(イオン除く)

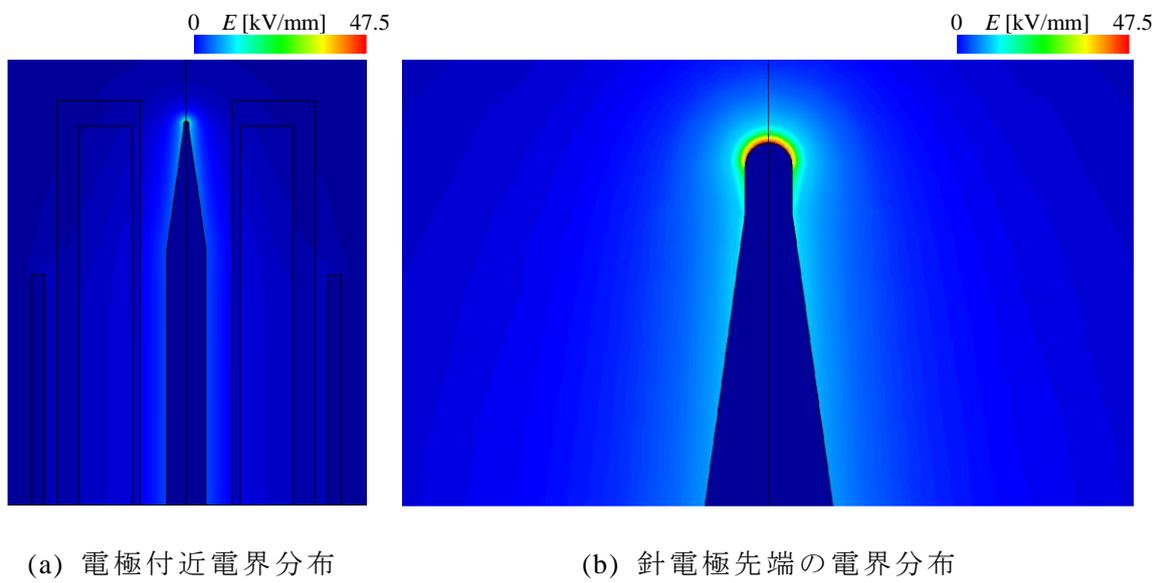


図 2.14 電極周辺及び針電極先端の初期電界強度分: 針+7.5kV、金属体-1V

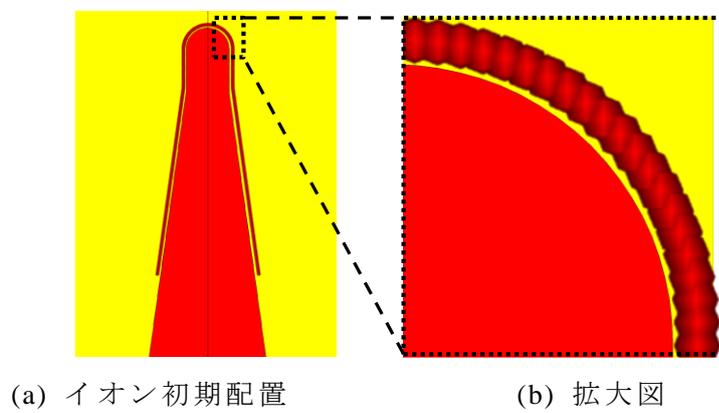


図 2.15 イオン初期配置

## 2.2.4 解析条件、諸元

解析条件と諸元をそれぞれ表 2.1 と表 2.2 に示す。円筒電極と金属体の初期電位は固定し、針電圧を変化させた。金属体は接地面との間に容量性結合をしており、その容量は 20 pF とした。これより、1 kV 電位を変化させるのに必要な到達イオンの電荷量は、 $2.0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  となる。また、イオン移動度は  $2.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Vs}$  とした。

解析諸元について。FEM の要素数は約 7.4 万であり、時間ステップは  $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ s}$  とした。計算の最大ステップ数は 10 万としたが、イオン到達によって金属体の電位が +0.1 kV に到達した時点で計算を終了した。解析時間は条件毎に異なるが、1.1 ~ 2.0 h であった。

表 2.1 解析条件

Voltage of pin electrode	+6.5 ~ +9.0 [kV]
Voltage of cylinder electrode	0 [V]
Initial voltage of metallic body	-1.0 [kV]
Capacitance of metallic body	20 [pF]
Relative permittivity of dielectric body	2.0
Ion mobility	$2.0 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2/\text{Vs]}$

表 2.2 解析諸元

Number of ion particles	240 for each step
Number of FEM elements	73944
Time interval of a step	$2.0 \cdot 10^{-6} \text{ [s]}$
Maximum step	Max. 100,000
Particle distance	7.8 [ $\mu\text{m}$ ]
Calculation time	Approx. 1.1 ~ 2.0 [h]

Used computer: Intel Core-i7 3.2 GHz

## 2.3 解析結果：金属体の電位を固定しない場合

ここからは、解析結果を述べる。針電極の電位が+7.5 kV での計算結果を中心に、イオン飛散の様子やイオン電荷による電位・電界分布の変化を示す。

### 2.3.1 針電極からのイオン飛散

図 2.16 に、針電極が+7.5kV で、金属体へのイオン到達が始まった時刻(2.2 ms)でのイオン飛散を示す。針電極から発生したイオンの内、誘電体に吸着されなかったものが金属体と円筒電極に向かって飛散する様子が見られた。この時点では金属体の電位は-1.0 kV である。図 2.17 は、イオンが金属体に到達し、金属体の電位が 0V に達した時刻(27.2 ms)のイオン飛散を示す。図 2.16 からイオンは更に空中に拡散し、金属体全面に到達する様子が見られた。

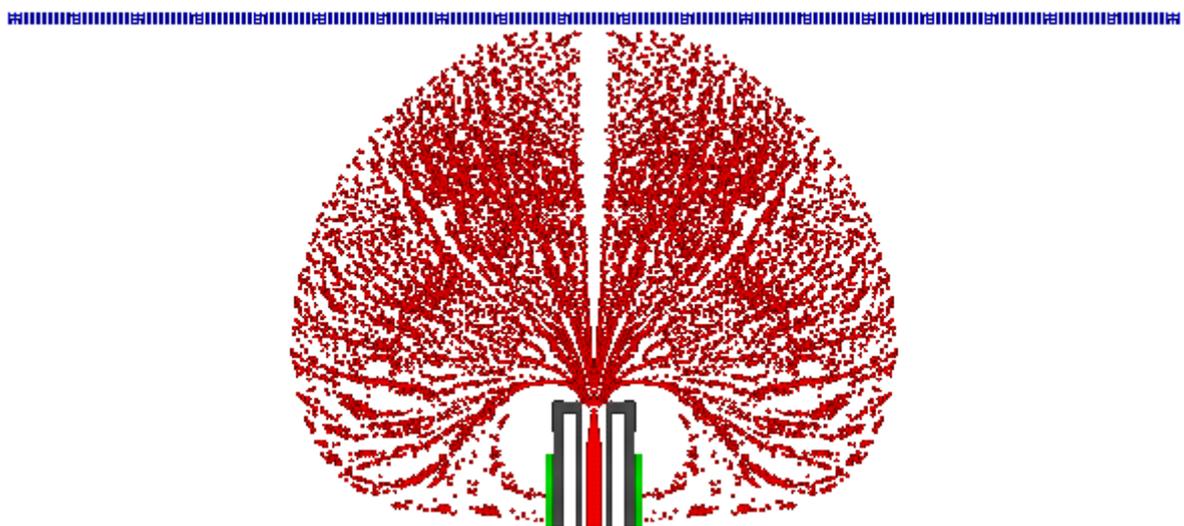


図 2.16 針電極+7.5 kV、2.2 ms (イオンが金属体に到達時) の飛散イオン

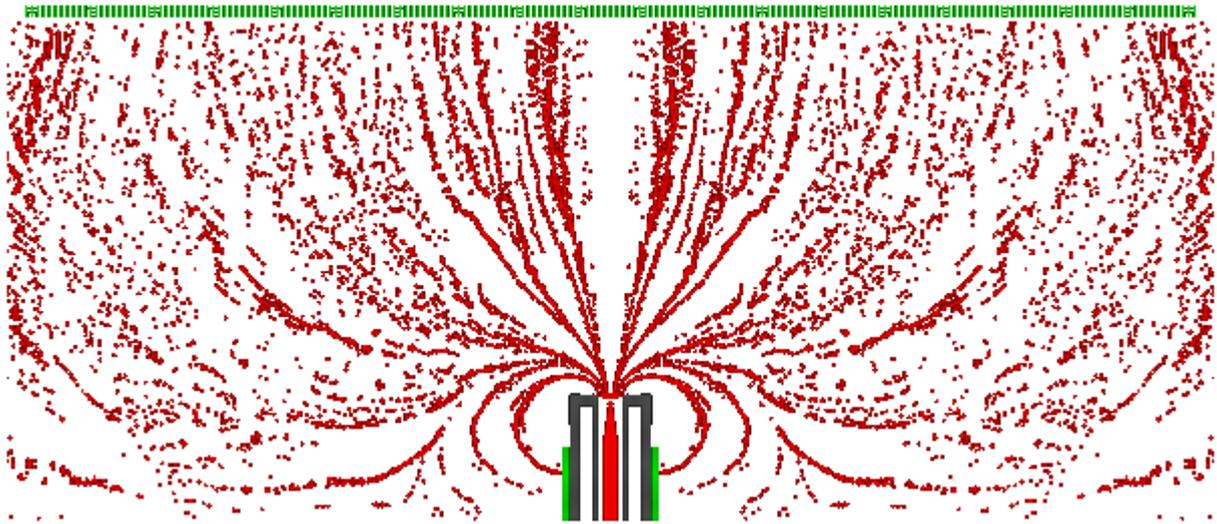


図 2.17 針電極+7.5 kV、27.2 ms (金属体の電位: 0 V 時) の飛散イオン

### 2.3.2 空間の電位分布の時間変化

図 2.18 から図 2.20 に、初期、金属体にイオン到達時(2.2 ms)、金属体 0 V 時(27.2 ms)における電位分布を示す。コンター表示範囲は、全て-1 ~ 7.5 kV である。初期状態では、針電極から円筒電極、金属体に向かって滑らかな電位勾配が見られた。イオンが金属体に到達した時点では、図 2.19 (a) では、図 2.16 でイオンが飛散している領域に、飛散イオンによる電位の上昇が見られた。針電極の先端近傍ではイオンの密度が高いため、電位の上昇は大きくなった。また、図 2.19 (b) では、空中イオンによる電位変化に加え、誘電体内側に帯電による電位変化が見られ、エッジ部で特に電位が上昇した。金属体の電位が 0 V となった時点では、図 2.20 (a) より、空間全体のイオン飛散により、更に広い範囲で電位が上昇していることが確認された。一方、図 2.20 (b) からは、2.2 ms 時点での電位分布との差分は確認できなかった。これは、2.2 ms 時点で誘電体の帯電が飽和しており、それ以降の吸着が発生しなかったためと考えられる。

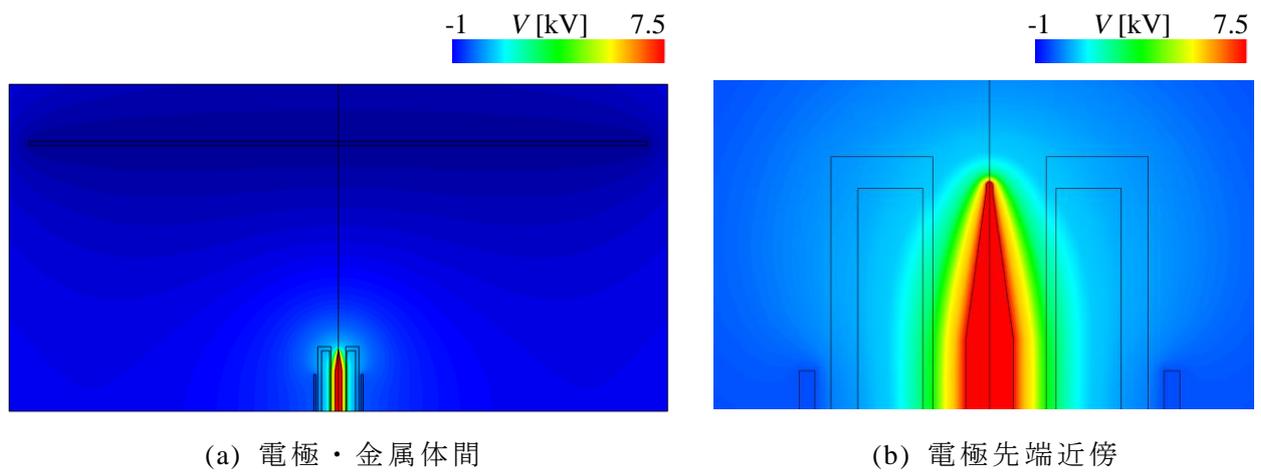


図 2.18 針電極+7.5 kV、初期状態の電位分布

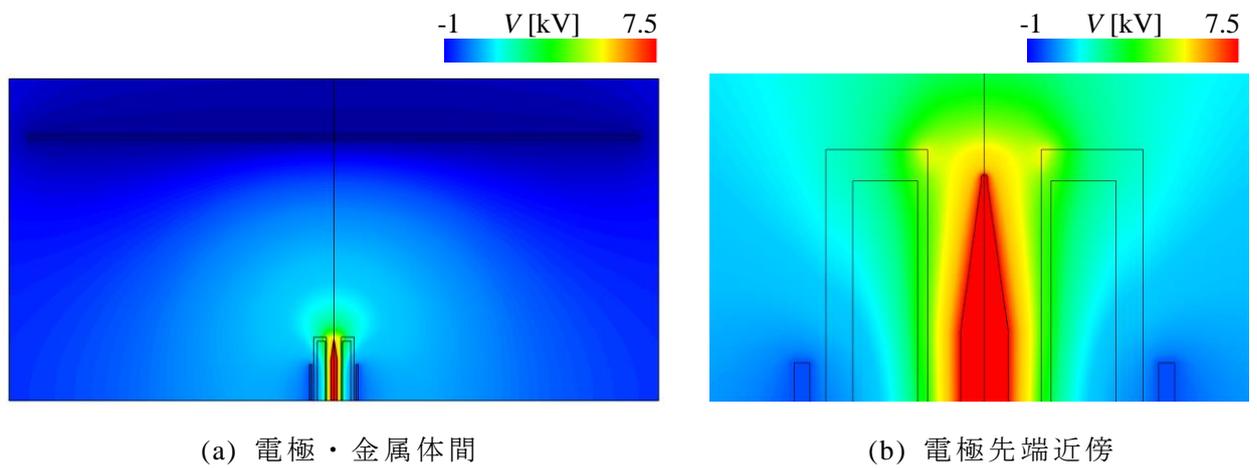


図 2.19 針電極+7.5 kV、2.2 ms (イオンが金属体に到達時) の電位分布

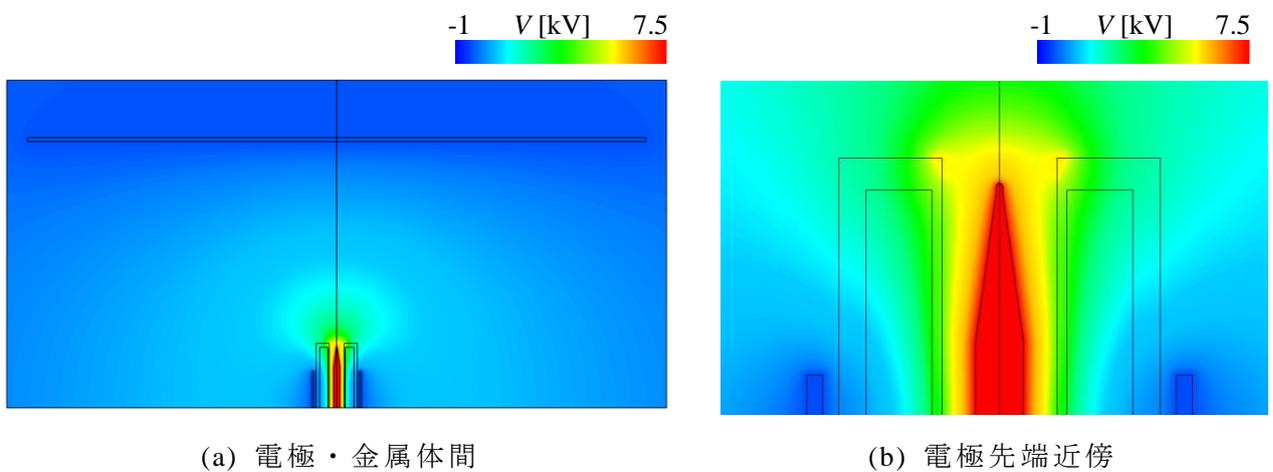
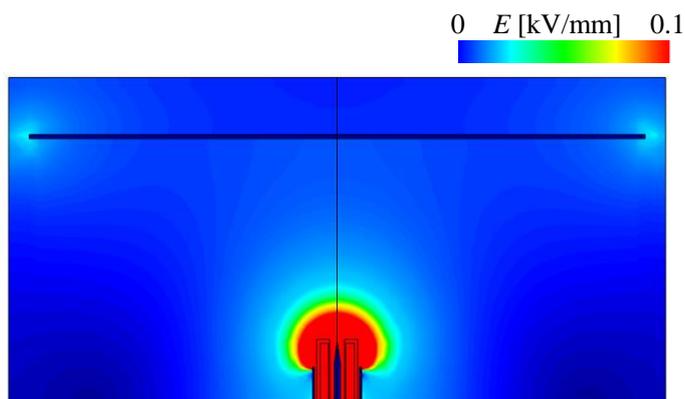


