



Title	電子散乱に強磁場の量子効果はどう効くか?-量子極限サイクロトロン共鳴の線幅を通して-
Author(s)	小堀, 裕己; 大山, 忠司; 大塚, 頴三
Citation	大阪大学低温センターだより. 1988, 62, p. 16-21
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/6725">https://hdl.handle.net/11094/6725</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 電子散乱に強磁場の量子効果はどう効くか？

— 量子極限サイクロトロン共鳴の線幅を通して —

教養部 小堀裕己、大山忠司、大塚穎三（豊中5242）

## 1. 序論

まず最初に、量子極限サイクロトロン共鳴とは何かについて説明し、その線幅を通して何を知る事ができるかを示す事にする。話を固体中、特に半導体について進め、一様磁場中の伝導帯にある電子について考える。磁場に垂直な方向に対して、電子のエネルギー準位は、よく知られているように、調和振動子的な  $\hbar\omega_c$  ( $\omega_c$  : サイクロトロン角振動数) の間隔の離散的な値を取り、零点振動として  $\hbar\omega_c/2$  を持つ。この離散的なエネルギー準位はランダウ準位と呼ばれている。これはサイクロトロン運動が円運動であるため、その平面内の垂直な両軸の射影が角振動数  $\omega_c$  の調和振動子として振る舞う事に帰因する。簡単のために、スピンの効果を無視し、伝導帯が球対称である場合を考えてエネルギー準位を書き下すと

$$\epsilon_n(k_z) = (n + \frac{1}{2}) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \quad (1)$$

で与えられる。n はランダウ量子数、 $\omega_c = eB/m^*c$  はサイクロトロン角振動数、 $m^*$  は伝導電子の有効質量、B は磁場、 $k_z$  は磁場方向の電子の波数を表わしている。磁場方向の電子の運動は磁場の影響を受けないので平面波となる。この時の状態密度について考える。結果だけを示すと次式で与えられる。

$$\rho(\epsilon) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2m^*}}{(2\pi\hbar)^2} \frac{eB}{c} \sum_n \frac{1}{\sqrt{\epsilon - \epsilon_n(0)}} & (\epsilon > \epsilon_n(0)) \\ 0 & (\epsilon < \epsilon_n(0)) \end{cases} \quad (2)$$

(2)式を見てわかるように、 $\rho(\epsilon)$  は  $\epsilon_n(0) = (n + 1/2) \hbar\omega_c$  で発散している。これは、磁場に垂直な方向に  $\hbar\omega_c$  の間隔の離散的エネルギー準位に分離しているためで、磁場方向の連続的エネルギー準位に対応して1次元的な状態密度となっているからである。この発散は、結晶中の不純物、欠陥、フォノンなどによる散乱によってエネルギー準位に広がりが生じ、抑えられる。そこでエネルギー準位の広がりを考慮した状態密度を次のようにおく事にする。

$$\rho_\Gamma(\epsilon) = \int d\epsilon' \rho(\epsilon') D(\epsilon - \epsilon') \quad (3)$$

$\rho(\epsilon)$  は(2)式によって与えられた完全結晶中の状態密度である。ここでローレンツ型のエネルギー準位の広がりを仮定すると、スペクトル密度関数  $D(\epsilon - \epsilon')$  は

$$D(\epsilon - \epsilon') = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(\epsilon - \epsilon')^2 + \Gamma^2/4} \quad (4)$$

とおける。 $\Gamma$  はエネルギー準位の広がりを表わしており、通常はエネルギーに依存する。エネルギー準位の広がりがなくなると  $\Gamma \rightarrow 0$  で  $D(\epsilon - \epsilon') = \delta(\epsilon - \epsilon')$  となり、 $\rho_\Gamma(\epsilon)$  は  $\rho(\epsilon)$  に一致

する。電子のエネルギー準位の滞在寿命を  $\tau_\Gamma$  とおくと、一般には散乱緩和時間  $\tau_\epsilon$  は同程度であって、したがって不確定性関係によって

$$\Gamma \sim \hbar / \tau_\epsilon$$

(5)

となる。図1に  $\tau_\epsilon$  が定数である事を仮定して状態密度をそれぞれ  $\omega_c \tau_\epsilon = 1, 10, 100$  について示す。

