

Title	Betrachtung über die Kontur Formgebung im Binären Bilderzeugung(Physics, Process, Instruments & Measurements)
Author(s)	Inoue, Katsunori; Nakashima, Katsuyuki; Ohbuchi, Yutaka
Citation	Transactions of JWRI. 1992, 21(2), p. 201-206
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/6735">https://doi.org/10.18910/6735</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# Betrachtung über die Kontur Formgebung im Binären Bilderzeugung<sup>†</sup>

Katsunori INOUE\*, Katsuyuki NAKASHIMA\*\*und Yutaka OHBUCHI\*\*\*

## Auszug

Dieser Artikel beschreibt die Theorie der idealen binären Bilderzeugung von geometrischen Figuren im Computer-memory. Die betrachteten Figuren sind Rechtecke und Kreise. Sie haben gerade und bogenförmige Kanten. Die Entscheidung, ob der Wert der Pixel, die die diskrete Bildebene bilden, "1" oder "0" sein soll, basiert auf der Pixelfläche, die von der betrachteten Figur überdeckt wird. Für die geradlinige Kante wurde ein Ausdruck gefunden, der die Beziehung zwischen der Steigung der ursprünglichen Kante und der Zahl der Einheitsschritte, die in der Kontur des abgeleiteten binären Bildes erscheinen, beschreibt. Für die Beziehung zwischen bogenförmigen Kanten und zugeordneten Pixels wird die Prozedur zur Bestimmung der binären Bilddaten in Form eines Flußdiagramms angegeben.

**KEY WORDS :**(Machine Vision System),(Digital Picture Processing),(Binary Image Formation),(Computer Simulation)

## 1. Einleitung

Maschinelle Bildsysteme sind sehr nützlich für die Analyse der Mikrostruktur von Metallen und die nondestruktive Inspektion von Schweißnähten. In solchen Systemen werden die Bilddaten eines Objektes in binäre Daten umgewandelt, um die nachfolgende Datenverarbeitung zu vereinfachen.<sup>5)6)</sup> Ein bestimmter Algorithmus wird auf diese Bilddaten angewendet, um die Abbildung der Kanten des Objekts zu bestimmen. Die mikrostruktur der Kontur des binären Bildes wird von einer stufenförmigen Zickzacklinie gebildet. Diese Zickzacklinie ändert sich auf komplizierte Art und Weise bei Verschiebung des Objektes. Um die Funktion des Algorithmus quantitativ begutachten zu können, sind sehr Viele Bilddaten erforderlich, die durch Verschiebung der Position der Figur um bis zu einem Pixel bestimmt werden. Die Bilddaten, die von einem Eingabegerät wie zum Beispiel einer CCD-Kamera stammen, enthalten ein hohes Maß an elektrischen und optischen Störungen. Die Bewertung des Algorithmus mit diesen Daten ist daher nicht ausreichend, insbesondere für Messungen, die hohe Genauigkeit erfordern. Ideale binäre Bilddaten sind erforderlich, wie man sie erhält, wenn man geometrische Figuren auf ein geometrisch ideales rechteckiges Feld von Einheitssensoren mit identischer Sensitivität abbildet.

Dieser Artikel beschreibt die Theorie der binären Bilderzeugung für gerade und bogenförmigen Kanten eines Objektes, mit der Annahme, daß das Objekt ideale Eigenschaften besitzt. Einige Ausdrücke für die Bilderzeugung an geraden Kanten mit verschiedenen Steigungen und an bogenförmigen Kanten mit verschiedenen Krümmungen werden vorgestellt.

## 2. Standardisierung der Pixelwert "1"/"0" Bestimmungsmethode

Solid-State-Kameras wie zum Beispiel CCD-Kameras haben in jedem Pixelfeld separate Photodioden als Detektoren für das vom Objekt reflektierte Licht. Die einzelnen Elemente sind gewöhnlich entweder in einer linearen oder einer rechtwinkligen Formation angeordnet.

Wir betrachten nun die binäre Bilderzeugung in einer Pixelebene. **Abb.1** zeigt das beleuchtete Object in der Bildebene. Das Ausgangssignal  $V$  des Sensorelementes ist proportional der Fläche  $S$  des Elementes, die von dem Objekt überdeckt wird, wie folgt:

$$V \propto S = \int_x^{x+1} \int_y f(x) dy dx$$

wobei  $V$  Werte zwischen 0 und  $V_{\max}$  annimmt.