図 2.20 針電極+7.5 kV、27.2 ms (金属体の電位: 0 V 時) の電位分布

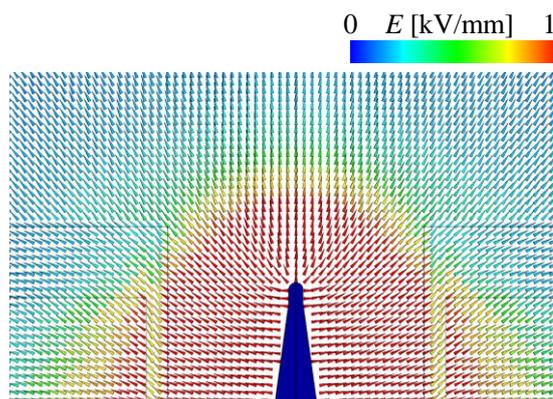
### 2.3.3 空間の電界分布の時間変化

図 2.21 から図 2.23 に、初期、金属体にイオン到達時(2.2 ms)、金属体 0 V 時(27.2 ms)における電界分布を示す。各結果での電界強度の最大値は次項で述べるように 10 kV/mm オーダであるが、空間の電界分布の強弱を見るため、ここでのコンター表示範囲は、空間全体で全て 0 ~ 0.1 kV/mm、電極先端付近で 0 ~ 1 kV/mm とした。初期状態では、図 2.21 (a) より、針電極先端から放射状に電界が強いエリアが広がっており、単純な距離減衰が見られた。図 2.21 (b) の電極先端の電界ベクトル分布も、針先端から周囲に放射する方向に電界が向くことが分かった。イオンが金属体に到達した時点では、図 2.19 (a) では、空中イオンによって出来た電位勾配により、金属体との間で電界強度が強まる様子が確認できた。また、図 2.22 (b) では、誘電体の帯電により、誘電体内側に、逆向きの電界が発生していることが確認された。この電界により、針電極先端で発生したイオンは誘電体にこれ以上吸着することが出来ず、誘電体の帯電が飽和したと考えられる。また、金属体の電位が 0 V となった時点では、図 2.23 (a) より、空中イオンによる金属体に向かうエリアで電界の上昇が見られるが、金属体近傍での電界は 2.2 ms 時点と比較すると弱くなっている。これは、金属体の電位が 0 V と上昇したため、電位の勾配が小さくなったためと考えられる。

以上の結果より、誘電体の帯電や空中イオンが持つ電荷、金属体の電位変化による電位・電界変化が定性的に確認された。

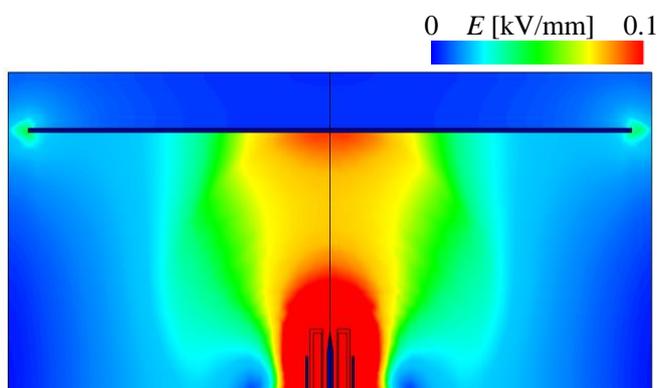


(a) 電極・金属体間

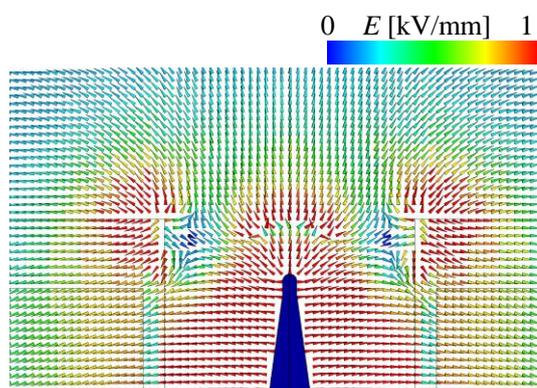


(b) 電極先端近傍

図 2.21 針電極+7.5 kV、初期状態の電界分布と電界ベクトル

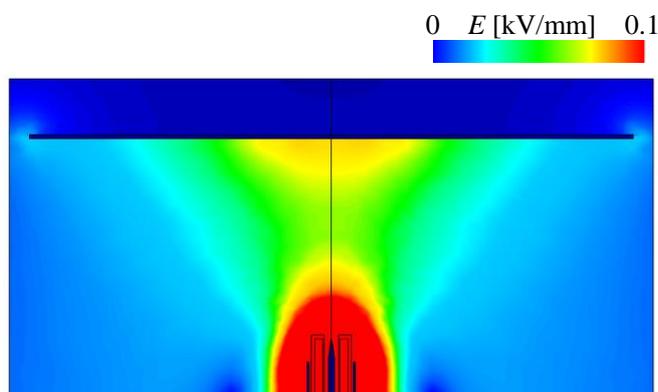


(a) 電極・金属体間

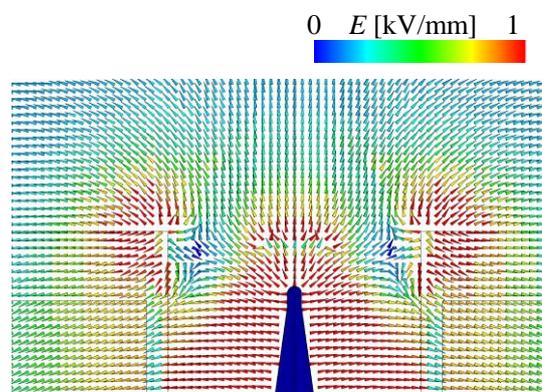


(b) 電極先端近傍

図 2.22 針電極+7.5 kV、2.2 ms (金属体に到達時) の電界分布と電界ベクトル



(a) 電極・金属体間



(b) 電極先端近傍

図 2.23 針電極+7.5 kV、27.2 ms (金属体の電位: 0 V 時) の電界分布と電界ベクトル

### 2.3.4 イオン到達による金属体電位の時間変化

ここでは、イオン到達による金属体の電位の時間変化について述べる。図 2.24 は、針電極の電圧を+6.5、+7.5、+8.5 kV とした場合の金属体の電位変化を示す。まず、最初の約 2 ms において電位は変化しないが、これはイオンの到達前のためである。その後、イオン到達により電位が上昇するが、いずれのグラフも、傾きが時間と共に若干小さくなるような電位変化のカーブとなった。これは、金属体の電位が上昇するに従って、金属体に向かう電界が小さくなり、単位時間当りに到達するイオン量が減少したためと考えられる。イオン発生から 22 ~ 35 ms 後に、金属体の電位は 0 V まで変化した。

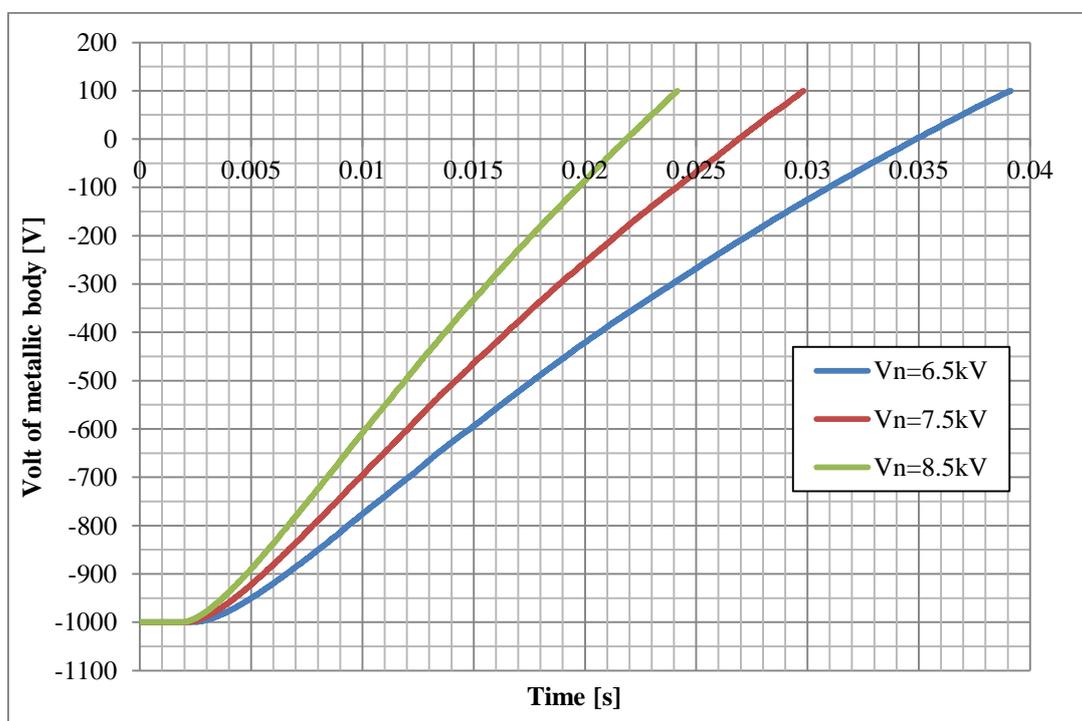


図 2.24 イオン到達による金属体電位の時間変化

### 2.3.5 誘電体帯電量の時間変化

ここでは、誘電体の帯電量の時間変化を述べる。図 2.25 は、針電圧を変えた場合での誘電体の合計帯電量の時間変化である。イオン発生直後からの急激な変化を見るため、横軸の時刻は対数で表示している。これより、いずれの電圧条件においても、1 ms 程度で誘電体の帯電が殆ど飽和した。これは、2.2 ms と 27.6 ms の針電極近傍の電位・電界分布に違いが確認できなかったことと一致する。また、帯電の飽和量は、針電極の電圧が高くなる程多くなった。針電圧が 6.5 kV の場合のみ、30 ms 以降にも帯電の増加が見

られたが、これは、金属体の電位変化に伴う電界によって、誘電体の上部などに若干のイオンが到達したためと考えられる。

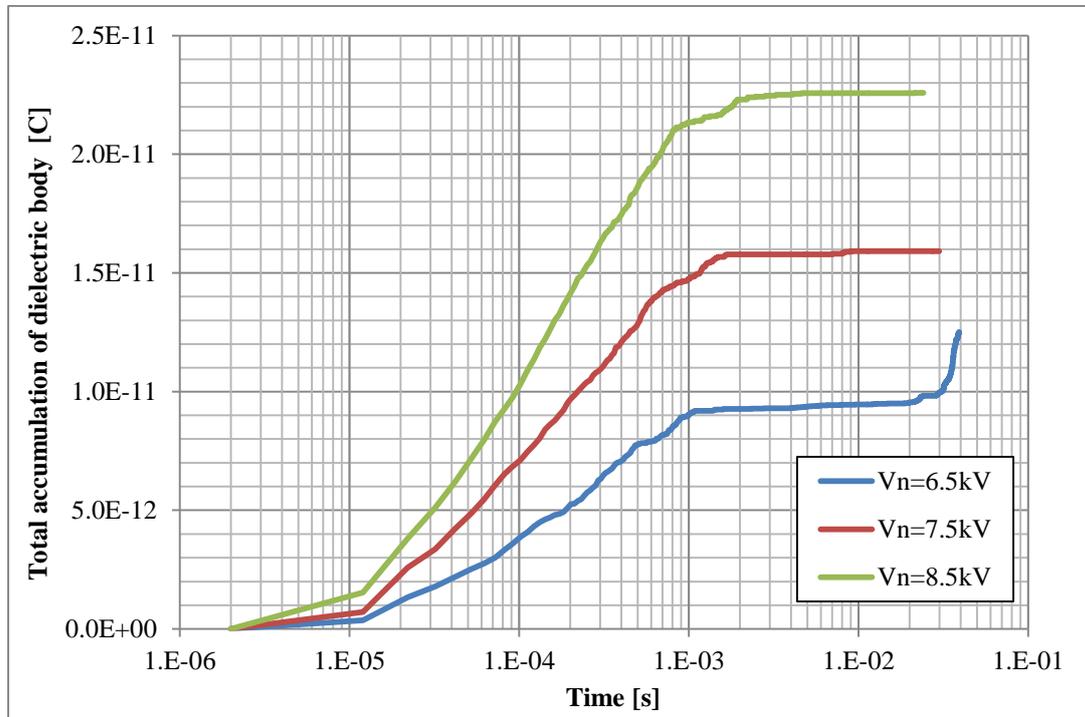


図 2.25 イオン吸着による誘電体の合計帯電量の時間変化

### 2.3.6 針先電界とイオン電流の時間変化

ここでは、針先の最大電界強度とイオン発生量の時間変化を述べる。図 2.26 は針先の最大電界強度である。イオン発生前は、針電極の電圧に従って針先の最大電界強度も変化する。しかし、時間が進むに従ってその差分は小さくなり、1 ms 以降には針電極の電圧によらず 20 ~ 24 kV/mm 程度の電界強度で推移する。これは、針電極の電位が高い場合、初期においては多くのイオンが発生するが、その分誘電体の飽和帯電量が多くなり、最終的には近い電界強度に落ち着いたためと考えられる。これは、図 2.25 で針電圧が高くなると誘電体の飽和帯電量が増加した結果と一致する。イオン発生 of 閾値電界は 14.55 kV/mm であるので、いずれの条件においてもイオン発生は継続する。

このため、図 2.27 に示すイオン発生量も初期状態から 1 ms 程度の間大きく減少し、いずれの条件でも 2  $\mu$ A 前後で推移する。これは、初期の値と比べると 1 桁小さい値になっている。これらの結果より、誘電体の帯電や空中イオンの電荷が電界強度やイオン発生量に与える影響は非常に大きく、それらを考慮したモデル化が必須と考えられる。

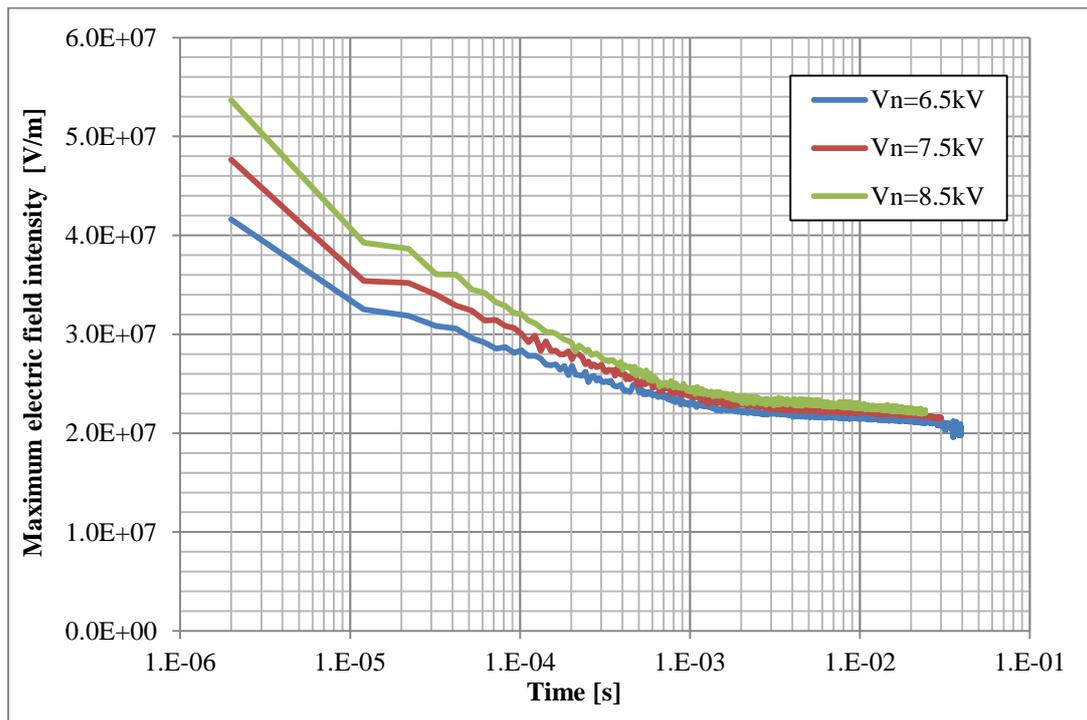


図 2.26 針先の最大電界強度の時間変化

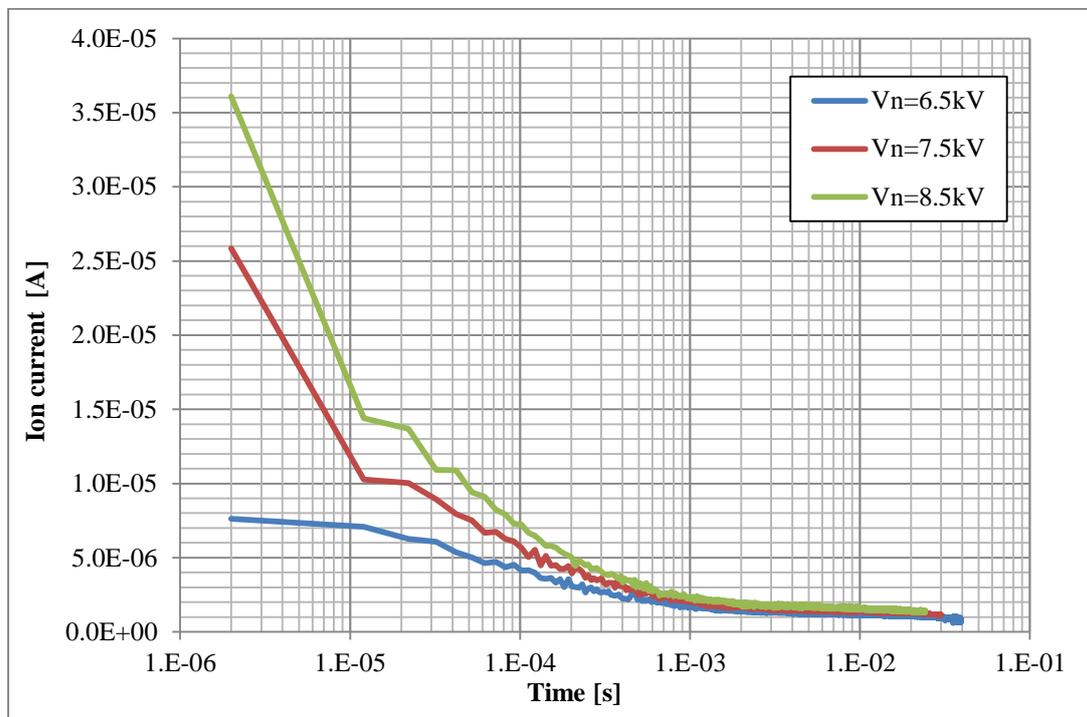


図 2.27 単位時間当りのイオン発生量 (放電電流) の時間変化

## 2.4 解析結果：金属体の電位を一定時間固定する場合

ここでは、イオン発生直後から 20 ms 間、金属体の電位を初期電位で固定した場合の計算結果と、実験結果の比較を述べる。実際の実験では、イオン発生開始(針電極への電圧印加)時刻と、金属体を絶縁する時刻を合わせることは困難であるため、イオンが発生している状態で、金属体を所定の電位を少し超えるまで(例えば所定の電位が -1 kV なら -1.1 kV など)他の電極と接続して充電して切り離される。ここでは、実験との比較のため、イオン発生から最初の 20 ms 間は金属体の電位を -1 kV で固定した場合の計算を行い、-1 kV から -0.1 kV となるまでの時間スパンを実験結果と比較した。0 V でなく -0.1 kV までの時間としたのは、実験結果に合わせるためである。