$\omega_c \tau_\epsilon \leq 1$  では、1次元的な状態密度は ( $\propto \epsilon^{-\frac{1}{2}}$ )、散乱によるエネルギー準位の広がりによって3次元的な状態密度 ( $\propto \epsilon^{\frac{1}{2}}$ ) に変化している事がわかる。これとは対照的に、サイクロトロン共鳴の観測条件  $\omega_c \tau_\epsilon \gg 1$  では、磁場によるエネルギー準位の量子化が明確である事がわかる。これは古典的に考えると、電子が十分多い回数の円運動の後、散乱される事を示している。さらに量子極限  $\hbar \omega_c \gg k_B T$  になると、電子は最低ランダウ準位にはほとんど分布する。これは通常、強磁場を必要とする。これまでの話をまとめると、「量子極限サイクロトロン共鳴を起こす条件下では、電子は（強）磁場による量子効果を最も強く感じている」と言える。そして、その場合の電子の散乱確率はサイクロトロン共鳴の線幅に鋭く反映されるのである。もちろん、量子極限になくとも、たとえば、光学フォノンによるランダウ準位間の共鳴的な散乱（マグネット・フォノン共鳴）のような量子効果の現われ方もある。ここでサイクロトロン共鳴の線幅を  $\Gamma_c$  ( $= 1 / \tau_\epsilon$ )、円電流電気伝導度  $\sigma_{+-}(\omega) = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} - i \sigma_{xy} + i \sigma_{yx}$  とおくと、電場  $E(t)$  に対する吸収エネルギーの時間平均は次のようになる。

$$P(\omega) = \frac{1}{2} \overline{E^2(t)} \operatorname{Re} [\sigma_{+-}(\omega)] \quad (6)$$

$$\operatorname{Re} [\sigma_{+-}(\omega)] \propto \frac{\Gamma_c}{(\omega - \omega_c)^2 + \Gamma_c^2} \quad (7)$$

(6)式の棒線は時間平均を表わしている。そこで、吸収線の角振動数、磁場に対する半値幅をそれぞれ  $\Delta\omega$ 、 $\Delta B$ 、共鳴磁場を  $B_r$  とおくと、線幅  $\Gamma_c$ 、すなわち散乱確率  $1 / \tau_\epsilon$  は次式によってサイクロトロン共鳴の実験によって求められる事がわかる。

$$\Gamma_c (= \frac{1}{\tau_\epsilon}) = \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{\omega_c}{2} \frac{\Delta B}{B_r} \quad (8)$$

## 2. 古典極限サイクロトロン共鳴の線幅

古典極限 ( $\hbar \omega_c \ll k_B T$ ) でのサイクロトロン共鳴の実験は主に、音響変形ポテンシャル散乱<sup>(1)</sup>、電子一中性ドナー散乱<sup>(2)</sup>、電子一中性アクセプター散乱<sup>(3)</sup>、について、とくにGe, Siを中心にして詳

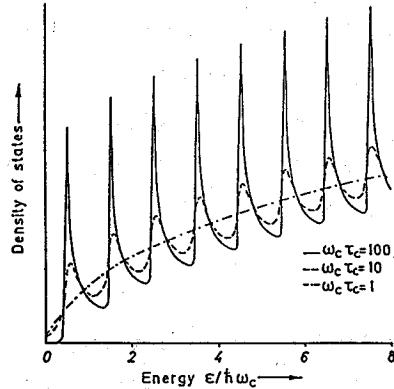


図1 磁場がかけられた時の伝導帯の状態密度 ( $\omega, \tau_\epsilon$  依存性)

しく調べられた。これは、ホール測定によるDCの実験・理論ときわめて良い一致が得られる事がわかっている（いずれも短距離力ポテンシャル散乱である）。古典極限で、電子は大きなランダウ量子数のエネルギー準位にまで分布している。したがって、そのランダウ量子数と分布に応じて、いろいろな大きなサイクロトロン半径 ( $l_c = [2(n+1/2) \hbar / m^* \omega_c]^{1/2}$ ) を持つ電子が存在し、平均エネルギーは熱的に決定される  $3k_B T / 2$  程度であって、個々の準位に付随する1次元的状態密度の平均化されたものが、散乱確率に反映されていると考えられる。