Mehrere Veröffentlichungen<sup>1)2)3)5)</sup> machen Vorschläge für die Abschätzung des Schwellwertes zur Bestimmung des Pixelwerts "0" oder "1" für den Fall binärer Bilder. Wir machen die Annahme, daß der Wert logisch "1" ist, falls die Pixelfläche mindestens zur Hälfte überdeckt ist, und daß der Pixelwert unabhängig von den benachbarten Pixels ist:

$$\begin{aligned} \text{Pixelwert} &= 1 \text{ falls } S \geq 0.5 \\ \text{Pixelwert} &= 0 \text{ falls } S < 0.5 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

## 3. Binäres Bild einer Geraden Kante

Im Falle einer geraden Kante hängt der Wert "0" oder "1" des Pixels davon ab, ob die Kante oberhalb des

<sup>†</sup> Received on Oct.31,1992

\* Professor

\*\* Forschungsassistent, Kurume National College of Technology

\*\*\* Professor, Kurume National College of Technology

Zentrums des Pixels liegt oder nicht, wobei der Pixelwert als "1" definiert wird für den Fall, daß die Kante durch das Zentrum des Pixels läuft.

Wie leicht gezeigt werden kann, bildet die gerade Kante mit einer Steigung von 1:n das Bild einer Treppenfunktion mit einem Pixel in y-Richtung für jede n Pixel in x-Richtung, wie in **Abb.2** als graue Fläche gezeigt (dies wird hier als "Einheitsstufenfunktion 1:n" bezeichnet). Hierbei wird angenommen, daß die Kante lang genug ist, so daß Kantenendeffekte vernachlässigt werden können. Nun untersuchen wir, wie eine gerade Kante mit einer Steigung  $\theta = \tan^{-1}(b/a)$  ein binäres Pixelbild formt, wobei die oben beschriebene Standardisierung für die Bestimmung des logischen Wertes benutzt wird und a,b ganze Zahlen mit positivem Vorzeichen sind.

In diesem Zusammenhang sind dann die beiden folgenden Lemmata (1) und (2) korrekt:

**Lemma (1)**

( $\theta \leq 45^\circ$ )

Wenn das binäre Bild des Objekts aus einer Einheitsstufenfunktion 1:n besteht, so liegt die Steigung  $\theta = \tan^{-1}(b/a)$  der ursprünglichen Kante zwischen den folgenden Grenzen:

$$\frac{1}{n-1} > b/a > \frac{1}{n+1}$$

oder  $n-1 < a/b < n+1$  ..... (2)

wobei  $b \leq a$  und  $n \geq 1$ , a und b sind ganze Zahlen.

**Lemma (2)**

( $\theta > 45^\circ$ )

Wenn das binäre Bild aus einer Einheitsstufenfunktion n:1 besteht (n Pixel in y-Richtung und ein Pixel in x-Richtung), so liegt die Steigung  $\theta = \tan^{-1}(b/a)$  der ursprünglichen Kante zwischen den folgenden Grenzen:

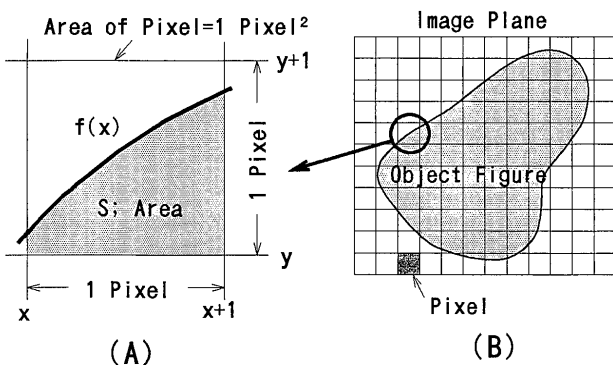


Abb.1 Das Objekt (A) über einem Pixel (B) in der Bildebene

$$n-1 < b/a < n+1 \quad \dots\dots (3)$$

wobei  $b > a$  und  $n > 1$ .