### 2.4.1 針電極からのイオン飛散

前節と同様に、針電極からのイオン飛散の計算結果を述べる。図 2.28 は、針電極 +7.5 kV での 20 ms (金属体の電位固定の解除時点)である。先ほどとは違い、イオン到達による電位変化が開始する時点でイオンは空中に拡散しており、全面にイオンが到達する結果が得られた。一方、図 2.29 は 42.8 ms で金属体の電位が 0 V となった時点でのイオンを示す。こちらには、図 2.17 で金属板の電位が 0 V となった時点でのイオン飛散と、大きな違いは見られなかった。

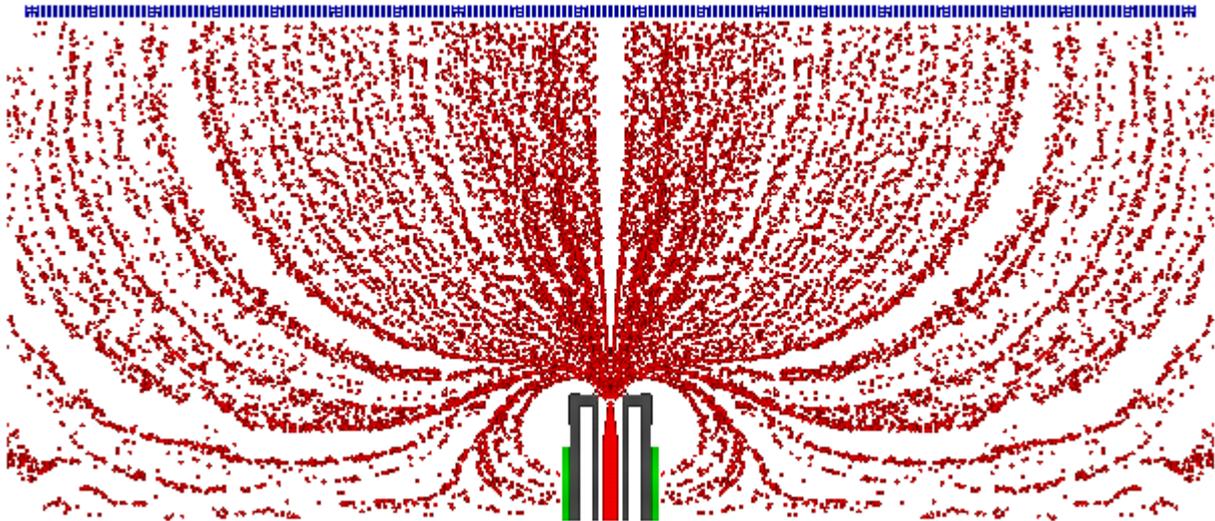


図 2.28 針電極+7.5 kV、20 ms (金属体の電位固定解除時) の飛散イオン

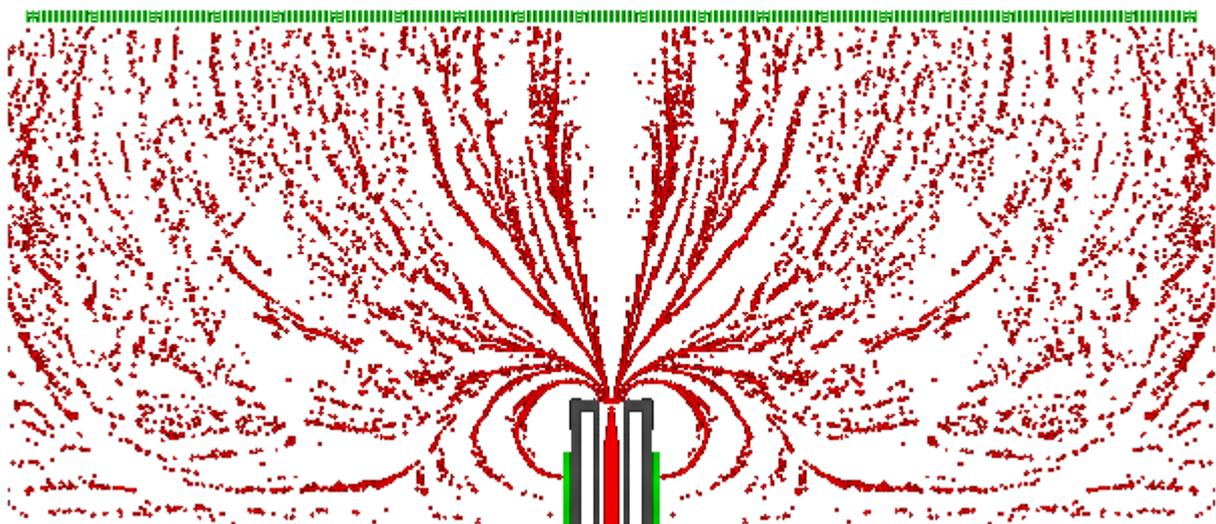


図 2.29 針電極+7.5 kV、42.8 ms (金属体の電位: 0 V 時) の飛散イオン

#### 2.4.2 空間の電位分布の時間変化

次に、20 ms と 42.8 ms での空間の電位分布を図 2.30 と図 2.31 に示す。図 2.30 (a) からは、金属体の電位固定を解除する時点で、空中に拡散したイオンによる電位の上昇が見られる。一方、図 2.31 (a) では、金属体の電位を固定しなかった結果(図 2.20 (a))との差は殆ど見られなかった。また電極先端近傍の電位分布では、電位固定を解除した時点で既に帯電が飽和している様子が見られた。

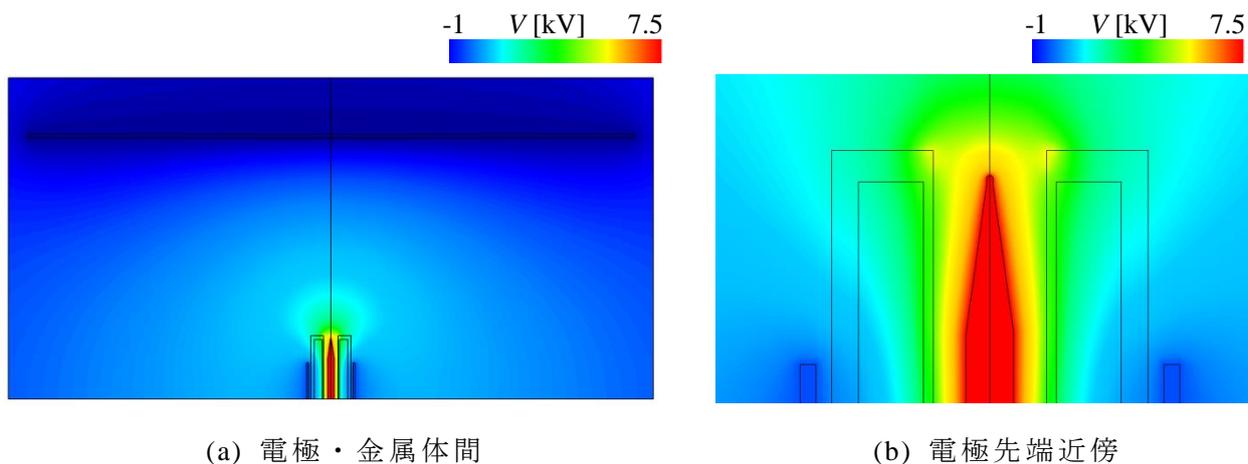


図 2.30 針電極+7.5 kV、20 ms (金属体の電位固定解除時) の電位分布

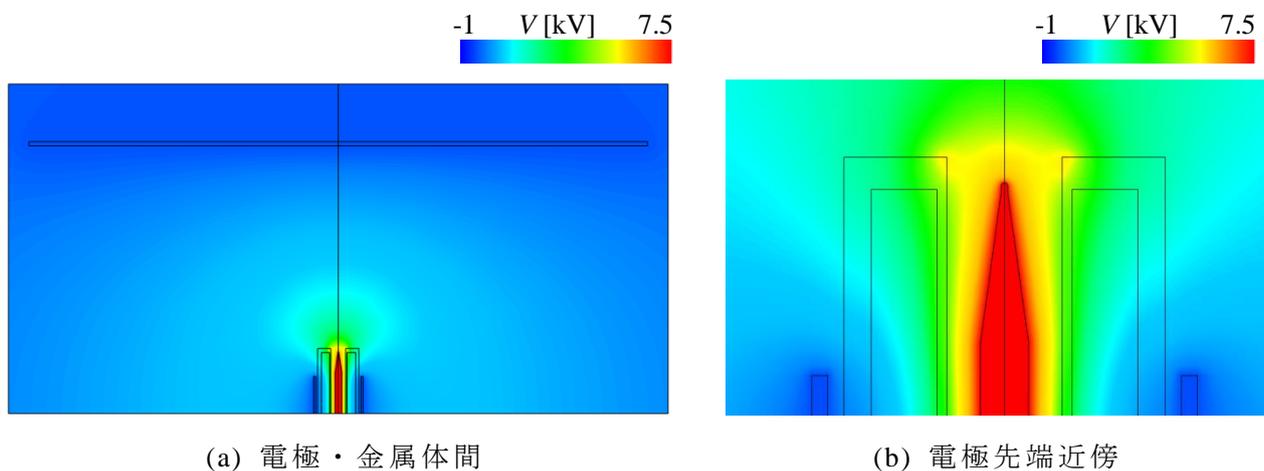


図 2.31 針電極+7.5 kV、42.8 ms (金属体の電位: 0 V 時) の電位分布

### 2.4.3 イオン到達による金属体電位の時間変化(実験・解析結果)

図 2.32 に、針電極+7.5 kV での金属体の電位変化の実験結果を示す。実験では、-1 kV となる時刻から、-0.1 kV となる時刻までの時間スパンを測定した。+7.5 kV では、その時間スパンは 22 ms であった。図 2.3 は、針電極の電位を変えた場合の金属体の電位変化の計算結果である。最初の 20 ms はイオン到達に拠らず電位は一定であり、20 ms 後から電位変化が開始する。但し実験結果に合わせるため、金属体の電位変化が始まる 20 ms をグラフの時刻ゼロとしている。針電極が+7.5 kV の計算結果では、電位が-1 kV から-0.1 kV になるまでに掛かった時間スパンは 20.1 ms であった。

次に、針電極の電位を変えた場合の、金属体が-1 kV から-0.1 kV まで変化するまでの時

間スパンをプロットしたものを図 2.34 に示す。青色の実線が実験結果、赤色□が計算結果である。また、本モデルを用いて、“空中イオンの電荷と誘電体の帯電の影響を無視して”イオン飛散を計算した結果を緑色○で示す。この計算では、空中イオンの電荷と誘電体の帯電量を FEM の計算点に分配せず、金属体の電位変化のみを考慮した電界計算を行った。針電圧を 7.0 ~ 9.0 kV とした場合の金属体の電位変化に要する時間スパンは、実験結果が 14 ms から 25 ms であるのに対し、計算結果は 14.7 ms から 22.7 ms と実験結果をよく再現した。一方、FEM でイオンの影響を無視した場合の計算結果は 0.6 ms から 1.2 ms であり、実際の 10 分の 1 以下となった。また、図 2.35 に、イオン電荷を無視した場合のイオン飛散分布を示す。電界分布にイオン電荷が考慮されていないため、イオン同士の反発による相互作用が考慮されず、空気中にイオンが拡散していないことが確認される。この結果からも、空中イオンの電荷や誘電体の帯電を考慮することで、実際の飛散イオンの挙動を再現し、制度良い計算が可能であるといえる。

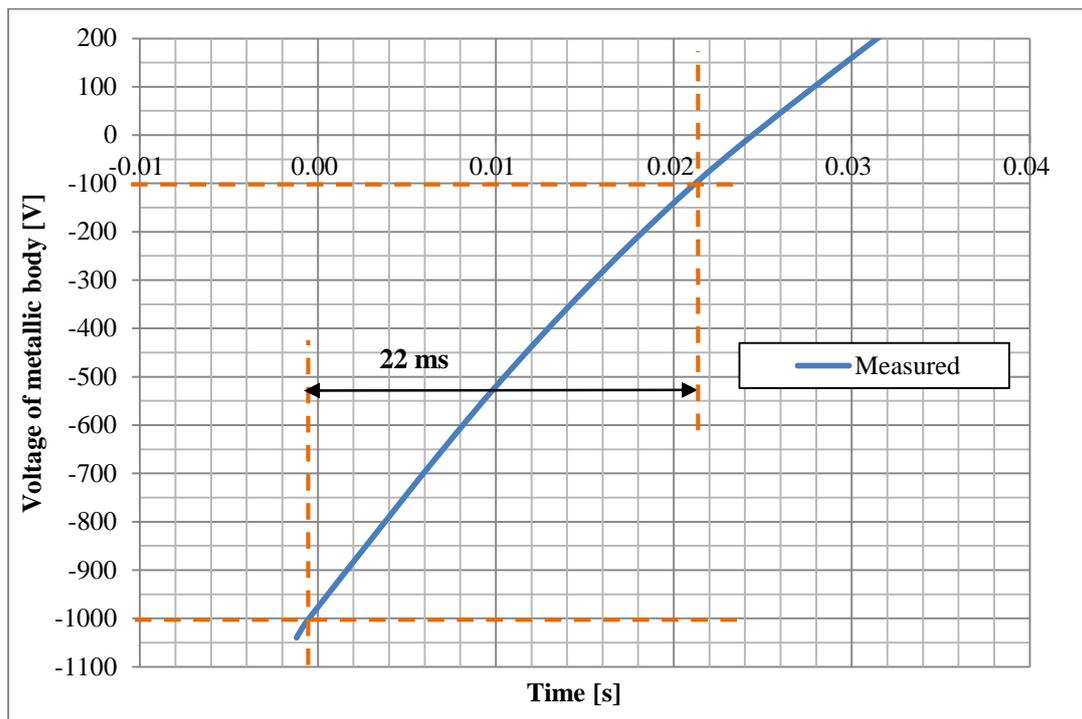


図 2.32 金属体電位の時間変化の実験結果 (針電位: +7.5kV)

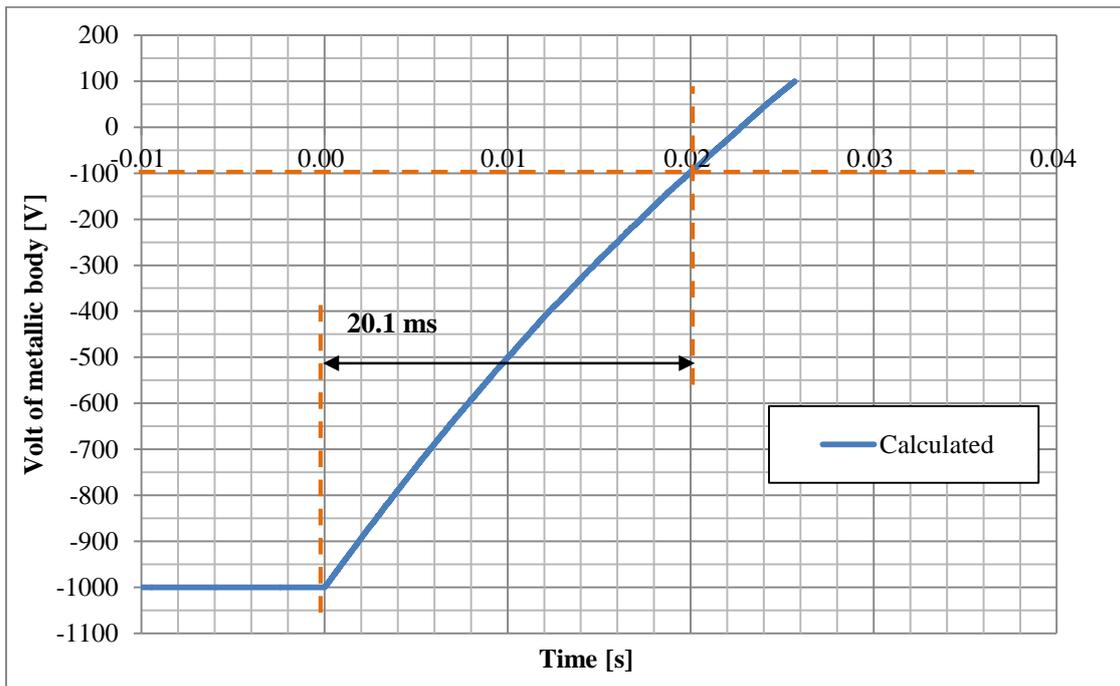


図 2.33 金属体電位の時間変化の計算結果 (針電位: +7.5kV)