当時は鉄心マグネットを用いていたので、1T程度の定常磁場が限界であり、主にマイクロ波を用いた実験が行なわれていた。超伝導マグネットの出現によって定常強磁場（数10T）が実験され、遠赤外レーザーの発明と相共なって、遠赤外、赤外光を用いた実験が可能となった。それと共にサイクロトロン共鳴の線幅の問題は半古典的ボルツマンーブロックホ型輸送問題から量子磁気輸送問題へと発展したのである。

### 3. 量子極限サイクロトロン共鳴の線幅に関する実験と結果

量子極限サイクロトロン共鳴の線幅を調べる実験は、主にイオン化不純物散乱に対して、InSb<sup>(4)-(6)</sup>などについて多くの研究者によって調べられたが、決定的と言えるような実験はなく、互いに矛盾しているものさえある。そこで半導体を広い範囲にわたって、より重要と思われる散乱機構から詳しく述べ、いろいろなパラメータ依存性（磁場、温度、イオン化不純物濃度、キャリアー濃度、中性ドナー濃度、中性アクセプター濃度など）に関して調べる事により、総括的な理解を試みる事が肝要となる。ここで調べた散乱については (A) 音響変形ポテンシャル散乱 (pure Ge, GaAs), (B) 中性ドナー散乱 (n-GaAs), 電子一中性アクセプター散乱 (p-GaAs), (C) イオン化不純物散乱 (n-Ge, p-Ge, n-GaAs, n-InSb), [キャリアー] - [キャリアー] 散乱 (pure Ge, n-Ge, p-Ge, n-GaAs), である。さらに、将来的には、音響ピエゾ電気散乱 (n-CdS, n-GaAs), 極性光学フォノン散乱 (n-GaAs, n-InSb)についても調べ、すでに調べた散乱に対しても、半導体の種類を変えて調べる予定である。紙数の都合上、(A)の音響変形ポテンシャル散乱についてのみ説明し、(B)については結果のみを、(C)については割愛する。

(A) 音響変形ポテンシャル散乱<sup>(7)</sup>

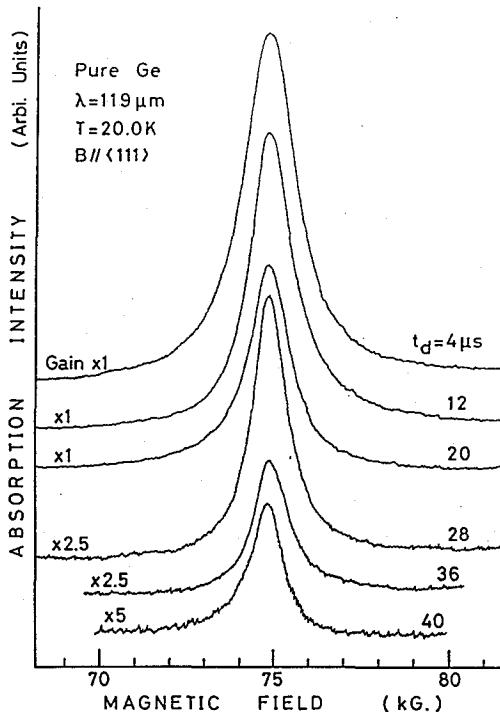


図2 pure Ge の波長  $119 \mu\text{m}$ 、温度  $20\text{K}$ 、磁場方向  $\langle 111 \rangle$  のサイクロトロン共鳴の信号の光励起後からの時間変化

pure Ge 中には測定温度範囲(1.8K~180K)で熱平衡状態にあると、キャリアー(電子、正孔)は、ほとんど存在しない。そこで実験では、キセノン・フラッシュランプによる光励起によって、キャリアーをつくり出している。ただし【キャリアー】—【キャリアー】散乱の寄与を除くために、光励起後から遅延時間を十分経過させて、線幅が吸収強度に依存しなくなった時点で信号が取られている。吸収強度は、キャリアー濃度に比例するので、線幅が吸収強度に依存しなくなった時点で信号を取り、【キャリアー】—【キャリアー】散乱の寄与を除いている。その様子を図2に示す。波長  $119\text{ }\mu\text{m}$ での pure Ge ( $N_a - N_d \lesssim 10^{12}\text{ cm}^{-3}$ ,  $N_d$ : ドナー濃度,  $N_a$ : アクセプター濃度) のサイクロトロン共鳴の信号の時間変化で、磁場は  $\langle 111 \rangle$  方向にかけられており、図には有効質量の最も小さいものを示してある。