**Beweis:**

Abb.2 zeigt das binäre Bild und die ursprüngliche gerade Kante, wobei das Bild aus einer Einheitsstufenfunktion 1:n besteht. Aus dem Bild folgt der folgende Erscheinungsbereich für die ursprüngliche Kante:

- (a) die Kante liegt unterhalb des Zentrums von Pixel E, da der Wert von Pixel E = "0"
- (b) die Kante liegt auf oder oberhalb des Zentrums von Pixel F, da der Wert von Pixel F = "1".
- (c) die Kante liegt unterhalb des Zentrums von Pixel G, da der Wert von Pixel G = "0".
- (d) die Kante liegt auf oder oberhalb des Zentrums von Pixel H, da der Wert von Pixel H = "1".

Bei Berücksichtigung dieser Fakten ist es offensichtlich, daß der Bereich, in dem die gerade Kante liegt ( $\Delta \theta$ ), durch die schraffierte Fläche gegeben ist.

Der maximale (Linie ①) und minimale (Linie ②) Wert der Steigung b/a ist dann durch die offenen Intervalle

$$b/a < 1/(n-1) \text{ bzw. } 1/(n+1) < b/a$$

gegeben, woraus Lemma (1) folgt.

Im Fall einer Steigung  $\theta > 45^\circ$  kann ein solches Intervall abgeleitet werden, indem man die Kanten entlang einer Linie mit einer Steigung von  $45^\circ$  spiegelt, woraus Lemma (2) folgt.

**Q.E.D.**

Nun kann mit Hilfe der obigen Lemmata der folgende Satz bewiesen werden:

**Satz (1)**

( $\theta \leq 45^\circ ; b \leq a$ )

Mit Hilfe von Lemma (1) folgt, daß das binäre Bild

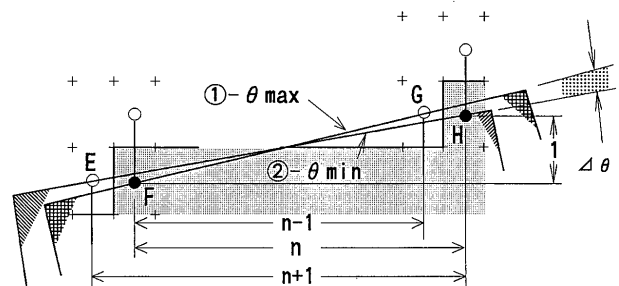


Abb.2 Binäres Bild und ursprüngliche gerade Kante (Fortgesetzt in y-Richtung)

einer geraden Kante mit einer Steigung von  $b:a$  ( $b \leq a$  und  $\theta \leq 45^\circ$ ) mit  $b$  in  $y$ -Richtung und  $a$  in  $x$ -Richtung aus zwei Einheitsstufenfunktionen  $1:n$  und  $1:n+1$  besteht, wobei  $n$  der ganze Anteil von  $a/b$  ist.

Sind  $p$  und  $q$  Werte der Einheitsstufenfunktionen  $1:n$  bzw.  $1:n+1$ , so gilt das folgende:

$$p = (n+1)b - a \quad \dots (4)$$

$$q = a - nb \quad \dots (5)$$

**Beweis:**

Es wird angenommen, daß der gegebene Wert von  $n$  die Einheitsstufenfunktion  $1:n$  für die Bilderzeugung einer geraden Kante mit Steigung  $b/a$  bildet. Dann ist durch Gleichung (2) eine Reihe  $P_n$  von Verhältnissen  $a/b$  für die Steigung gegeben, deren Wertebereich in Linie in **Abb.3** dargestellt ist wird. Die Grenzen der Wertebereiche sind ausgeschlossen. Reihen von Verhältnissen  $P_{n+2}$ ,  $P_{n+1}$  und  $P_{n-1}$  für die Einheitsstufenfunktionen  $1:n+2$ ,  $1:n+1$  und  $1:n-1$  sind dargestellt in Linie ④, ③ bzw. ①.  $P_i$  sei der allgemeine Ausdruck für diese Reihen.