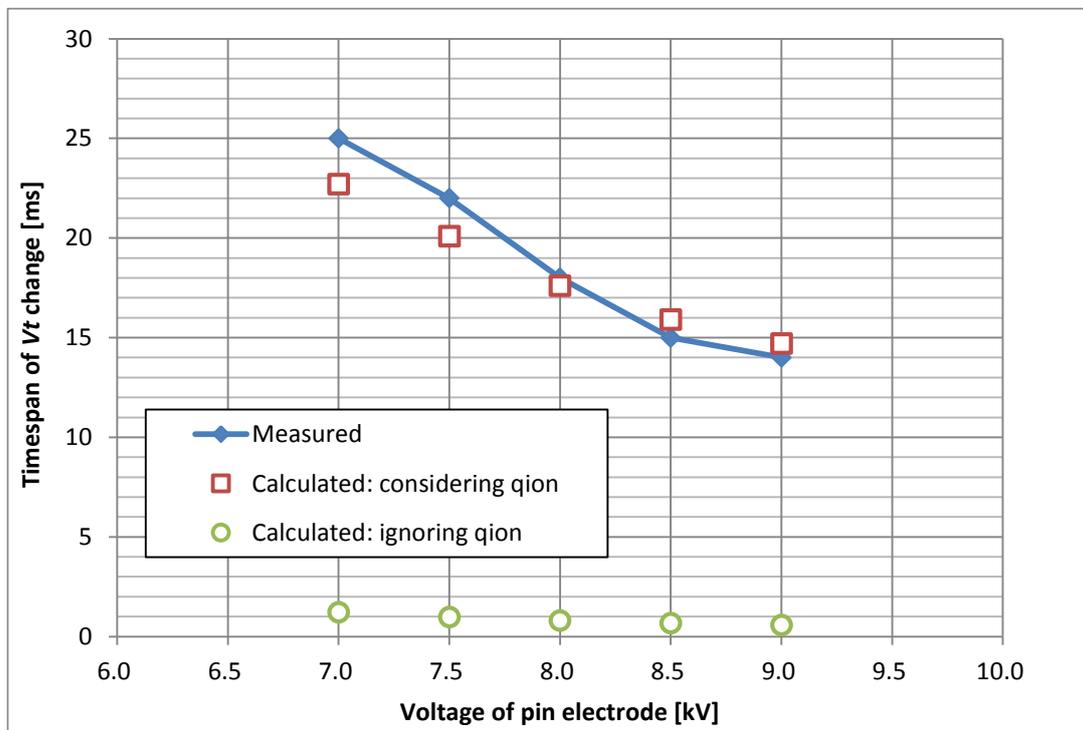


図 2.34 金属体電位変化の時間幅の実験・計算結果比較

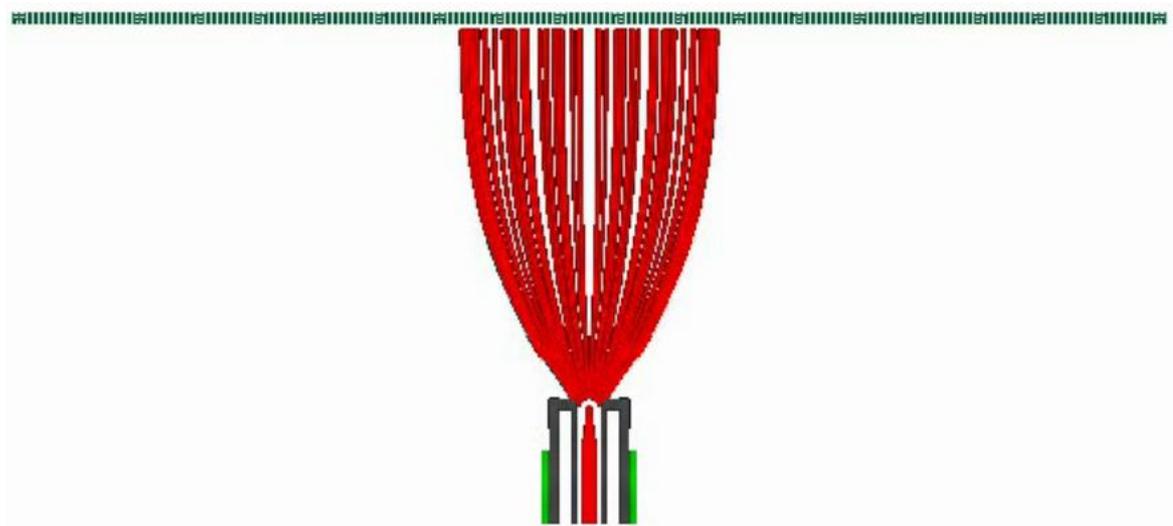


図 2.35 (イオン電荷無視) 針電極+7.5 kV、21.2 ms (金属体電位: 0 V 時) 飛散イオン

## 2.5 本章のまとめ

ここでは、本章で扱った空気中のイオン飛散現象の数値解析について簡単にまとめる。本稿では、粒子モデルによるイオン飛散計算と、FEMによる電界計算を連成させることで、針電極先端から発生し金属体に到達するイオン量をはじめ、電位・電界やイオン発生量の時間変化などを数値解析により検証した。本手法の特長として、粒子として離散化されたイオンのみ電荷を考慮するため、FEMのように解析領域全体で電荷密度の連続性を計算する必要がなく、広範囲への非定常なイオン飛散減少を扱える点が挙げられる。計算結果からは、発生したイオンは時間と共に空中に拡散しながら金属体に届く様子が求められた。また、イオン発生から数 ms という非常に短い時間で針電極周辺の誘電体が飽和帯電し、印加電圧を変えて初期状態での電界強度を高めても、同程度の電界強度に落ち着くことが確認された。

実験結果との比較では、計算結果は実験結果を良く再現したが、針電位に対する計算結果の傾きは実験結果に比べて若干緩やかであった。特に今回のモデルにおいては、イオン発生量や移動度に針・平板電極の文献値を用いていることなどに由来する誤差を含む可能性がある。特に、コロナ放電が安定して持続する場合の実験結果を参考にしているため、電界が低い場合や、逆に電界が高くグロー放電などを扱うような場合には、それらに合ったモデル化が必要と考えられる。実際の放電現象は、気体の組成や圧力、湿度などにも影響される複雑な現象であり、今後それらも考慮した放電モデル構築により、モデル精度が向上することが考えられる。また、本稿で計算したのは 50 mm 先の金属体へのイオン飛散であり、時間は数十 ms オーダであった。更に長距離・長時間に亘るイオン飛散を扱うには、イオン寿命や化学反応による消滅、イオン風<sup>(53)</sup>のモデル化が必要となってくる可能性があり、今後の課題となる。

# 第3章 高粘性電磁流体による放電電極形成

本稿では、放電電極の先端形状がイオン飛散に与える影響を検討するため、その先端形状を制御する方法として高粘性電磁流体の変形現象に着目する。高粘性電磁流体は、ペースト等の溶媒中に金属粒子を拡散させた流体であり、電界中で流体を変形させた後に焼成することでパターン電極作成などに応用されている。高粘性電磁流体の変形現象もまた、微小流体の界面大変形とそれに伴う電界変化を伴う複雑な複合現象であり、従来の数値解析手法や実験ベースでの現象のメカニズム解明が難しい。従って本稿では、近年提案されている粒子法・FEMの連成解析手法に粘性項の陰的な計算手法を導入することで、高粘性な電磁流体を扱うための数値解析手法を開発する。また、その手法を用いて電界中で高粘性電磁流体の準安定形状を得るための条件を導出し、その形状を放電電極の先端形状とした場合のイオン飛散の解析結果について述べる。

## 3.1 解析手法

まず、MPSによる流体計算とFEMによる電界計算の連成方法を述べる。図3.1に計算のフローを示す。まず、MPSの粒子配置からFEMのメッシュを作成して電界を計算する。電界分布から流体表面に作用する静電応力を求め、MPSにおける流体表面の粒子に印加する。この時、静電応力は表面張力と共に流体表面の圧力の境界条件として与えられる。こうして外力による流体変形が計算され、粒子位置が更新される。

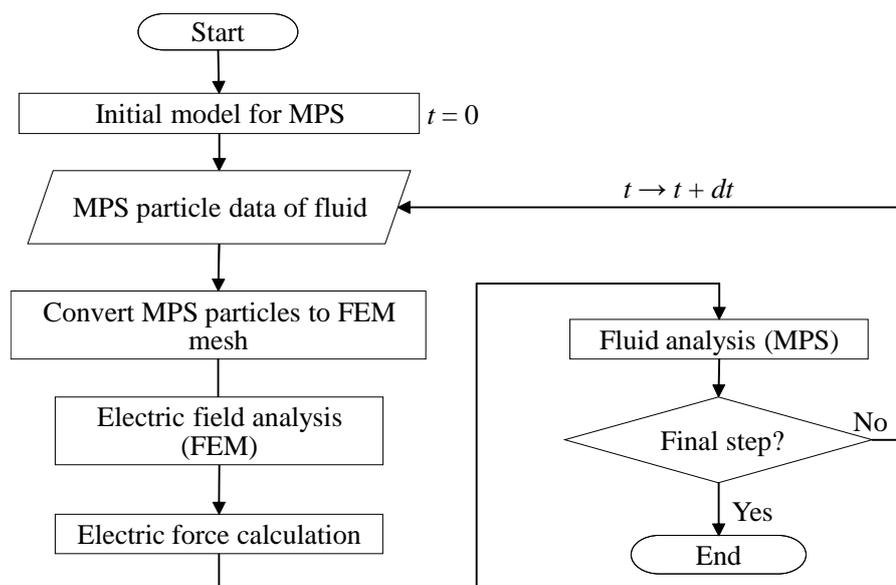


図 3.1 MPS と FEM の連成解析フロー

### 3.1.1 MPS による流体計算手法

ここでは、MPS による流体計算<sup>(31)</sup>について述べる。MPS など粒子法では、計算点である粒子同士の相互作用により、流体計算をする際の勾配や発散、ラプラシアンなどの微分演算子を離散化する。図 3.2 に、影響半径  $r_e$  と粒子間距離  $r$  を示す。他の粒子法である最小二乗法<sup>(22)</sup>などと違い、MPS では全ての粒子で影響半径は同じ値をとる必要がある。このため、粒子配置に粗密をつけて部分的に分解能を上げるようなことが不可能であるが、相互作用する粒子同士の関係が一对一に定まるため、相互作用の計算が容易となる利点がある。MPS で粒子同士の相互作用のモデル化には、式(3.1)で示す重み関数  $w$  を用いる。粒子同士の相互作用は、影響半径内の粒子間同士でのみ計算される。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r}{r_e} - 1 & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e \leq r) \end{cases} \quad (3.1)$$

次に、流体现象の支配方程式と、MPS での具体的な計算手順を述べる。非圧縮性流体の支配方程式は、式(3.2)のナビエ・ストークス方程式と式(3.3)の連続の式である。 $D/Dt$  はラグランジュ記述による時間微分を表し、 $\mathbf{u}$  は流体粒子の速度ベクトル、 $\rho$  は流体密度、 $P$  は圧力、 $\nu$  は動粘度、 $\mathbf{g}$  は重力加速度ベクトル、 $\mathbf{f}$  は外力ベクトルを示す。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}) + \frac{\mathbf{f}}{\rho} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.3)$$

式(3.2)の右辺の各項は、圧力項、粘性項、外力項と呼ばれ、MPS では、まず粘性項と外力項による加速度から粒子の仮の位置を計算し(3.4)、その後、圧力項によって式(3.5)のように粒子位置を修正する。ここで、 $\mathbf{u}^k$  と  $\mathbf{r}^k$  は現ステップにおける各粒子の速度ベクトルと位置ベクトル、 $\mathbf{u}^*$  と  $\mathbf{r}^*$  は仮の速度ベクトルと位置ベクトル、 $\mathbf{u}^{k+1}$  と  $\mathbf{r}^{k+1}$  は次ステップでの速度ベクトルと位置ベクトルである。 $\Delta t$  は時間刻み幅、添え字の  $i$  は各粒子に対して計算することを示す。

$$\mathbf{r}_i^* = \mathbf{r}_i^k + \mathbf{u}_i^* \Delta t \quad (3.4)$$

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^* + (\mathbf{u}_i^{k+1} - \mathbf{u}_i^*) \Delta t \quad (3.5)$$

MPS における物理量  $\phi$  の勾配モデルは式(3.6)となる。 $d$  は解析次元、 $n^0$  は初期配置の流体内部で式(3.7)により計算される初期粒子数密度、ベクトル  $\mathbf{r}$  は粒子位置、 $w$  は式(3.1)

の重み関数である。添え字の  $i$  は各粒子に対して計算することを示す。

$$\nabla\phi_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (3.6)$$

$$n^0 = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (3.7)$$

同様に、MPSにおける速度ベクトル  $\mathbf{u}$  の発散モデルは式(3.8)となる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (3.8)$$

物理量  $\phi$  に対する MPS のラプラシアンモデルは式(3.9)となる。 $\lambda^0$  は、式(3.10)に示すように、影響半径内にある近傍粒子との距離の2乗の重み平均値である。

$$\nabla^2 \phi_i = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (3.9)$$

$$\lambda^0 = \frac{\sum_{j \neq i} |\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0|^2 w(|\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0|)}{\sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0|)} \quad (3.10)$$

これらの式からも分かるように、MPSでは各物理量やその微分値を影響半径と粒子間距離を用いて離散化し、粒子同士の相互作用を計算する。

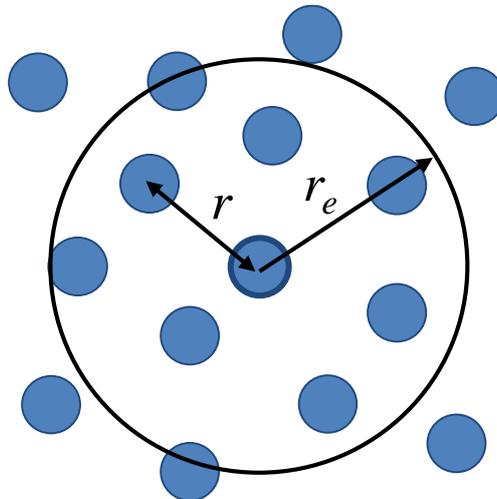


図 3.2 影響半径

### 3.1.2 粘性項の陽的・陰的な計算手法

ここでは、MPSにおける粘性項の陽的・陰的な離散化手法を述べる。本研究で扱う高粘性な流体を扱う際の陽的な離散化手法の問題点と、陰的な手法のメリットを述べる。式(3.2)のナビエ・ストークス方程式から、右辺の粘性項のみを取り出すと式(3.11)となる。 $D/Dt$ はラグランジュ記述による時間微分、 $\mathbf{u}$ は流体粒子の速度ベクトル、 $\nu$ は動粘度である。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}) \quad (3.11)$$

ここで、この粘性項の物理的な意味について少し述べる。粘性項は速度の拡散を表しており、動粘度が低い、いわゆる“さらさらした”流体では局所的に速度が遅いか速い分布を取ることが出来るが、動粘度が高い、いわゆる”粘ついた”流体では速度の局所的な不均一は許容されず、均一な速度になる。流体の粘度を表す物理量が粘性係数 $\mu$ であり、それを流体の密度 $\rho$ で割ったものが動粘性係数 $\nu$ となる。注意が必要なのは、例えば水と空気の粘性係数はそれぞれ温度 $20^\circ\text{C}$ で $1.0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ と $1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ で水の方が約56倍大きい、密度がそれぞれ $1.0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ と $1.2 \text{ kg/m}^3$ であるため、動粘度は水で $1.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 、空気で $1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ となり、空気の動粘度は水よりも約15倍大きくなる。つまり、水よりも空気の方が、より均一な速度分布になろうとする傾向が強いことになる。

MPSでは、3.1.1項で述べたように、粘性項と外力項による粒子の仮速度と位置を計算した後、圧力の条件を満たすよう速度と位置を修正する。まず、粘性項な陽的な計算方法を述べる。仮速度を計算するため粘性項は式(3.12)となる。 $\mathbf{u}^k$ と $\mathbf{u}^*$ は現在ステップの速度ベクトルと仮の速度ベクトルである。 $\Delta t$ は時間刻み幅、添え字の $i$ は各粒子に対して計算することを示す。式(3.12)の右辺は全て現在ステップの粒子情報から計算可能な既知の値であり、値の代入操作だけで計算が可能である。

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i^k + \Delta t \cdot \nabla^2 \mathbf{u}_i^k \quad (3.12)$$

これを、式(3.9)に示したラプラシアンモデルで離散化すると式(3.13)となる。 $d$ は解析次元であり、 $n^0$ 及び $\lambda^0$ はそれぞれ式(3.7)と式(3.10)で求めた値である。

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i^k + \Delta t \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \nu \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j^k - \mathbf{u}_i^k) w \left( \left| \mathbf{r}_j^k - \mathbf{r}_i^k \right| \right) \quad (3.13)$$

式(3.12)、もしくは式(3.13)より、陽的な手法で各粒子に計算される加速度は動粘度に

比例し、粒子間距離の-2乗に反比例する。つまり、動粘度が高いほど、また粒子間距離が短いほど加速度が大きくなり、安定的な計算にはその分だけ時間刻み幅を小さくする必要がある。これはクーラン数による制限と呼ばれ、時間刻み幅に対して式(3.14)の制限が生じる。 $l_0$ 粒子間距離、 $D$ は経験的な値であり、例えば0.2程度とする必要がある<sup>(54)</sup>。

$$\Delta t < D \frac{l_0^2}{\nu} \quad (3.14)$$

時間刻み幅をこれより長くした場合、仮の速度が物理的に生じ得ない大きな値として計算され、計算が破綻してしまう可能性がある。このため、高粘性で流体サイズが小さい場合には、計算の時間刻み幅を非常に小さくする必要がある。本稿で扱う高粘性電磁流体の変形現象では、この制限を満たす時間刻み幅では現実的な計算時間で現象を扱うことが難しい。そのため、粘性項の計算に陰的な手法を導入した。その場合の仮速度の式は式(3.15)となる。

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i^k + \Delta t \cdot \nu \nabla^2 \mathbf{u}_i^* \quad (3.15)$$

右辺の第2項を、仮速度を用いてプラシアンモデルにより離散化すると式(3.16)となる。

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i^k + \Delta t \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \nu \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j^* - \mathbf{u}_i^*) w(|\mathbf{r}_j^k - \mathbf{r}_i^k|) \quad (2.16)$$