右に書かれている時間は遅延時間を表わし、時間経過と共に吸収強度が減少し(したがってキャリアー濃度が減少し)、線幅が減少した後、一定となっていく事が図よりわかると思う。図3に線幅の温度依存性を(8K~160K)を示す。より高純度のpure Ge-2 ( $N_d - N_a \leq 5 \times 10^{10}\text{ cm}^{-3}$ )の試料についても共に示してあり、同一の温度依存性がある。この温度域でpure Geの線幅を決定しているのが、音響変形ポテンシャル散乱であり、量子極限では、温度の1乗に比例し、古典極限での結果、 $T$ の $3/2$ 乗(Bardeen-Shockley)と異なっている事がわかる。さらに  $T \geq 121\text{ K}$ での古典領域で $T$ の1乗からのずれが見られる。これは次の図4の波長  $513\text{ }\mu\text{m}$ では、さらにはっきりとする(1.8K~180K)。線幅は  $3\text{ K} \leq T \leq 28\text{ K}$ の量子領域で $T$ の1乗に比例し、 $T \leq 3\text{ K}$ になると、温度に依存しない方向に移行する。そして  $T \geq 28\text{ K}$ の古典領域では、ホール・DC測定の結果と一致する $T$ の $3/2$ 乗へと変わっていくのがわかる。音響フォノンの分布関数を  $N_q = [\exp(\hbar\omega_q/k_B T) - 1]^{-1}$  ( $\hbar\omega_q$ : 散乱に関与する音響フォノン平均エネルギー) とすると、電子と音響フォノンとの散乱確率は、ほぼ  $2N_q + 1$ に比例する。量子極限での温度依存性は、まさに  $2N_q + 1$

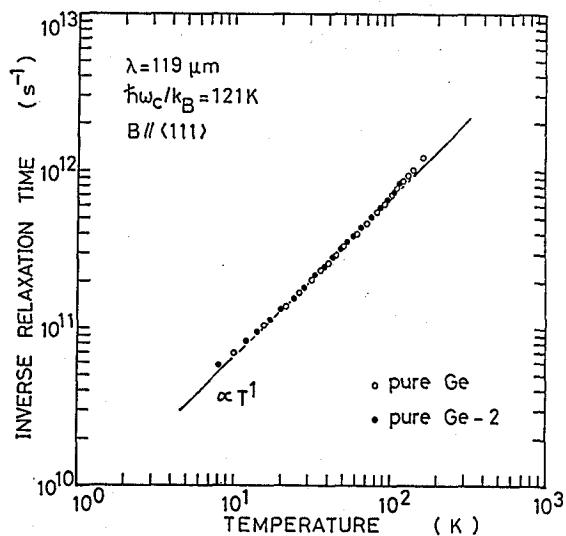


図3 pure Ge, pure Ge-2の波長  $119\text{ }\mu\text{m}$ 、磁場方向  $\langle 111 \rangle$  での線幅の温度依存性

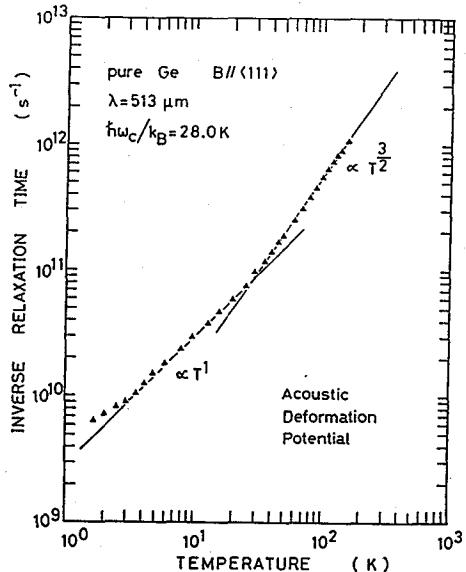


図4 pure Ge の波長  $513\text{ }\mu\text{m}$ 、磁場方向  $\langle 111 \rangle$  での線幅の温度依存性