Es ist offensichtlich, daß ein Punkt auf Linie entweder nur zu  $P_i$  oder sowohl zu  $P_i$  als auch zu  $P_{i+1}$  gehört. Daher erzeugt die gerade Kante der Steigung  $b:a$  ein Bild, das entweder nur aus der Einheitsstufenfunktion  $1:i$  oder aus den beiden Einheitsstufenfunktionen  $1:i$  und  $1:i+1$  besteht. Ein Punkt  $a/b$  auf einer Linie gehört also nur zu Reihe  $P_n$ , während ein anderer Punkt  $a'/b'$  sowohl zu  $P_{n+1}$  als auch zu  $P_n$  gehört, wobei  $n$  der ganze Anteil von  $a/b$  und  $a'/b'$  ist. Dies wird von den senkrechten gestrichelten Linien in **Abb.3** gezeigt.

Wenn man berücksichtigt, daß  $a$  der Abschnitt der  $x$ -Achse und  $b$  der der  $y$ -Achse ist, so können  $a$  und  $b$  wie folgt dargestellt werden:

$$a = np + (n+1)q \quad \text{bzw.} \\ b = p + q$$

Daraus können die Gleichungen (4) und (5) abgeleitet werden, wobei nur eine Einheitsstufenfunktion  $1:n$  erzeugt wird, falls  $q=0$ .

**Q.E.D.**

**Satz (2)**

(  $\theta > 45^\circ ; b > a$  )

Mit Hilfe von Lemma (2) folgt, daß das binäre Bild einer geraden Kante mit Steigung  $b:a$  aus zwei Einheitsstufenfunktionen  $n:1$  und  $n+1:1$  besteht.  $n$  ist der ganze Anteil von  $b/a$ . Sind  $p$  und  $q$  Werte der Einheitsstufenfunktionen  $n:1$  bzw.  $n+1:1$ , dann gilt

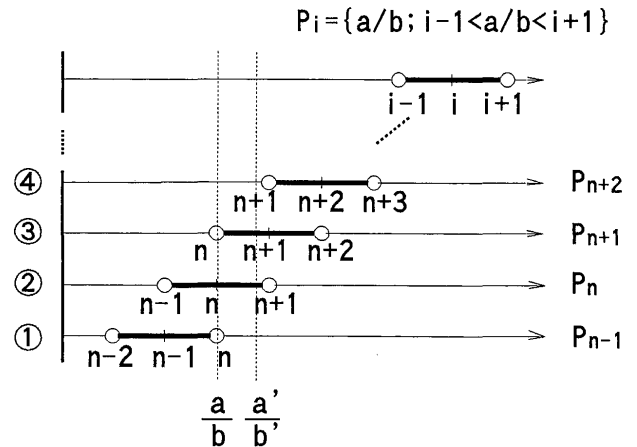


Abb.3 Eine Gruppe von Verhältnissen  $b/a$  in einem numerischen Liniendiagramm

folgendes:

$$p = (n+1)a - b \quad \dots (6)$$

$$q = b - na \quad \dots (7)$$

Mit Hilfe von Lemma (2) können die Gleichungen (6) und (7) auf die selbe Art und Weise wie für Satz 1 abgeleitet werden.

Die oben beschriebenen Sätze sind nur für ganzzahlige Steigungen korrekt. Sie sind jedoch ausreichend genau, um sie auf beliebige praktische Fälle anzuwenden.

**Abb.4** zeigt die binären Bilder, die von einer geraden Kante mit Steigung  $b:a = 4:15$  erzeugt werden, mit einer parallelen Verschiebung  $d(0.2, 0.4, 0.5)$  von der Begrenzung des Pixels. Der Wert von  $n = 3$ , da  $3 < a/b = 15/4 = 3.75 < 4$ , woraus sich  $p = 1$  und  $q = 3$  mit Hilfe von Gleichung (4) bzw. (5) ergibt.