この式は、左辺・右辺に共に未知数となる仮速度が含まれているので、未知数を左辺に集めると、式(3.17)となる。

$$\mathbf{u}_i^* - \Delta t \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \nu \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j^* - \mathbf{u}_i^*) w(|\mathbf{r}_j^k - \mathbf{r}_i^k|) = \mathbf{u}_i^k \quad (3.17)$$

これで仮速度に対する連立1次方程式が作られる。各粒子に対して連立方程式を計算し、その解を求めることで仮速度が計算できる。陰的な手法では、単純な値の代入でなく連立方程式を解いて仮速度を計算する必要があるため、1ステップ当りの計算時間は陽的な手法に比べて長くなる。しかし、未知数となる仮速度を用いて速度を更新するため、クーラン数による制限から原理的に解放され、1ステップ当たりの時間刻みを長くすることが可能となり、全体として計算時間を短くすることが出来る。この理由により、粘性項の計算に陰的な手法を採用し、流体変形を計算した。

### 3.1.3 FEM による電界計算手法

連成解析の解析フローで述べたように、流体変形で更新された粒子位置からメッシュを再生成し、そのメッシュを用いて FEM で電界計算を行う。支配方程式の具体的な離散化方法は第 2 章で述べたものと同じであるため割愛するが、ここで扱うのは真電荷を含まないラプラスの式となる。変分原理を用いて電位分布を計算した後、その勾配を計算することで電界分布が得られる。

### 3.1.4 流体に働く外力のモデル化手法

本稿で考慮する流体に働く外力として、重力、静電応力、表面張力の 3 つがある。まずは静電応力について述べる。本稿で扱う電磁流体は、金属の微粒子が界面活性剤によって流体中に拡散されており、誘電率の高い誘電体として扱うことが可能である。そのため、流体内部での電界は無視できるほど小さくなり、電界は流体の表面のみ集中する。この場合、流体に働く力は式(3.18)による静電応力  $f_e$  として計算される。ここで、 $\epsilon_0$  は流体表面と接する空気の誘電率であり、 $E_n$  は電界計算で求められた流体表面の電界ベクトルの法線方向成分を示す。

$$f_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_n^2 \quad (3.18)$$

この式より計算される静電応力の単位は Pa であり、MPS における流体計算では表面粒子に対する圧力の境界条件として適用される。

表面張力については、流体計算で求めた流体の表面粒子配置から、局所的な曲率を求めることで計算される。具体的には、式(3.19)により、表面張力係数  $\sigma$  と曲率  $\kappa$  の積として表面張力  $f_s$  が計算される。

$$f_s = \sigma \kappa \quad (3.19)$$

3次元空間において流体の表面形状が  $Z=f(x,y)$  で計算される場合、曲率  $\kappa$  は以下の微分形式により式(3.20)で計算される。表面張力の単位も Pa であり、静電応力と同じく表面粒子に対する圧力の境界条件として適用される。

$$\kappa = -\nabla \cdot \left\{ \frac{\nabla Z}{\left(1 + |\nabla Z|^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right\} \quad (3.20)$$

## 3.2 解析モデル

### 3.2.1 電界中の高粘性電磁流体の変形

電磁流体は一般に、金属微粒子などを液体溶媒中に界面活性剤によって拡散させることで、電気特性・磁気特性を持たせた機能性流体の一種である。代表的な例としては磁性流体などが知られているが、金属の微小粒子を超高粘性ペーストの溶媒に拡散させた高粘性電磁流体は電界中で大変形を伴う伸張・先鋭化が可能であり、MEMS デバイスなどでの微細な金属成型技術への応用が期待されている。図 3.3 に、電界中での高粘性電磁流体の変形イメージを示す。初期状態では電磁流体は円柱状の陰極側上に配置され、表面張力によって半球形状となる。電極間に電圧が掛かると、静電応力が流体表面に働き、表面張力とのバランスで流体変形が開始される。流体の直径は数十～数百  $\mu\text{m}$  と非常に小さいため、重力は表面張力と静電応力に比べて非常に小さく、流体変形への寄与は殆ど無い。流体を伸長させる方向に働く静電応力が表面張力を上回った場合、流体は伸張・先鋭化すると考えられる。しかし、実際に本現象で流体表面や内部に作用する力を計測することは非常に困難であり、変形開始の閾値など含めた詳細なメカニズムは分かっていない。本稿では、MPS・FEM の連成解析により高粘性電磁流体の変形現象を再現し、流体変形中に作用する力などを明らかにした。

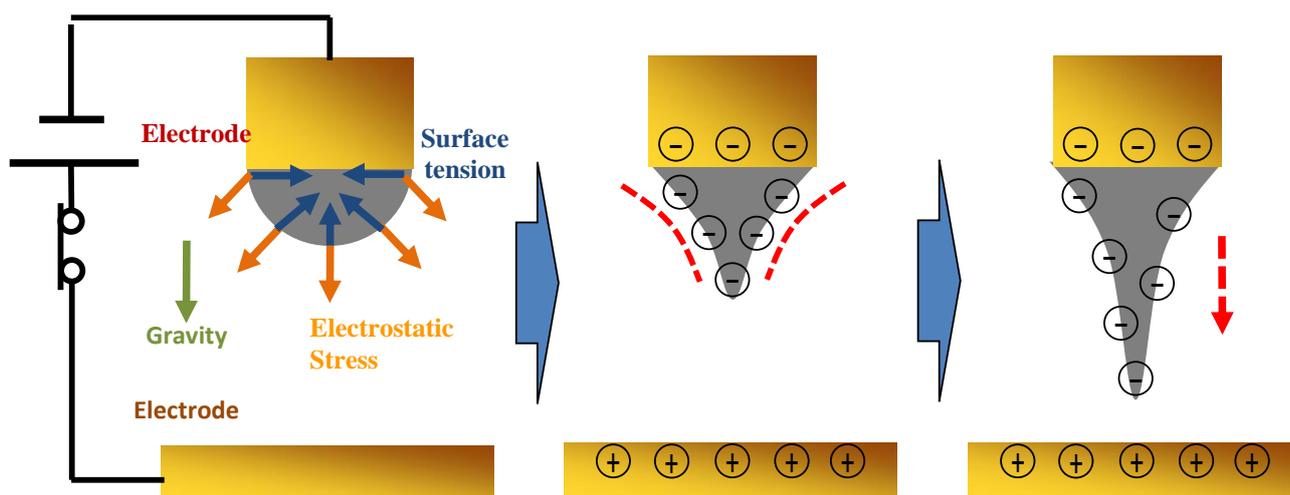


図 3.3 電極間の電界による高粘性磁性流体の変形

### 3.2.2 MPS モデル

ここでは、粒子モデルについて述べる。MPS では、初期配置で計算された粒子数密度を流体計算中は全ての粒子に適用するため、粒子間距離や影響半径は全ての粒子で同じである必要がある。そのため、初期粒子配置においても、粒子を等間隔に配置する必要がある。本モデルでは、最も粒子の充填率が高くなる六法最密充填に内部粒子を配置した（図 3.4）。また、表面張力や流体表面での静電応力を精度良く計算するためには流体表面の形状が出来るだけ滑らかであることが望ましい。本モデルでは、従来の初期粒子配置方法<sup>(27)</sup>とは異なり、先に半球の頂点に粒子を 4 個配置し、そこから表面に沿った円周上に粒子を配置していく方法で表面粒子を配置した。また、壁粒子として電極を作成した。壁粒子自身は移動しないが、粒子数密度計算や、圧力計算の際に用いられる。

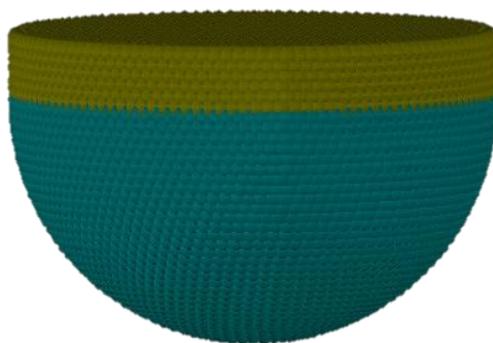


図 3.4 MPS の初期粒子配置

### 3.2.3 FEM モデル

本稿が提案する手法では、流体計算の粒子配置から電界計算のための FEM メッシュを生成する。そのイメージを図 3.5 に示す。MPS での粒子の座標を FEM の節点座標として流体内部にメッシュを生成し、空気領域と電極領域には、自動的に節点を追加して 3 次元デローニ分割<sup>(55)</sup>を行うことで四面体 1 次要素によって領域を分割する。FEM で計算された電界分布から求められる静電応力は、流体表面の三角形要素に圧力として適用される。この方法では FEM の節点と MPS の粒子が一対一に対応しているため、各粒子に作用する圧力を、節点に対応する粒子に配分することで簡単に受け渡すことができる。初期の粒子配置から生成された FEM メッシュを図 3.6 に示す。流体表面近傍での電界分布を精度良く計算するため、流体表面近傍には薄い空気層メッシュが生成される。

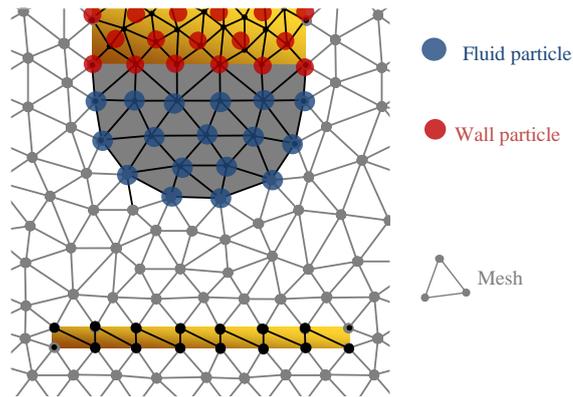


図 3.5 粒子位置から FEM メッシュの生成イメージ

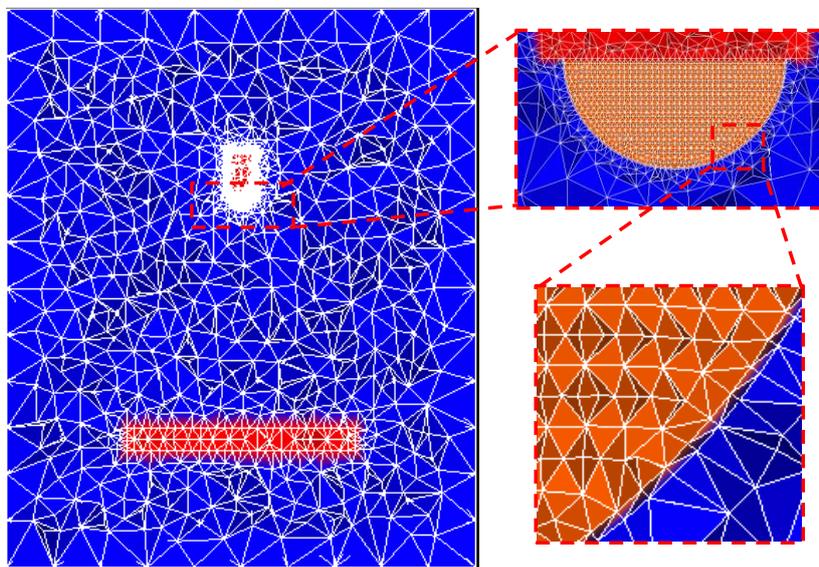


図 3.6 初期メッシュ形状

### 3.2.4 解析条件、諸元

本計算における解析条件と解析諸元を表 3.1 と表 3.2 に示す。本稿扱う電磁流体は非常に粘度が高く、粘性係数は  $30 \text{ Pa}\cdot\text{s}$  であった。動粘度は  $2.0\cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$  と計算され、これは水の約 4000 倍である。また、粒子間距離は  $2.5\mu\text{m}$  で初期配置したため、粘性項を陽的に破綻なく計算させるためには、式(3.21)のクーラン数の制限より  $6.25\cdot 10^{-11} \text{ s}$  未満の時間刻み幅で計算を行う必要がある。しかし、本計算では表 3.2 に示すように時間刻み幅を  $1.0\cdot 10^{-6} \text{ s}$  としており、粘性項の計算に陰的な手法を導入することで、計算コストの抑制を実現した。尚、陰解法を用いた場合でも、1 ステップ当りの粒子の移動距離が大きすぎると解析が破綻する。ここでは、時間刻み幅を  $1.0\cdot 10^{-5} \text{ s}$  では初期ステップで形状が不安定となり、数ステップ後に破綻した結果を受け、時間刻みを  $1.0\cdot 10^{-6} \text{ s}$  とした。

$$\Delta t < D \frac{l_0^2}{\nu} = 6.25 \cdot 10^{-11} [\text{s}] \quad (3.21)$$

またその他の解析条件として、表面張力係数は 0.043 N/m、重力加速度は 9.8 m/s<sup>2</sup>、電極間の印加電圧は 1500V とした。MPS の流体粒子数は約 26000 個、FEM の要素数は、各ステップでメッシュが更新されるため一定ではないが、約 13.5 万要素であった。

表 3.1 解析条件

Viscosity coefficient	30 [Pa·s]
Surface tension coefficient	0.043 [N/m]
Gravity acceleration	9.8 [m/s <sup>2</sup> ]
Applied voltage	1400 [V]

表 3.2 解析諸元

Number of MPS particles	25639
Number of FEM elements	Approx. 135000
Time interval of a step	1.0·10 <sup>-6</sup> [s]
Maximum step	20000
Particle distance	2.5 [μm]
Calculation time	Approx. 8.0 [h]

Used computer: Intel Core-i7 3.2 GHz

### 3.3 解析結果

#### 3.3.1 高粘性電磁流体の変形形状

最終の変形形状となる時刻を  $T_f$  とし、その  $1/9$  毎の各時刻での変形形状は図 3.7 に示すようになった。変形のイメージ図で示したように、静電応力は流体を対向電極側に引っ張る方向に働き、表面張力は流体を圧縮させる向きに働く。

その結果、図 3.7 の初期形状から  $6/9 T_f$  付近までは流体全体が対抗電極側に引っ張られ、円錐形状となるよう変形した。 $6/9 T_f$  から  $T_f$  では、流体の先端以外はあまり変形せず、先端のみにわずかに流体の伸張・先鋭化が見られた。

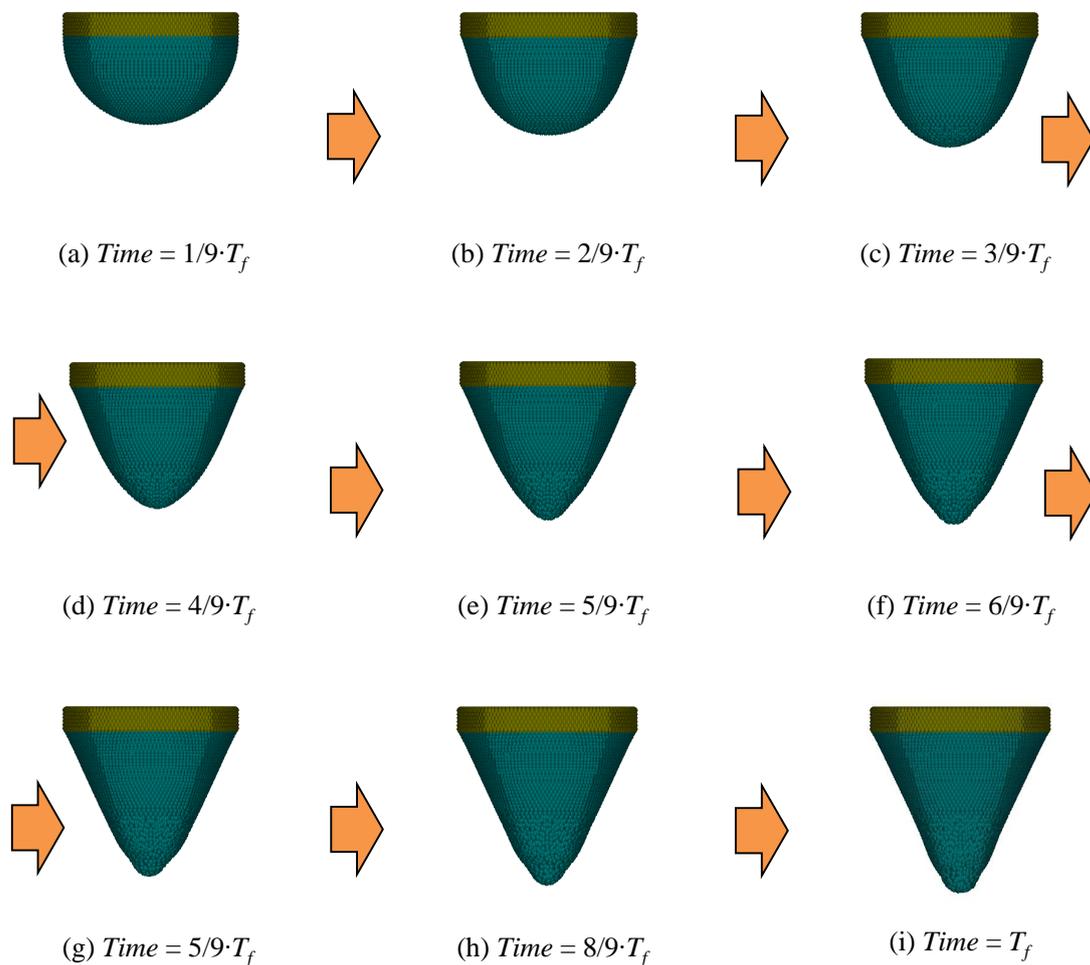


図 3.7 高粘性電磁流体の変形形状

#### 3.3.2 変形中の静電応力・表面張力のバランス

ここでは、変形中の電磁流体に作用する静電応力と表面張力から、伸長・先鋭化のメカニズムを考察した。

図 3.8 は、流体変形前の静電応力  $f_e$  と表面張力  $f_s$  のベクトル分布を示す。コンターはその絶対値の大きさを表す。静電応力と表面張力は共に Pa の単位を持つため、単純な比較が可能となる。図 3.8 より、電磁流体の変形開始時における表面張力の最大値は静電応力の 1.42 倍となり、最大値では表面張力が大きい結果となった。しかしそれぞれの分布を見ると、静電応力は電界が集中する流体の先端付近で強いのに対し、表面張力は初期状態では半球表面に一様な圧力として作用する。これより、力のバランスを模式的に表したのが図 3.9 である。静電応力と表面張力を合成した力は図 3.9 (b) のように働き、流体の根元部分では中心部に向かって流体を絞るような力が働く。流体頂点付近の外力は流体の内向きに働くが、ここでは静電応力と表面張力の絶対値が近いため、相殺されて合力は弱くなる。この力のバランスによって、流体が膨張や落下することなく、伸張・先鋭化するよう変形が進んだと考えられる。