を示していると考えられるから、散乱確率に電子の運動エネルギー部分が消失している事がわかる。この量子極限での電子の運動エネルギー部分の消失は、音響フォノン散乱ばかりでなく、他の実験で調べたすべての散乱（イオン化不純物散乱、〔キャリアー〕—〔キャリアー〕散乱、電子—中性ドナー散乱、電子—中性アクセプター散乱）に関しても同一の結果（したがって不純物散乱であるから、線幅は温度に依存しない）が得られている。つぎに温度20Kでの磁場依存性を図5に示す。線幅が磁場の $1/2$ 乗に比例して広くなっている事がわかる。上で述べた事をまとめると、量子極限での音響変形ポテンシャル散乱に対する線幅は次のようになる。

$$\begin{aligned}\Gamma_{AD} &\propto T^1 B^{\frac{1}{2}} \quad (\text{比較的高温: } 2N_q + 1 \approx 2k_B T/\hbar\omega_q) \\ &\propto T^0 \quad (\text{極低温: } 2N_q + 1 \approx 1)\end{aligned}\quad (9)$$

この実験結果は Myer<sup>(8)</sup>の理論によって定性的に説明される。彼はボルン近似の枠内でランダウ準位間散乱（ $n = 1 \rightarrow n = 0$ ）を仮定し、上記の温度、磁場依存性を導き出した。これに対して Arora—Spector<sup>(9)</sup>は密度演算子法で、Suzuki et al.<sup>(10)</sup>は proper connected diagram expansion 法（これはコヒーレント・ポテンシャル近似に対応）によってランダウ準位内散乱（ $n = 0 \rightarrow n = 0$ ,  $n = 1 \rightarrow n = 1$ ）を仮定して、エネルギー準位の広がりをスペクトル密度関数に関して無視した場合 $\Gamma_{AD} \propto T^1 B^{\frac{1}{2}}$ （比較的高温）が得られる事を示した。量子極限ではランダウ準位内散乱の方がランダウ準位間散乱よりも支配的であると考えたのである。Arora—SpectorやSuzuki et al. にしても、ランダウ準位間散乱を仮定すれば、係数の多少の違いを除けば Meyer と同じ表式を導く事が可能である。この点の理論的問題に関しては、まだ考慮しなければならない、むずかしい問題があり、今後の課題となっている。実験的には多数の半導体に関して他の散乱機構もふせて吟味しなければならない。

#### (B) 電子—中性ドナー散乱<sup>(11)</sup>、電子—中性アクセプター散乱<sup>(12)</sup>

実験結果だけを示すと、共に量子極限では、実験的に線幅は次式によって与えられる。

$$\Gamma_{NI} \propto N_{NI} T^0 B^{-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

ここで $N_{NI}$ はそれぞれの散乱に関する中性不純物濃度を表している。電子—中性ドナー散乱、電子—中性アクセプター散乱は、古典極限では、電子—水素原子散乱、陽電子—水素電子散乱を適当に有効質量と誘電率によってスケーリングして求められている。ここでは、電子—中性ドナー散乱は電子—中性アクセプター散乱よりも大きな散乱断面積を持っている。これは電子—中性アクセプター散乱には同種粒子散乱に対する交換項が存在しないためである。この状況は量子極限になってもかわらない。ただし散乱確率は、音響変形ポテンシャル散乱とは対照的に、磁場と共に両方の散乱に対して小さくなる。図6に波長