**4. Binäres Bild eines Kreisbogens**

Im Vergleich zu einer geraden Kante wird ein Kreisbogen durch viele verschiedene Parameter wie den Radius  $r$ , die Position  $(x_c, y_c)$  des Mittelpunkts, und den Anfangswinkel  $\theta_1$ , und Endwinkel  $\theta_2$  bestimmt. Daher kann das binäre Bild eines Kreisbogens nicht einfach durch einige Einheitsstufenfunktionen und deren Kombinationen beschrieben werden, und eine quantitative Bestimmung wie mit den Sätzen (1) und (2) für die gerade Kante ist nicht allgemein möglich. Für den Fall der Bestimmung des binären Bildes eines Kreises mit den Parametern  $r$ ,  $x_c$  und  $y_c$  wird der Wert "1" oder "0" eines individuellen Pixels mit Hilfe von Gleichung (1) bestimmt.

**Abb.5** zeigt einen Kreis innerhalb eines Pixelfeldes. Der Pixelwert ist "1", wenn ein Pixel vollkommen

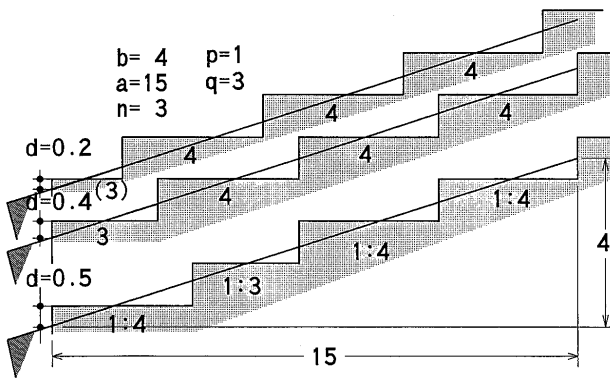


Abb.4 Beispiel eines binären Bildes für eine gerade Kante mit einer Steigung von 4:15

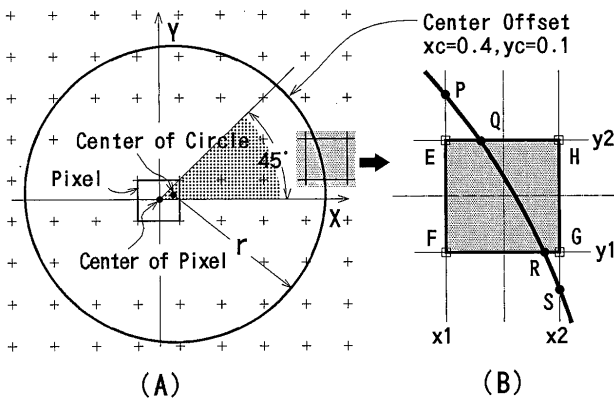


Abb.5 Ein Kreis und ein Kreisbogen, (A) Kreis in der Bildebene, (B) Kreisbogen über einem Pixel

innerhalb des Kreises liegt. Wenn der Kreisbogen ein Pixel kreuzt, so wird der Pixelwert wie folgt bestimmt. Aus Symmetriegründen, wie in Abb.5(A) gezeigt, braucht der Wert nur im Bereich  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  bestimmt zu werden. Der Kreis kann wie folgt dargestellt werden:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \quad \dots\dots (8)$$

wobei  $x_c$  und  $y_c$  die Verschiebung des Kreismittelpunktes vom Mittelpunkt des Pixels ist. Aus Periodizitätsgründen braucht dann nur der Bereich  $-0.5 \leq x_c \leq 0.5$  und  $-0.5 \leq y_c \leq 0.5$  betrachtet zu werden. Der Ursprung liegt im Zentrum eines Pixels.

Abb.5 (B) zeigt einen Teil des Kreises über einem Pixel und dessen Umgebung. Die Punkte E, F, G und H sind die vier Eckpunkte des Pixels, und die Punkte P, Q, R und S sind die Schnittpunkte des Kreisbogens mit den vier Pixelseiten  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$  und  $y_2$ . Die Koordinaten der Schnittpunkte können wie folgt bestimmt werden:

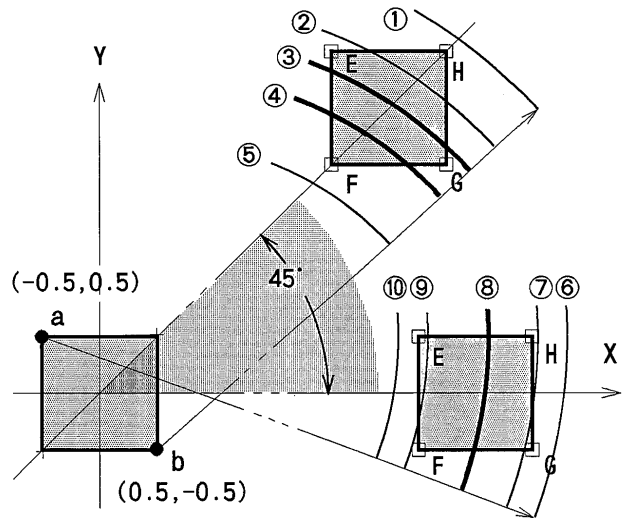


Abb.6 Das Verhalten von verschiedenen Kreisbögen über einem Pixel

$$P(x_1, y_P); (x_1, \sqrt{r^2 - (x_1 - x_c)^2} + y_c)$$

$$Q(x_Q, y_2); (\sqrt{r^2 - (y_2 - y_c)^2} + x_c, y_2)$$

$$R(x_R, y_1); (\sqrt{r^2 - (y_1 - y_c)^2} + x_c, y_1)$$

$$S(x_2, y_S); (x_2, \sqrt{r^2 - (x_2 - x_c)^2} + y_c)$$

Die Kreisabschnitte über zwei Pixels und deren Umgebung sind in Abb.6 dargestellt, mit entsprechenden Eckpunkten E, F, G und H. Der Kreismittelpunkt ist dabei einmal vom Ursprung zum Punkt a (-0.5, 0.5) und zum anderen Mal zum Punkt b (0.5, -0.5) verschoben, wobei die Radien ebenfalls variieren. Die Kreisbögen ①, ②, ③, ④ und ⑤ liegen bei einem Pixel, das sich auf einer Linie mit einer Steigung von  $45^\circ$  befindet, während die Bögen ⑥, ⑦, ⑧, ⑨ und ⑩ bei einem Pixel liegen, das sich auf der x-Achse befindet. Der Kreismittelpunkt für die Bögen ① bis ⑤ ist zum Punkt a und für die Bögen ⑥ bis ⑩ zum Punkt b verschoben. Der logische Wert aller Pixel auf dem Kreisumfang kann abgeschätzt werden, wenn man den Wert der zwei Pixel für die Kreisbögen ① bis ⑩ betrachtet.

Offensichtlich ist der Wert "1" für die Bögen ①, ②, ⑥ und ⑦, und "0" für die Bögen ⑤, ⑨ und ⑩. Für die Bögen ③, ④ und ⑧ muß die Fläche bestimmt werden, die von dem Bogen und den Pixelseiten eingeschlossen wird.

Im Falle des Bogens ③ ist die Fläche  $S_3$  zwischen dem Bogen und den Pixelseiten durch den folgenden Ausdruck gegeben:

$$S_3 = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y=y_1}^{y=\sqrt{r^2 - (x-x_c)^2} + y_c} dy dx$$

$$= \frac{1}{2} r_2 \left\{ \cos^{-1} \frac{(x_1-x_c)}{r} - \cos^{-1} \frac{(x_2-x_c)}{r} \right\} + \frac{(x_2-x_c)(y_2-y_c) - (x_1-x_c)(y_1-y_c)}{2} - (x_2-x_1)(y_1-y_c) \dots\dots (9)$$

Für die Bögen ④ und ⑧ sind die Flächen  $S_4$  und  $S_8$  durch die folgenden Ausdrücke gegeben:

$$S_4 = \int_{x_1}^{x_R} \int_{y=y_1}^{y=\sqrt{r^2-(x-x_c)^2}+y_c} dydx = \frac{1}{2} r^2 \left\{ \cos^{-1} \frac{(x_1-x_c)}{r} - \sin^{-1} \frac{(y_1-y_c)}{r} \right\} - \frac{(x_1-x_c)(y_1-y_c) + (x_R-x_1)(y_1-y_c)}{2} \dots\dots (10)$$

bzw.

$$S_8 = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x=x_1}^{x=\sqrt{r^2-(y-y_c)^2}+x_c} dx dy = \frac{1}{2} r_2 \left\{ \sin^{-1} \frac{(y_2-y_c)}{r} - \sin^{-1} \frac{(y_1-y_c)}{r} \right\} - \frac{(x_0-x_c)(y_2-y_1) + (x_R-x_0)(y_1-y_c)}{2} + (x_0-x_1)(y_2-y_1) \dots\dots (11)$$