次に、最終時刻  $T_f$  における力のバランスを図 3.10 に示す。最終形状では、表面張力の最大値は静電応力の 1.45 倍となった。これは、流体先端が先鋭化して先端の曲率が小さくなったため、表面張力の増加が静電応力を上回ったためと考えられる。一方、流体の根元部分では、静電応力と表面張力は共に根元に近づくに従って小さくなる分布となっており、変形途中から流体根元の変形が殆ど見られなかったのは、静電応力と表面張力がバランスしたためと考えられる。

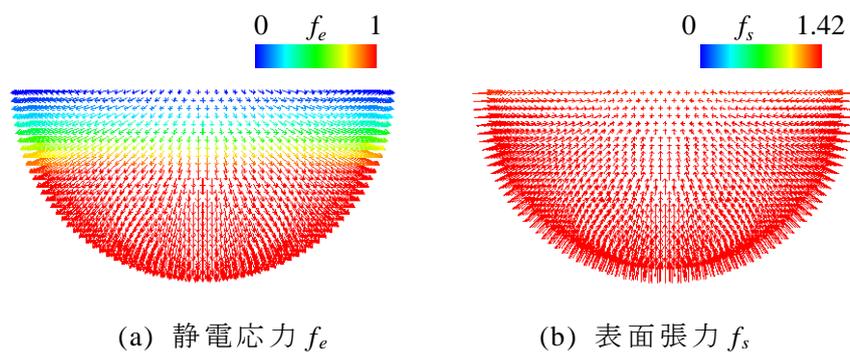
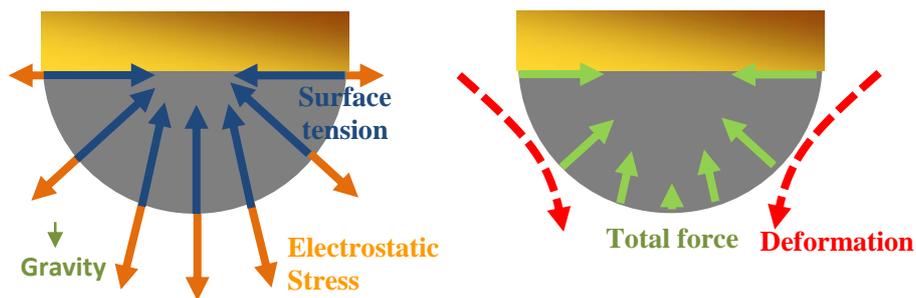
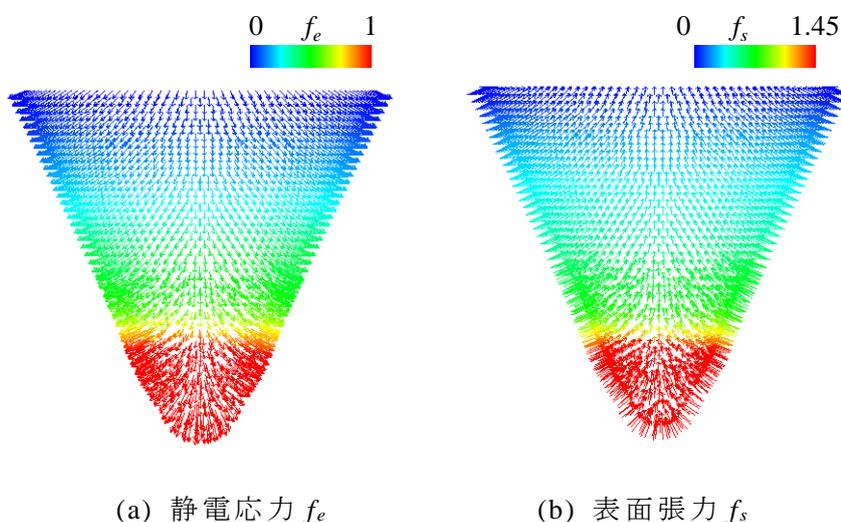


図 3.8 初期形状での静電応力  $f_e$  と表面張力  $f_s$  のバランス ( $f_e$  の値で正規化)



(a) 各外力のベクトル (b) 合成外力と変形方向  $s$

図 3.9 初期形状での力のバランスの模式図



(a) 静電応力  $f_e$  (b) 表面張力  $f_s$

図 3.10 最終形状での静電応力と表面張力のバランス(正規化)

### 3.3.3 流体変形状の実験結果との比較

ここでは、高粘性電磁流体の変形状の実験と計算結果を比較する。形状を定量的に比較するため、図 3.11 にあるように流体の高さの 80% となる高さ  $H_{80\%}$  における先端径を  $D_{80\%}$  とし、流体高さ  $H_{100\%}$  と  $D_{80\%}$  の関係をプロットした。図 3.12 に、実験と解析結果の比較を示す。 $H_{100\%}$  と  $D_{80\%}$  の値は初期状態での実験値を 1 としてそれぞれ正規化されている。計算の初期形状は直径 100  $\mu\text{m}$  の半球であり、 $H_{100\%}$  は 50  $\mu\text{m}$ 、 $D_{80\%}$  は、 $\sqrt{(50^2 - 40^2)} \cdot 2 = 60 \mu\text{m}$  と数学的にも計算される。一方、実験の初期形状では  $H_{100\%}$  が約 60  $\mu\text{m}$ 、 $D_{80\%}$  は約 54  $\mu\text{m}$  と異なったが、 $H_{100\%}$  が 60  $\mu\text{m}$  程度になると実験と解析の値がよく一致したため、初期形状の違いによる影響は無視して考察を行う。

流体高さが約 100  $\mu\text{m}$  までの範囲においては、計算結果は実際の流体高さと直径の関

係をよく再現している。流体高さが  $100\ \mu\text{m}$  を超えて更に伸張・先鋭化する領域においては、実験結果では更なる伸張・先鋭化が見られたが、計算結果はそこまでの先鋭化毛状を再現出来なかった。これは、流体が先鋭化して先端形状を表現する粒子数が少なくなると、計算の分解能が不足してこれ以上の先鋭化を再現できなくなったと考えられる。しかし、MPS は一様な粒子配置を前提としており、あらかじめ流体先端のみ粒子を密に配置するようなモデル化が出来ない。このため、流体全体で粒子間距離を短くして粒子を配置する必要があるため、計算の粒子数が増加する。更に、粒子間距離が短くなると 1 ステップ当たりの変形量を小さくする必要があるため、計算の時間刻み幅を小さくする必要がある。これは解析コストの増加を招き、長時間計算が必要と予想される。本稿ではここまで、静電応力と表面張力の計算結果から、流体変形開始時や変形途中の力のバランスについて考察を進め、表面張力の最大値が静電応力よりも大きい条件でも、流体の伸張・先鋭化を伴う変形が開始する理由などを議論してきた。その意味で本稿が提案する数値解析手法は非常に有効である。一方、更なる伸張・先鋭化を含む現象を再現するための、流体計算の分解能向上、もしくは最小二乗法などの粒子配置の粗密を許容する手法による流体計算が今後の課題である。

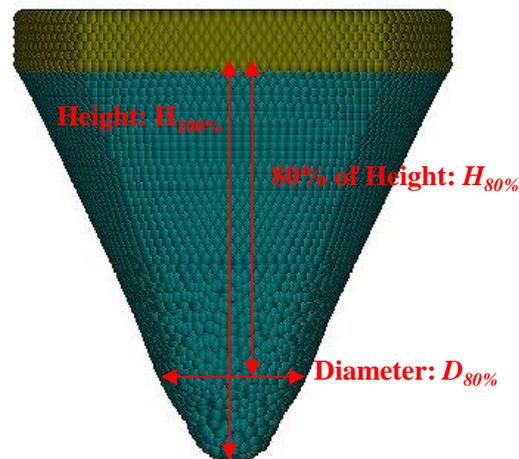


図 3.11 流体変形形状の 80% 高さにおける直径

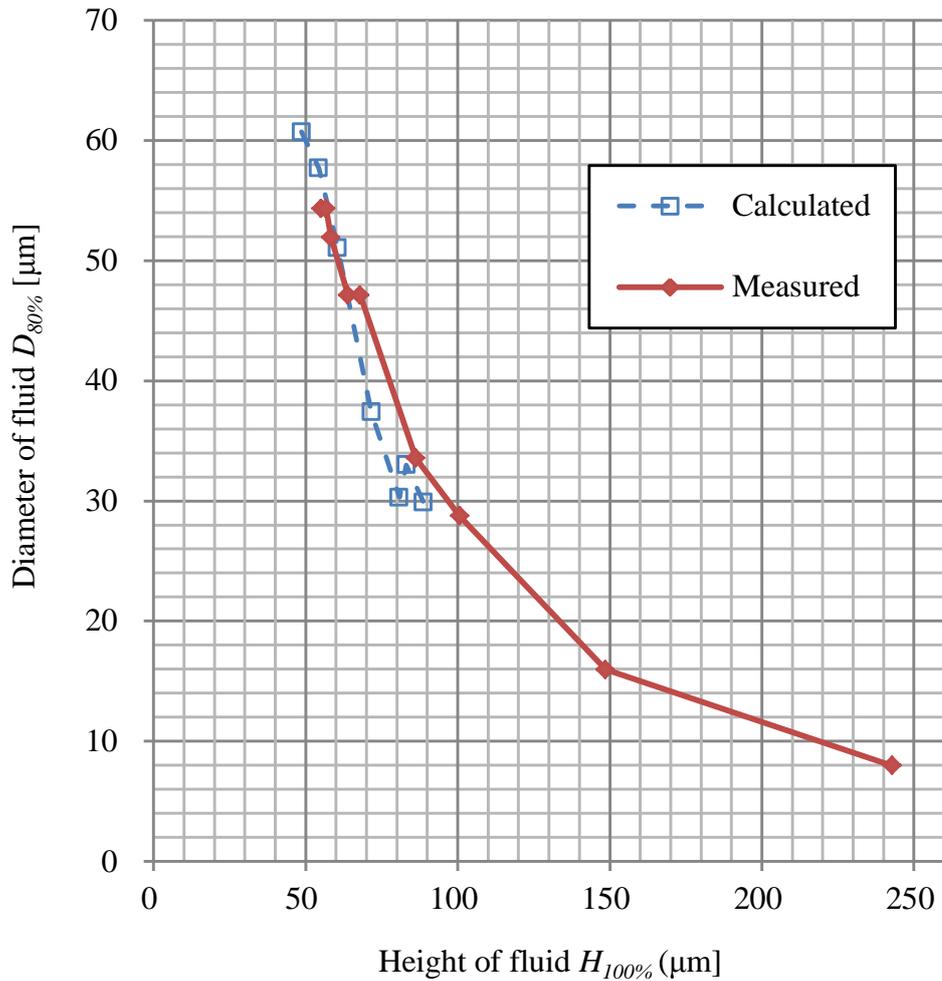


図 3.12 流体変形形状の 80% 高さにおける直径

### 3.3.4 変形中の静電応力・表面張力のバランス

ここまでの結果より、特に流体先端が先鋭化する前の状態においては、本手法による計算結果は実際の変形形状をよく再現していると言える。ここでは、印加電圧を変えることで流体形状を制御し、例えば放電電極などとして使用可能な準安定形状を数値解析により求めた。具体的には、印加電圧を 1000 V、1250 V とした場合の流体変形と静電応力・表面張力の寄与について検討した

図 3.13 から図 3.15 に、印加電圧 1000V での変形形状と静電応力・表面張力のバランスを示す。図 3.13 より、時刻  $2/5 T_f$  において既に流体は準安定形状となり、それ以降は殆ど変形しない結果となった。また、図 3.14 と図 3.15 から、表面張力の最大値は静電張力に比べて、初期形状で 2.78 倍、最終形状で 2.11 倍と大きく、表面張力が優勢とな

った。最終形状での表面張力は、静電応力と同様に根元が小さく先端に向けて大きくなる分布となった。この力のバランスによって、流体変形が安定したと考えられる。

次に、図 3.16 から図 3.18 に、印加電圧 1250V での変形形状と静電応力・表面張力のバランスを示す。図 3.16 より、時刻  $2/5 T_f$  から時刻  $4/5 T_f$  に掛けては流体変形が見られるが、時刻  $4/5 T_f$  から最終状態では変形は見られず、形状が安定した。力のバランスを見ると、表面張力の最大値は静電張力に比べて、初期形状で 1.77 倍、最終形状で 1.39 倍と表面張力が優勢であるが、その差分は 1000 V より減少した。この場合も、最終形状においては静電応力・表面張力共に流体の根元から先端に向かって大きくなる分布となり、全体として力がバランスすることで形状が安定したと考えられる。

以上より、印加電圧を変えることにより、流体の準安定形状を得られることを数値解析により示した。初期形状における静電応力と表面張力の最大値の比率と、最終形状の関係を図 2.20 に示す。今回の結果では、印加電圧が 1250 V では流体は準安定形状となり、1400 V では流体変形が進行した。従って、初期形状における  $f_s/f_e$  が 2.11~2.78 倍となる間に、準安定形状となるかの閾値が存在すると推定される。

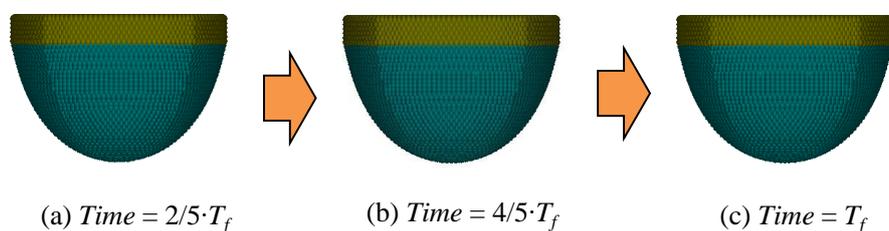


図 3.13 印加電圧 1000 V での流体変形形状

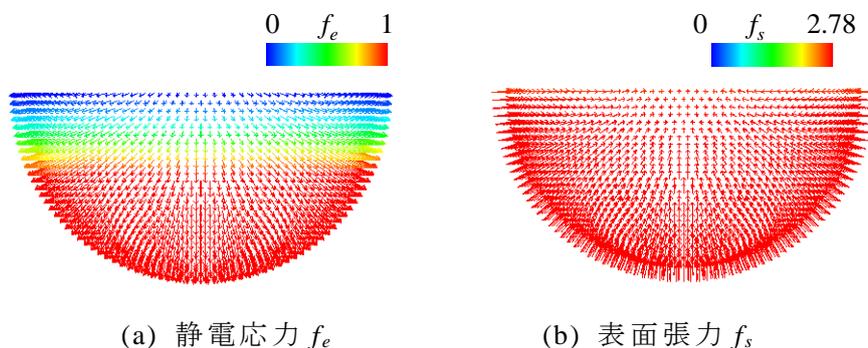
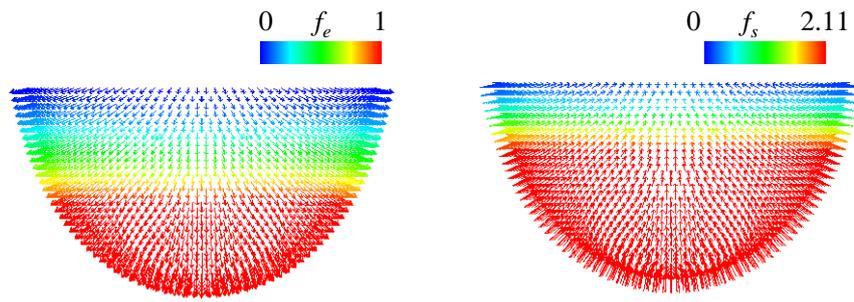


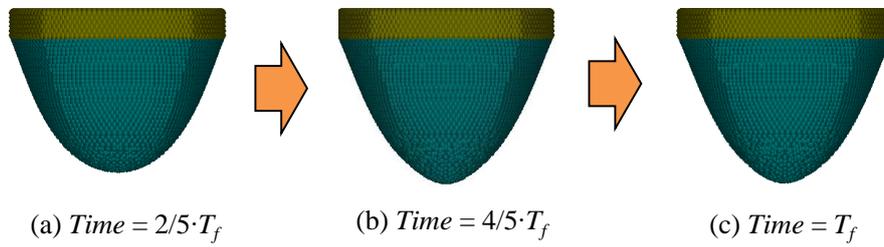
図 3.14 初期形状での静電応力  $f_e$  と表面張力  $f_s$  のバランス ( $f_e$  の値で正規化)



(a) 静電応力  $f_e$

(b) 表面張力  $f_s$

図 3.15 最終形状での静電応力  $f_e$  と表面張力  $f_s$  のバランス ( $f_e$  の値で正規化)

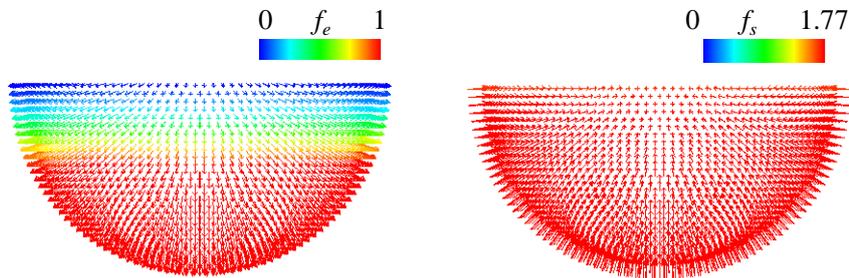


(a)  $Time = 2/5 \cdot T_f$

(b)  $Time = 4/5 \cdot T_f$

(c)  $Time = T_f$

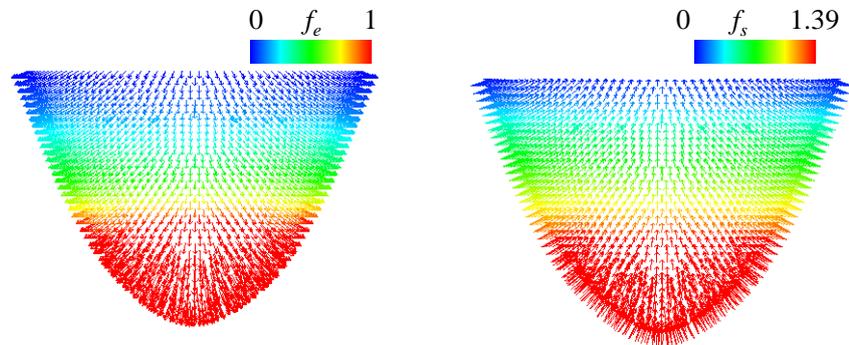
図 3.16 印加電圧 1250 V での流体変形形状



(a) 静電応力  $f_e$

(b) 表面張力  $f_s$

図 3.17 初期形状での静電応力  $f_e$  と表面張力  $f_s$  のバランス ( $f_e$  の値で正規化)