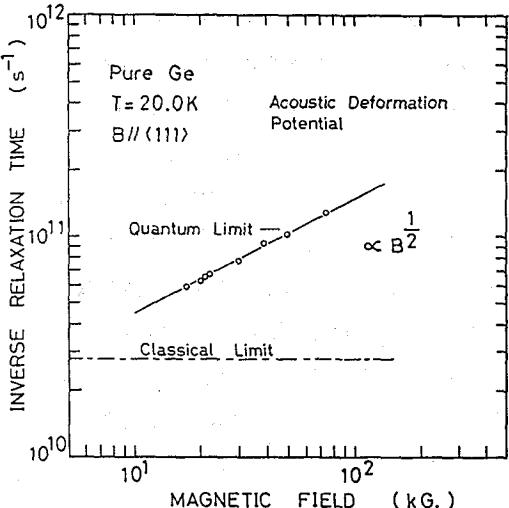


図5 pure Ge の温度20K、磁場方向〈111〉での線幅の温度依存性

172  $\mu$ m、温度 4.2K での GaAs に対する線幅の中性不純物濃度依存性を与える。比較のため、古典極限での理論値を示してある。中性不純物散乱は、通常のポテンシャル散乱とは異なり、3 体散乱であるから、これをさらに量子極限で扱う事は非常にむずかしい問題となる。ただし(10)式の中性不純物濃度  $N_{NI}$  をイオン化不純物濃度  $N_{II}$ 、キャリアー濃度  $N_c$  に置き換えると、イオン化不純物散乱、〔キャリアー〕—〔キャリアー〕散乱についても係数の違いを除いて、同一の結果が得られる事が我々の実験によってわかっている。

#### 4. 結 論

サイクロトロン共鳴の線幅が様々な散乱について量子極限になると、古典極限とはまっ

たく異なったパラメータ依存性（磁場、温度、イオン化不純物濃度、キャリアー濃度、中性不純物濃度など）を示す事が実験的に明らかとなった。これらを正確に理解するためには、通常の零磁場 DC 理論で行なっているような半古典的ボルツマン方程式を解くのではなく、厳密な量子統計力学的取り扱いが必要となる。その意味で典型的な量子輸送問題となっている。これらを正確に理解された時、他の強磁場中のキャリアー散乱現象の理解を助けるばかりでなく、逆に、線幅のパラメーター依存性を通して基本的な物性定数（音響変形ポテンシャル定数、ピエゾ結合定数、ポーラロン結合定数）や不純物濃度（ドナー、アクセプター：したがってその半導体結晶の結晶評価ができる）を知る事ができる。

#### 文献

- (1) J.C.Hensel : Phys. Lett. 4 38 (1963)
- (2) M.Fukai et al : J. Phys. Soc. Jpn. 19 30 (1964)
- (3) E.Otsuka et al : J. Phys. Soc. Jpn. 21 1104 (1966)
- (4) J.R.Apel et al : Phys. Rev. B4 436 (1971)
- (5) B.D.McCombe et al : Phys. Rev. B13 2536 (1976)
- (6) M.Prasad : Phys. Stat. Sol. B109 11 (1982)
- (7) H.Kobori : Sol. Stat. Comm. 64 35 (1987)
- (8) H,J,G,Meyer : Phys. Lett. 2, 259 (1962)
- (9) V,K,Arora and H,N,Spector : Phys. Stat. Sol. (b)94 701 (1979)
- (10) Suzuki et al : J. Phys. Chem. Sol. 41, 735 (1980)
- (11) T.Ohyama et al: Jpn. J. Appl. Phys. 25, 1518 (1986)
- (12) H.Kobori et al : Sol. Stat. Comm. 63, 123 (1987)

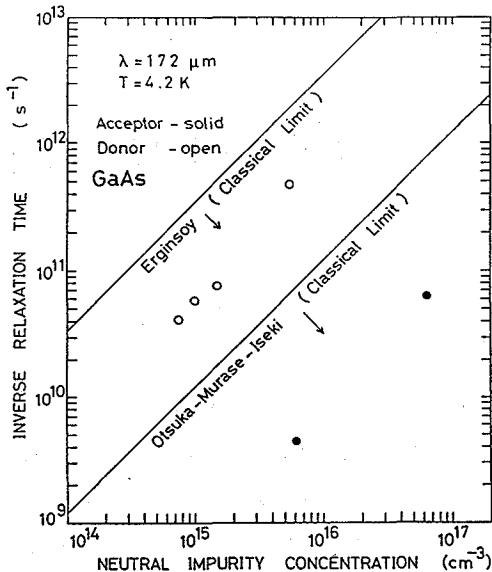


図 6 GaAs の波長 172  $\mu$ m、温度 4.2K での線幅の中性不純物（ドナー、アクセプター濃度）依存性 [Erginsoy : 中性ドナー、 Otsuka et al : 中性アクセプター]