Es sei die Abstandsfunktion  $d(P)$  zwischen einem beliebigen Punkt innerhalb des Pixelfeldes und dem Kreismittelpunkt wie folgt definiert:

$$d(P) = d(P(x,y)) = \sqrt{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2} \dots\dots (12)$$

Mit Hilfe obiger Gleichung kann der Wert des Pixel wie in **Abb.7** gezeigt abgeschätzt werden. Der Wert "1" oder "0" wird gemäß dem dort beschriebenen Algorithmus bestimmt.

**Abb.8** zeigt das Bild eines Quadrats, das um (-0.3, 0.2) vom Ursprung verschoben ist, wobei der Ursprung das Zentrum eines Pixels ist. Das Bild der vier Seiten kann gemäß dem Algorithmus zur Bestimmung des Bildes einer geraden Kante in **Abb.4** abgeleitet werden. Der Wert der Pixel, die einen Eckpunkt enthalten, folgt unter Berücksichtigung der Fläche zwischen den entsprechenden Seiten des Quadrats und des Pixels.

**Abb.9** zeigt die Bildbestimmung für Kreise. Das Bild eines großen Kreises, der um (0.3, 0.2) vom Ursprung verschoben ist, ist in **Abb.9(A)** dargestellt, **Abb.9(B)** zeigt die Bilder von Kreisen, die klein im Vergleich zur Pixelgröße sind, mit verschiedenen relativen Mittelpunkts

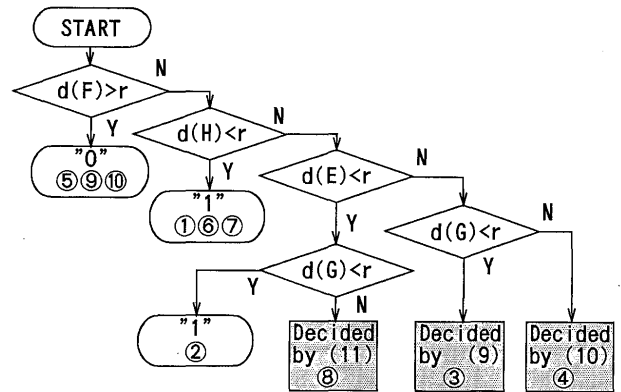


Abb.7 Algorithmus zur Bestimmung des logischen Wertes "1" oder "0" eines Pixels

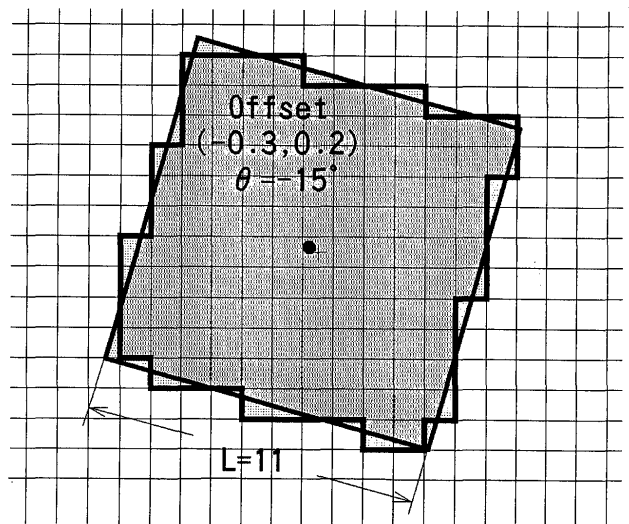


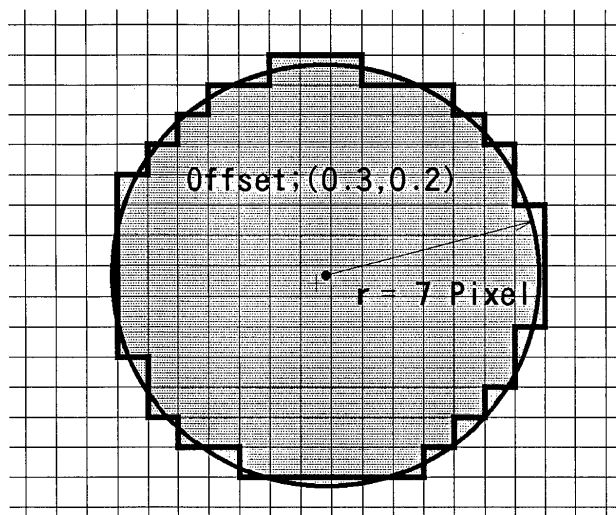
Abb.8 Ein Quadrat in der Bildebene mit Pixels