(a) 静電応力  $f_e$

(b) 表面張力  $f_s$

図 3.18 最終形状での静電応力  $f_e$  と表面張力  $f_s$  のバランス ( $f_e$  の値で正規化)

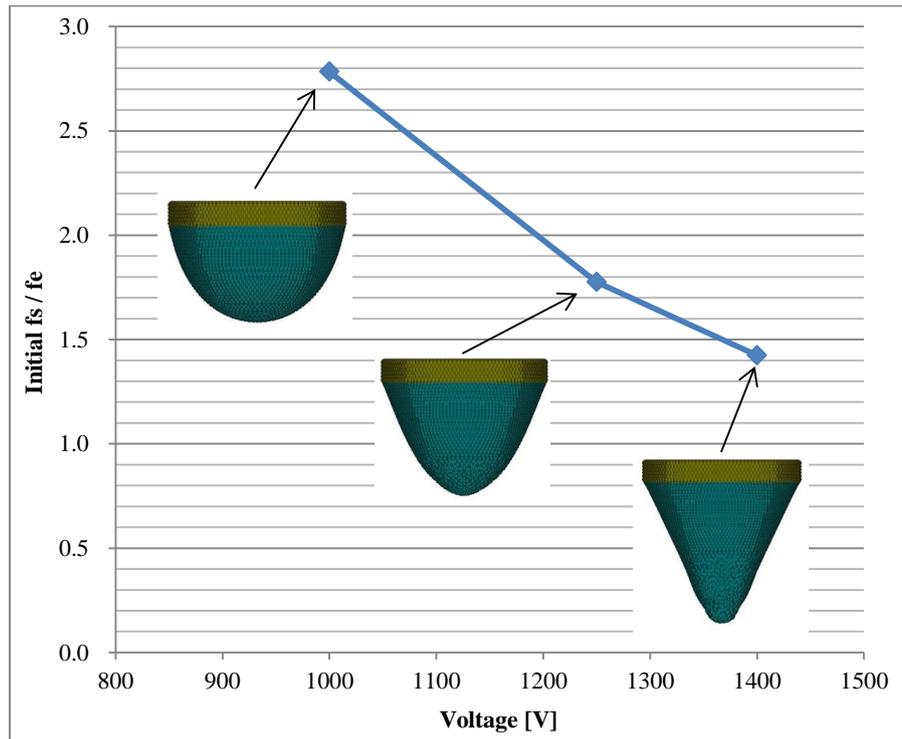


図 3.19 初期形状での  $f_e$  と  $f_s$  の比率と最終形状の関係

### 3.3.5 高粘性電磁流体の準安定形状を放電電極に用いたイオン飛散解析

ここでは、放電電極の形状や誘電体形状を変えた場合のイオン飛散への影響を計算した結果を報告する。高粘性電磁流体の準安定形状として得られた先端形状を電極形状として、イオン飛散が変化するかを計算した。また、2章のイオン飛散の計算結果より、誘電体の帯電による電界変化の影響が大きいことが分かったため、その形状を変更した場合も計算し比較した。図 3.20 に電極先端形状を変更したモデルを、図 3.21 に、誘電体の幅を 1/2 としたモデルを示す。

図 3.22 に、電極金属体電位変化の時間幅を示す。電極形状を電磁流体変形から求められた形状に変更した場合、時間幅の差分は最大で 1.6 ms、平均で 0.5 ms と顕著な差分は見られなかった。これは、図 3.23、図 3.24 より、半球形状よりも先端の曲率が小さいため、初期状態においては針先の電界強度は基準形状よりも強くなるが、その分誘電体の帯電量が増え、最終的には電界強度が同様の値になったためと考えられる。一方、誘電体幅を半分にした場合は、時間幅の平均差分は 3.02 ms であり、平均して 17% 短い時間で金属体の電位変化が終了した。これも誘電体の帯電量を見ると、誘電体の幅を半分にするると、2 ms 程度までは基準形状に比べて帯電量が小さいが、2 ms を超えると帯電

量が基準形状より大きくなった。誘電体幅を 1/2 とすると、針電極と誘電体の距離が遠くなったため、同じ帯電量であれば基準形状よりも針先端の電界強度に与える影響が小さい。このため帯電量の逆転が生じたと考えられる。このため、結果的に誘電体幅を 1/2 とした場合の方が針先の電界強度がわずかに上昇し、金属体電位変化に掛かる時間が短くなったと考えられる。これらのことから、針電極先端の曲率を小さくして電界を集中させるよりも、誘電体との離隔によって帯電量を低下させる方が、イオン飛散としては効率が良くなる可能性があるといえる。

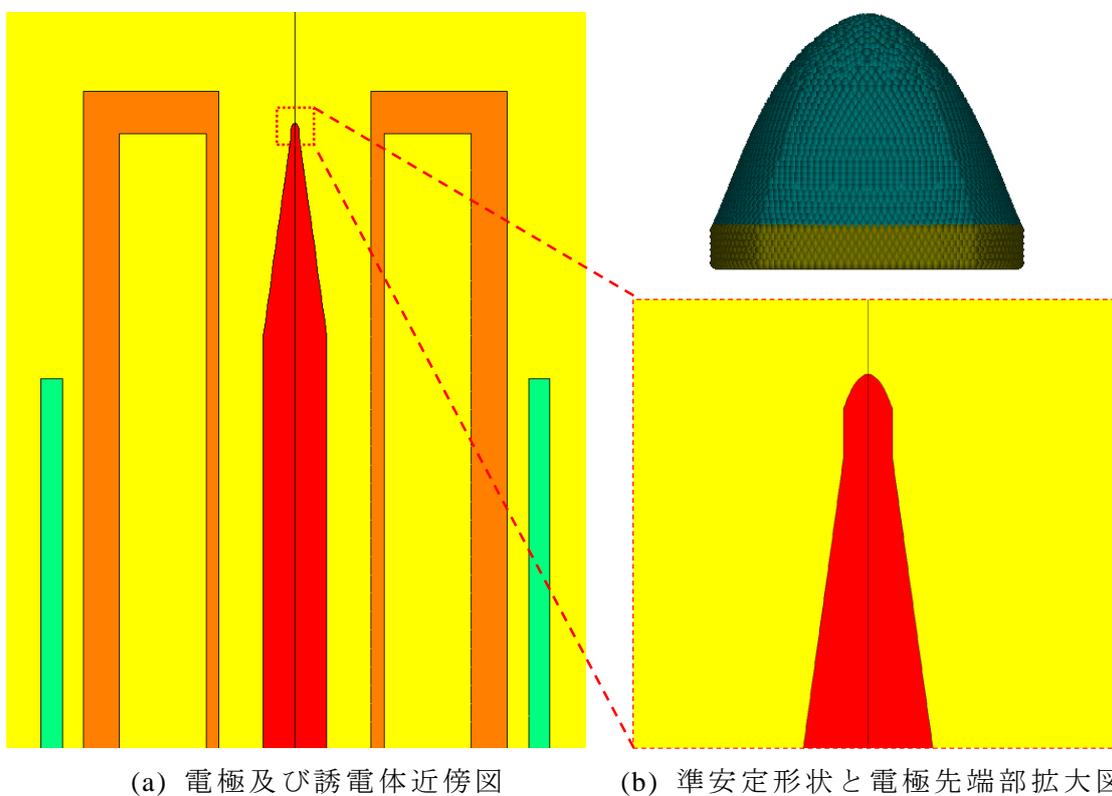


図 3.20 電極先端形状変更モデル

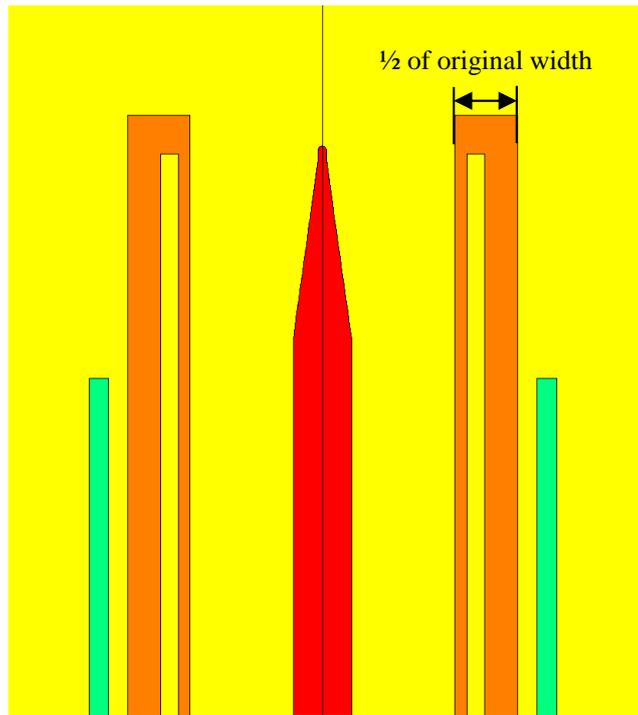


図 3.21 誘電体幅 1/2 モデル

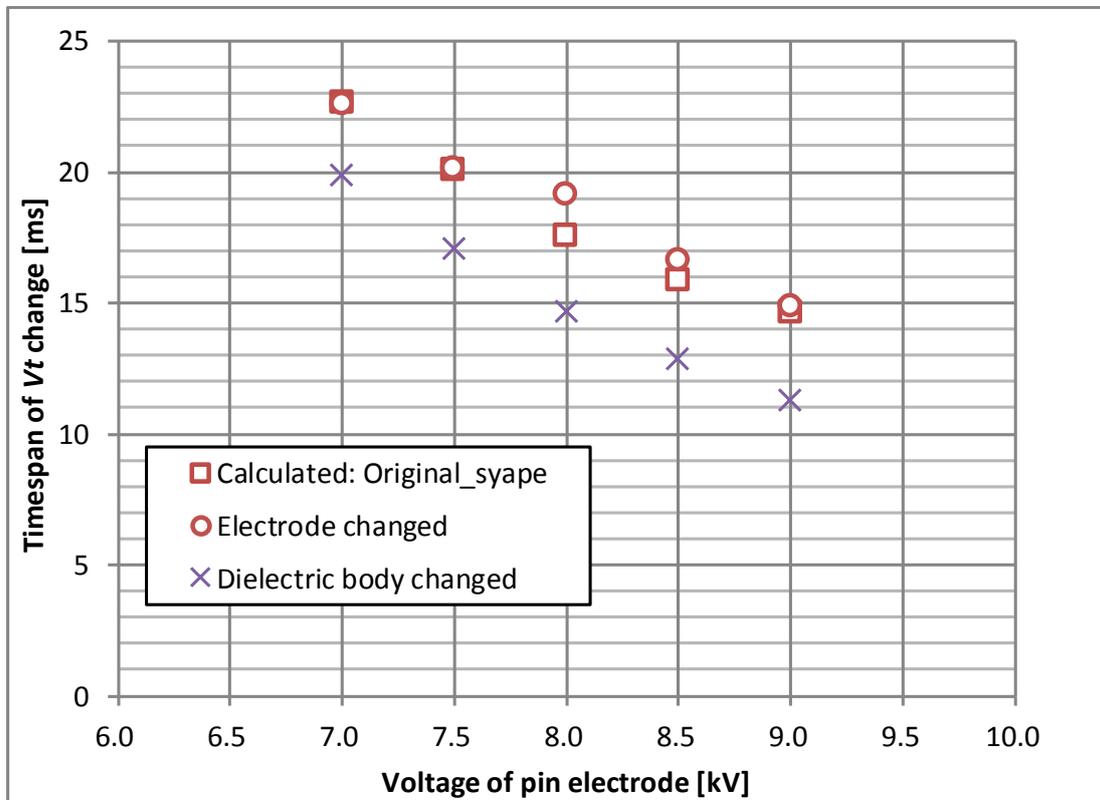


図 3.22 金属体電位変化の時間幅計算結果：電極先端・誘電体の影響

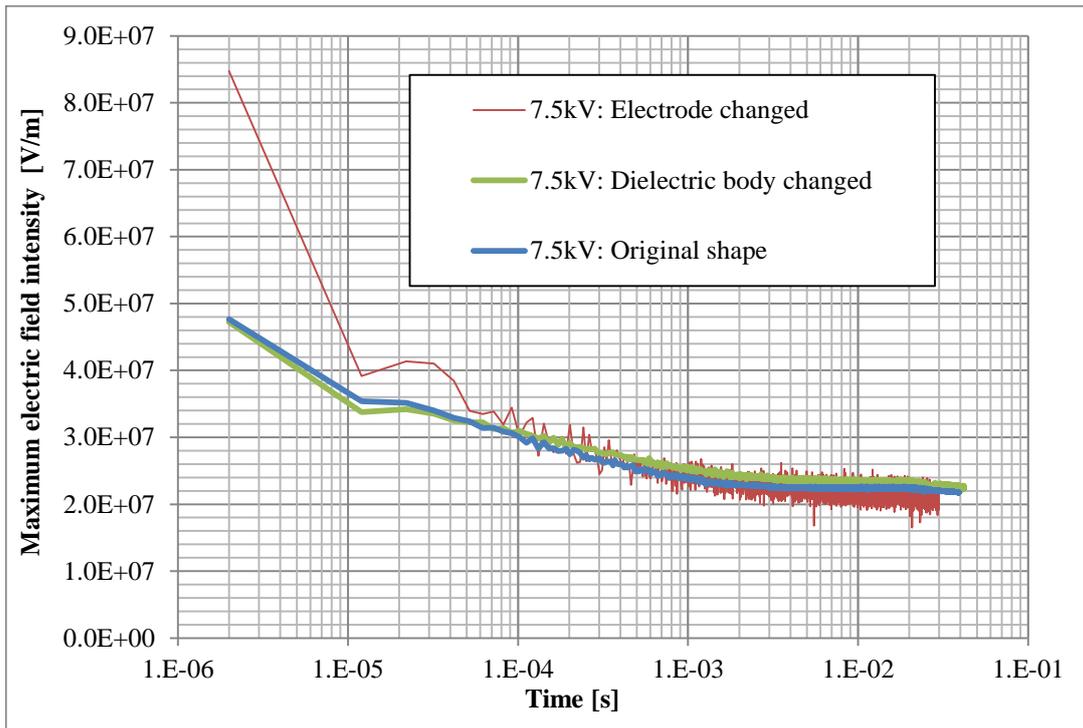


図 3.23 針先の最大電界強度の時間変化

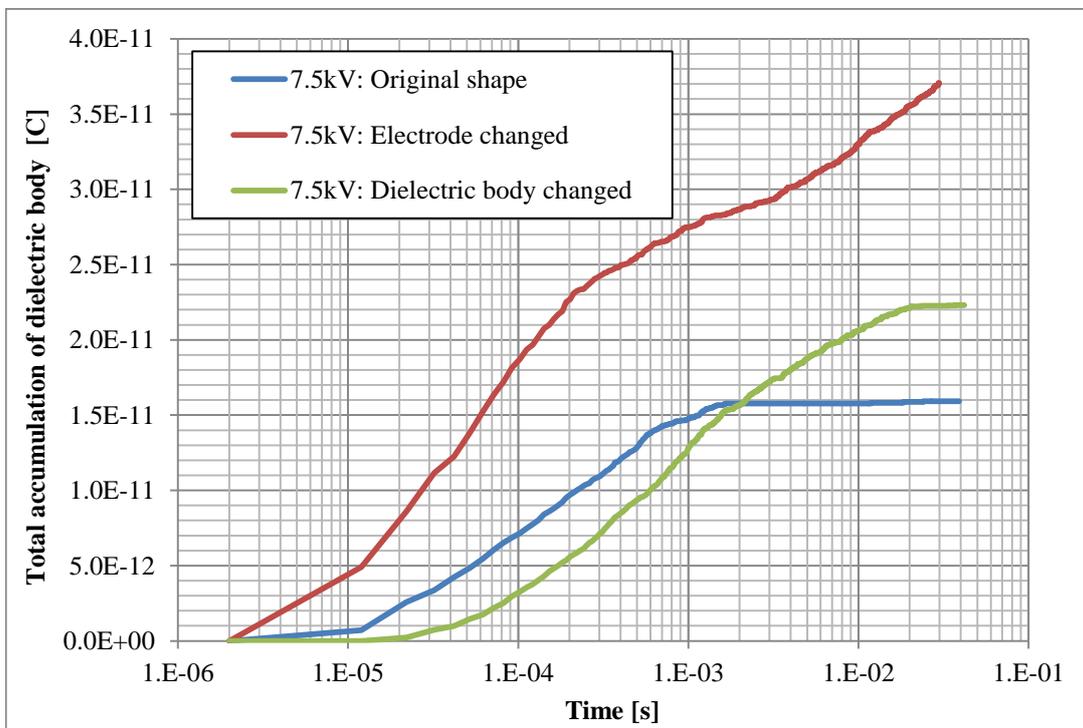


図 3.24 イオン吸着による誘電体の合計帯電量の時間変化

### 3.4 本章のまとめ

本章で得られた結果について簡単にまとめる。本稿では、高粘性電磁流体の電界中での変形形状を扱うための、MPS と FEM を連成した解析手法を提案し、変形形状の計算を行った。初期の半球形状から円錐形状に近づくよう流体変形が開始し、その後先端のみが伸張・先鋭化する様子を計算により定性的に再現した。また、流体変形における静電応力が表面張力のバランスを定量化し、準安定形状となる条件を導出した。これらの結果より、印加電圧を変えることでパターン電極に適した伸張・先鋭化や、針電極などに応用可能な準安定形状を得られることを数値解析により示した。これらは、高粘性電磁流体の形状を制御して様々な電極形状を設計する際の非常に重要な知見となり、現象メカニズムの把握による試作レスでの設計開発へ貢献が可能である。この得られた準安定形状を放電電極の先端形状とした場合、イオン発生前の電界強度を強くすることが可能であるが、誘電体の帯電量が増加し、最終的な放電電流は半球形状の電極と大差ない結果となった。逆に、誘電体の大きさを変えることで帯電量を変化させ、イオン飛散効率を向上させることが可能であることが分かった。