positionen. Es stellt sich heraus, daß sich das Bild mit der relativen Mittelpunktsposition ändert, und der Algorithmus erzeugt einige Bilder von kleinen Kreisen nicht.

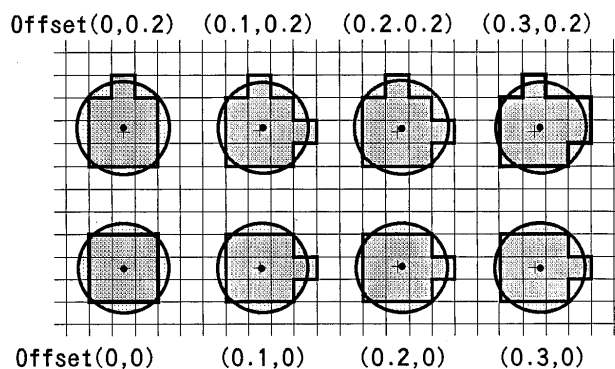
### 5. Ergebnis

Das binäre Bild einer geraden Kante eines Objektes besteht aus ein oder zwei Formen von Einheitsstufenfunktionen für rechtwinklige Pixelfelder, und der Ausdruck für alle Stufenfunktionen wurde für diesen Fall quantitativ bestimmt.

Für den Fall eines Kreisbogens wurde das Verfahren vollständig beschrieben. Beide Algorithmen sind nützlich für die Abschätzung von Techniken zur Datenverarbeitung in maschinellen Bilderkennungssystemen.



(A) Großer Kreis in der Bildebene mit Pixels,



(B) Relativ kleine Kreise in der Bildebene

Abb.9 Bildbestimmung eines Kreises

Diese Untersuchung wird von einem Program des Welding Research Institute der Universität von Osaka unterstützt.

#### References

1. Louis J. Galbati, Jr., "Machine vision and Digital Image Processing Fundamentals" Prentice Hall, 1990
2. Stephen B. Gray, "Local Properties of Binary Images in Two Dimensions" IEEE Trans. on Computers. Vol.C-20, No.5, May 1971
3. William Green, "Digital Image Processing" Van Nostrand Reinhold, 1982
4. Larry Werth, "Automated Vision Sensing in Electronic Hardware" Sensors, December 1986
5. A. Rosenfeld and A. C. Kak, "Digital Picture Processing", vol.2, Academic Press, 1976
6. K. Inoue and K. Kimura, "A Method for Calculating the Perimeter of Object for Automatic Recognition of Circular Defects", NDT international, Vol.20, No.4, pp 225-230, 1987
7. K. Inoue and K. Kimura, "Application of the Three Pixel Vector Method (Example of application to particle analysis of metal microstructure, etc.)", Quarterly J. the Japan Welding Soc., Vol.6, No.2, 1988 (in Japanese)
8. K. Murakami, H. Koshimizu and K. Hasegawa, "Generalization of Hough Transform to a Scheme for the Shape Feature Extraction", PRU88 EIC (in Japanese)
9. K. Nakashima, Y. Obuchi and K. Inoue, "Perimeter Measurement by Dual Lines Scanning Method (Algorithm and Accuracy of Measurement)", Quarterly J. the Japan Welding Soc., Vol.8, No.4, 1990 (in Japanese)
10. K. Nakashima, Y. Obuchi and K. Inoue, "Perimeter Measurement by Dual Lines Scanning Method (Implementation in Hardware and Its Evaluation of Dual Lines Scanning Method)", Quarterly J. the Japan Welding Soc., Vol.9, No.2, 1991 (in Japanese)