高粘性電磁流体の数値解析手法としては、更に流体が先鋭化するような現象を再現するには、解析コストを抑えつつ粒子間距離を短くして計算の分解能を高める必要がある。また、今回は理想的なステップ入力での電圧波形で流体変形を計算したが、実際には電圧の立ち上り・立ち下り時間の影響を受ける可能性もある。これらの解決が今後の課題となる。

## 第4章 結論

本稿では、広範囲かつ非定常での空中へのイオン飛散を予測するための数値解析手法を提案し、放電電極の形状の影響を含む現象のメカニズムを明らかにした。イオン飛散を扱う数値解析手法として、飛散するイオンを粒子として離散化し、移動度による速度モデルからイオンの飛散軌跡を計算、イオン飛散に伴う電荷移動や誘電体の吸着による帯電電荷を真電荷として FEM の節点に配分した電界計算と連成させる手法を提案した。この手法により、放電電極の前方に置かれた金属体に到達するイオン電荷量を金属体の時系列での電位変化として求め、実測結果と比較し良好な一致を得た。

また、放電電極形状の影響を検討するため、微小な針電極の先端形状を作成する方法として電界中の高粘性電磁流体の変形現象に着目した。印可電圧などを制御することで得られる高粘性電磁流体の準安定形状を針電極の先端形状として用いた場合のイオン飛散効率を求めた。高粘性電磁流体の変形現象もまた、静電応力と表面張力による流体変形と、それに伴う電界変化の複雑な複合現象である。本稿では、粒子法と FEM の連成解析手法に対して陰的な粘性項計算を導入し、高粘性電磁流体の変形現象を計算する手法を提案した。実験比較による手法の妥当性検証を行い、静電応力と表面張力のバランスから準安定形状を得るための印可電圧などの条件を導出した。この数値解析で得られた形状を針電極として用いた場合、先端の曲率が半球形状に比べて小さく、針先端での電界強度を強くすることができる。しかし、飛散したイオンが誘電体に吸着することによる帯電量も大きくなるため、半球形状の電極と同程度の針先電界強度に安定し、イオン飛散効率に対する影響は小さいことが分かった。一方、誘電体の帯電量が針先の電界に与える影響は大きく、その形状を変更することによって、イオン飛散効率の向上が可能であることを明らかにした。

以上より、本稿が提案した数値解析手法は、従来の数値解析では扱うことが難しかった上記のような現象のメカニズムを解明し、各要因の影響を定量化する手段として、実際の応用開発に向けての非常に有効な手段である。

## 謝辞

本研究を行うに当たって、大阪大学大学院工学研究科 平田勝弘教授には、社会人博士として学ぶ機会を与えて頂き、また、論文執筆などを含むに研究全体に対して非常に丁寧なご指導を賜りました。また、同研究科の宮坂史和准教授、新口昇助教にも、ご専門分野やそれ以外の分野に関しても幅広い知識を教えていただき、本研究を進める上で大きな知見を得ることができました。パナソニック株式会社の太田智浩氏には、技術的なアドバイスをはじめ様々な面で、本研究を行うに当たって不可欠なご助力を賜りました。ここに、皆様に心より感謝いたします。

また、同じく粒子法班であった松澤氏、村尾氏、光藤氏、小川氏、三宅氏、平野氏や、同僚の浅井氏、吉元氏らをはじめ、緒先輩方、同僚、後輩の方々には、技術的な意見交換をはじめ、大変お世話になりました。皆様にも、深く感謝いたします。

## 参考文献

- (1) G.Malkawi, A.L.Yarin, and F.Mashayek, "Breakup mechanisms of electrostatic atomization of corn oil and diesel fuel", *Journal of Applied Physics*,108, 064910, 2010.
- (2) De La Mora, J.Fernandez, Loscertales, I.G.," Current emitted by highly conducting Taylor cones", *Journal of Fluid Mechanics* 260, pp. 155-184, 1994.
- (3) Yudistira, H.T., Nguyen, V.D., Tran, S.B.Q., Kang, T.S., Park, J.K., Byun, D.," Retreat behavior of a charged droplet for electrohydrodynamic inkjet printing", *Applied Physics Letters* 98 (8), art. no. 083501, 2011.
- (4) H. S. Choi, Y. S. Kim, T. Kim, and I. H. Park, "Simulation of hydro statical equilibrium of ferrofluid subject to magneto – static field", *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 45, no. 10, pp. 4388-4390, 2009.
- (5) R. E. Rosensweig, "Ferrohydrodynamics", Courier Corporation, 1997.
- (6) E. G. Okress, D. M. Wroughton, G. Comenetz, B. H. Brace and J. G. R. Kelly, "Electromagnetic Levitation of Solid and Molten Metals" *J. Appl. Phys.*, vol. 23, pp. 545-552, 1952.
- (7) <https://www.keyence.co.jp/ss/ionizer/doctor/jodenki/genri.jsp>
- (8) <https://www.keyence.co.jp/ss/ionizer/doctor/jodenki/genri.jsp>
- (9) J. S. Chang, P. A. Lawless and T. Yamamoto, "Corona discharge processes," in *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 19, no. 6, pp. 1152-1166, Dec 1991.
- (10) H. Y. Lee, I. M. Kang and S. H. Lee, "Fully Coupled Finite-Element Analysis for Surface Discharge on Solid Insulation in Dielectric Liquid With Experimental Validation," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 3, pp. 1-4, March 2016.
- (11) J. D. Moon, D. h. Hwang and S. T. Geum, "An EHD gas pump utilizing a ring/needle electrode," in *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 16, no. 2, pp. 352-358, April 2009.
- (12) Kimio Yamada, "An empirical formula for negative corona discharge current in point-grid electrode geometry", *J. Appl. Phys.* 96, 2472 (2004).

- (13) O. Goossens, T. Callebaut, Y. Akishev, A. Napartovich, N. Trushkin and C. Leys, "The DC glow discharge at atmospheric pressure," in IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 30, no. 1, pp. 176-177, Feb 2002.
- (14) K. Adamiak, P. Atten, "Simulation of corona discharge in point–plane configuration", Journal of Electrostatics, 61 (2004), 85-98.
- (15) A. M. Ganan-Calvo, N. Rebollo-Munoz, J. M. Montanero, "The minimum or natural rate of flow and droplet size ejected by Taylor cone-jets: physical symmetries and scaling laws", New Journal of Physics, Vol.15, March 2013
- (16) A. Ebong et al., "On the Ink Jetting of Full Front Ag Gridlines for Cost-Effective Metallization of Si Solar Cells", IEEE Electron Device Letters, vol.33, no. 5, pp.637-639, May 2012
- (17) S. Matsuzawa, K. Hirata, T. Yoshimura, G. Yoshikawa and F. Miyasaka, "Numerical Analysis of Cold Crucible Induction Melting Employing FEM and MPS method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 49, No. 5, pp.1921-1924, 2013.
- (18) S. Matsuzawa, K. Hirata, T. Yoshimura, G. Yoshikawa, F. Miyasaka and Y. Okaue, "Numerical Analysis of Negative Ion by Electrostatic Atomization Employing FEM and MPS method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.49, No.5, pp.1733-1736, 2013.
- (19) S. Matsuzawa, G. Yoshikawa, K. Hirata, F. Miyasaka, Y. Nakai, M. Tsuda and Y. Komemushi, "Coupled 3D-Analysis Employing FEM and Particle Method - Experimental Verification of Cold Crucible Induction Melting -", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 51, No. 3, 7203204, 2015.
- (20) Gaku Yoshikawa, Fumikazu Miyasaka, Katsuhiro Hirata and Shuhei Matsuzawa, "Analysis of the Disintegration of Charged Droplets Employing Boundary Element Method and Particle Method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 49, No. 5, pp.1737-1740, May 2013.
- (21) Fumikazu Miyasaka, Gaku Yoshikawa, Shuhei Matsuzawa, "Numerical Simulation Model for FSW employing Particle Method -Effect of tool angle on fluid motion- ", Materials Science Forum Vols. 783-786 pp. 1765-1769, April 2014.
- (22) Gaku Yoshikawa, Shuhei Matsuzawa, Katsuhiro Hirata, Fumikazu Miyasaka,

- "Meshless Method Based on Weighted Least Square Method for Electrohydrodynamic Problems ", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 51, No. 3, March 2015.
- (23) Shuhei Matsuzawa, Kenta Mitsufuji, Yurika Miyake, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, "Numerical Analysis of Electromagnetic Levitation Employing Meshless Method Based on Weighted Least Square Method", Journal for Manufacturing Science and Production. Vol. 15, No. 1, pp. 29-34, March 2015.
- (24) 光藤健太、平田勝弘、宮坂史和、松澤周平、粒子法と磁気モーメント法の連成による電磁現象解析、日本 AEM 学会誌、Vol. 23, No. 2, pp. 282-287, 2015 年 06 月
- (25) Shuhei Matsuzawa, Kenta Mitsufuji, Yurika Miyake, Fumikazu Miyasaka, Katsuhiko Hirata, "Validation of Meshless Method Based on Weighted Least Square Method for Simulating Electromagnetic Levitation", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 52, No. 3, 7205204, March 2016.
- (26) 吉村隆洋, 吉川岳, 中村遼太, 平田勝弘, 宮坂史和, "粒子法・有限要素法の連成による射出水滴の電荷を考慮した静電霧化現象の解析の精度向上", 静止器・回転機合同研究会, SA-12-9, pp.47-52, 2012.01
- (27) 吉村隆洋, "粒子法と有限要素法の連成による静電霧化現象の数値解析", 知能・機能創成工学専攻 知能アクチュエータ・センサデバイス創成研究室, 修士論文(2012)
- (28) Gaku Yoshikawa, Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, "Meshless Method Based on Weighted Least Square Method for Electrohydrodynamic Problems ", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 51, No. 3, March 2015.
- (29) Hirt, C.W., Amsden, A.A., Cook, J.L., "An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds", *Journal of Computational Physics*, Vol. 114, No. 1, pp. 227-253, 1974.
- (30) H. Li, S. Wang, H. He, Y. Huangfu and J. Zhu, "Electromagnetic-Thermal-Deformed-Fluid-Coupled Simulation for Levitation Melting of Titanium", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.52, No.3, pp.1-4, March 2016
- (31) S. Koshizuka and Y. Oka, "Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid," Nucl. Sci. Eng. Soc., vol. 123, pp. 421-434, 1995.
- (32) Hiroyuki Kawamoto et al., "Statics of Pin Electrode in Pin-to-Plate Discharge System",

Journal of Imaging Science and Technology. Vol. 45, No.6. 556-564 (2001)

- (33) “放電ハンドブック”, 電機学会
- (34) J. S. Chang, P. A. Lawless and T. Yamamoto, "Corona discharge processes," in IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 19, no. 6, pp. 1152-1166, Dec 1991.
- (35) J. D. Moon, D. h. Hwang and S. T. Geum, "An EHD gas pump utilizing a ring/needle electrode," in IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, vol. 16, no. 2, pp. 352-358, April 2009.
- (36) Kimio Yamada, “An empirical formula for negative corona discharge current in point-grid electrode geometry”, J. Appl. Phys. 96, 2472 (2004).
- (37) O. Goossens, T. Callebaut, Y. Akishev, A. Napartovich, N. Trushkin and C. Leys, "The DC glow discharge at atmospheric pressure," in IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 30, no. 1, pp. 176-177, Feb 2002.
- (38) K. Adamiak, P. Atten, “Simulation of corona discharge in point–plane configuration”, Journal of Electrostatics, 61 (2004), 85-98.
- (39) “気体放電の基礎”, 東京電機大学出版局
- (40) 酒井長武, 細川辰三, 三好保憲, “空气中針先平板ギャップの放電特性と放電領域”, 電機学会誌, Vol.78 (1958), No.842, P1413-1420
- (41) 服部 正行, 浅野 和俊, “有限要素法による円筒電極間のコロナ放電場の解析”, 電機学会論文誌.A, Vol.106(1986), No.3, P95-102
- (42) Yamada, Tadahiko; Ushiroda, Sumio; Kajita, Shougo; Kondo, Yoshitaka, “Transport Coefficients of Ar<sup>+</sup>, Ne<sup>+</sup> and N<sub>2</sub><sup>+</sup> Ions in CH<sub>4</sub>”, IEEJ Transactions on Fundamentals and Materials, vol. 116, issue 7, pp. 623-627
- (43) E. A. Mason, E. W. McDaniel, “Transport Properties of Ions in Gasses”, Wiley & Sons, 245 (1988)
- (44) M. Tabrizchi, F. Rouholahnejad, “Corona discharge ion mobility spectrometry at reduced pressures”, Review of Scientific Instruments, 75, 4656 (2004).
- (45) Y. Higashiyama, K. Nagaki, K. Yatsuzaka, K. Asano, “Measurement of Positive Ion Mobility in Air Using Pulsed Corona Discharge”, T. IEE Japan, Vol. 121-A, No. 11. 2001.
- (46) T. Suda and Y. Sunaga, “Small Ion Mobility Characteristics under the Shiobara HVDC

- Test Line”, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 5, No. 1, 247-253(1990)
- (47) R. G. Stern, “Ion Mobility measurements in a Positive Corona Discharge”,  
J. Appl. Phys. 67, pp. 2789-2799(1990)
- (48) “流体力学”, 日本機械学会
- (49) 関本 奏子, 高山 光男, “大気中コロナ放電によるイオンの生成と発展の研究”,  
エアロゾル研究, Vol. 26 (2011), No. 3 Autumn P 203-213
- (50) “Water Molecule Structure”, [www1.lsbu.ac.jk/water/water\\_molecule.html](http://www1.lsbu.ac.jk/water/water_molecule.html)
- (51) 松坂 修二 , 神村 正憲 , 増田 弘昭, “気流による粒子再飛散および遠心分離に  
基づく粒子-壁間付着力の解析”, 化学工学論文集 23(4), 561-568, 1997-07-10
- (52) 竹山説三, “電磁気学現象理論”, 丸善 (1968)
- (53) H. Kawamoto, H. Yasuda, S. Umezu, “Ionic Wind in Pin-to-Plate Discharge System”,  
Transactions of the JSME, Vol. 70. No. 689, 2004
- (54) 越塚誠一, 柴田和也, “粒子法入門”, 丸善出版
- (55) 谷口健男, “3次元 FEM のための自動要素分割法”, 森北出版, 2006.

# 業績一覽

## 学術雑誌掲載論文

1. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Shinnosuke Ogawa, Tomohiro Ota, Katsuhiro Hirata, "Numerical Analysis of Behavior of High-Viscosity Electromagnetic Fluid Using a Coupled Method of Particle Method and FEM", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol.52, No.3, 7206704, 2016.03
2. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Shinnosuke Ogawa, and Katsuhiro Hirata, "Study on deformation analysis of high-viscosity electromagnetic fluid employing combined method", International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, Vol.52, pp.1519-1524, 2016.12
3. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Shinnosuke Ogawa, Tomohiro Ota, Katsuhiro Hirata, "Numerical Analysis of Ion Behavior Considering Charging Effect of a Dielectric Body", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol.53, No.6, 2017.6

## 国際会議発表論文

1. Takeshi Yamamoto, Tomohiro Ota and Katsuhiro Hirata, "Foreign Object Detection with Sensing Magnetic Field Variation for Wireless Power Transfer", Proceedings of CEFC2014(16th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation), Annecy, France, PE1:20, 2014.05
2. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Shinnosuke Ogawa, Tomohiro Ota, Katsuhiro Hirata, "Numerical Analysis of Behavior of High-viscosity Electromagnetic Fluid Using a Coupled Method of Particle Method and FEM", Proceedings of IEEE COMPUMAG 2015, Montreal, CANADA, PD5-4, 2015.06
3. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Shinnosuke Ogawa, and Katsuhiro Hirata, "Study on Deformation Analysis of High-Viscosity Electromagnetic Fluid Employing Combined Method", Proceedings of ISEM2015 (17th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics), Awaji, Japan, PS1-41, 2015.09

4. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Tomohiro Ota, and Katsuhiko Hirata, "Numerical Analysis of Ion Behavior Considering Charging Effect of a Dielectric Body", Proceedings of CEFC2016(17th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation), Miami, Florida, U.S.A, TP031-4, 2016.11
5. Yasuyoshi Asai, Tomohiro Ota, Takeshi Yamamoto, and Katsuhiko Hirata, "Proposed of Novel Linear Oscillating Actuator's Structure using Topology Optimization", Proceedings of CEFC2016(17th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation), Miami, Florida, U.S.A, TP081-9, 2016.11.

## 国内発表論文

1. 山本竹志, 太田智浩, 平田勝弘, "磁界変化を用いたワイヤレス電力伝送の金属異物検知技術", 電気学会静止器・回転機合同研究会, RM-14-24, pp.43-46, 2014.01
2. 山本竹志, 松澤周平, 小川伸之助, 平田勝弘, 太田智浩, "粒子法と有限要素法の連成による高粘性電磁流体现象の数値解析", 静止器・回転機合同研究会, RM-15-18, pp.77-80, 2015.03
3. 小川伸之助, 松澤周平, 山本竹志, 平田勝弘, 宮坂史和, "粒子法・有限要素法の連成による静電霧化現象の数値解析の改良", 第27回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム, 14D11, pp.225-228, 2015.05