The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	インデューサに生じる交互翼キャビテーションとこれを用いた旋回キャビテーションの抑制に関する理論的・実験的研究
Author(s)	堀口, 祐憲
Citation	大阪大学, 1999, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3155489
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

インデューサに生じる交互翼キャビテーションとこれを用いた旋回キャビテーションの抑制に関する理論的・実験的研究

堀口　祐憲

目次

記号 v

第1章　序論 1

1.1　研究の動機 1

1.2　研究の背景 3

1.2.1　交互翼キャビテーション 3

1.2.2　旋回キャビテーション 4

1.2.3　旋回キャビテーションの抑制 7

1.3　研究の目的および方針 8

1.4　理論解析モデル 9

1.5　本論文の概要 11

参考文献 14

第2章　交互翼キャビテーションの定常解析 17

2.1　本章の目的 17

2.2　基礎式 19

2.3　境界条件と付帯条件 23

2.3.1　キャビティ表面上で圧力一定 23

2.3.2　キャビティの存在しない翼面上でv=0 23

2.3.3　キャビティの閉鎖条件 23

2.3.4　Kuttaの条件 24

2.3.5　圧力の条件 24

2.4　解析方法 25

2.5　解析結果と考察 27

2.5.1　実験結果との比較 27

2.5.2　キャビテーション発生に伴う揚程低下 28

2.5.3　翼列形状の影響 30

2.5.4　線形化の妥当性 32

2.6　結言 34

参考文献 36

第3章　交互翼キャビテーションの安定解析 37

3.1　本章の目的 37

3.2　基礎式 38

3.3　定常・非定常成分の分離 42

3.4　線形化 43

3.5　境界条件と付帯条件 47

3.5.1　キャビティ表面上で圧力一定 47

3.5.2　キャビティの存在しない翼面上でv=0 48

3.5.3　キャビティの閉鎖条件 48

3.5.4　Kuttaの条件 49

3.5.5　下流の条件 49

3.6　解析方法 50

3.7　解析結果と考察 53

3.7.1　弦節比の大きい翼列(C/h=2.0, β=80°)に生じるキャビテーションの安定性 53

3.7.2　弦節比の小さい翼列(C/h=1.0, β=80°)に生じるキャビテーションの安定性 56

3.7.3　交互翼キャビテーションの発生機構 58

3.8　結言 60

参考文献 62

第4章　不等翼弦長翼列に生じるキャビテーションの理論解析（翼の不等化の影響） 63

4.1　本章の目的 63

4.2　基礎式 64

4.3　線形化 69

4.4　境界条件と付帯条件 74

4.4.1 キャビティ表面上で圧力一定 74
4.4.2 キャビティの存在しない翼面上でv=0 75
4.4.3 キャビティの閉鎖条件 75
4.4.4 Kuttaの条件 76
4.4.5 下流の条件 76
4.5 解析方法 77
4.6 解析結果と考察 79
4.6.1 定常キャビテーション 80
4.6.2 定常解の安定性 81
4.6.3 等翼弦長翼列との比較 83
4.6.4 旋回キャビテーション 83
4.7 結言 87
参考文献 88

第5章 不等翼弦長翼列に生じるキャビテーションの理論解析
(翼前縁切除量の影響) 89
5.1 本章の目的 89
5.2 解析 90
5.3 解析結果と考察 91
5.3.1 翼前縁切除量が定常キャビテーションに与える影響 91
5.3.2 定常解の安定性 93
5.3.3 旋回キャビテーション 96
5.4 結言 102

第6章 有限翼数の羽根車に生じるキャビテーションの定常流れ解析と
安定解析 104
6.1 本章の目的 104
6.2 解析モデル 105
6.3 境界条件 107

6.4 解析方法 108
6.5 解析結果と考察 111
6.5.1 定常キャビテーション 111
6.5.2 キャビテーションの不安定モード 113
6.5.3 旋回キャビテーション 117
6.6 結言 119
参考文献 120

第7章 4枚翼等・不等翼弦長インデューサに生じる非定常キャビテーションの実験 122
7.1 本章の目的 122
7.2 実験装置 123
7.3 実験結果と考察 128
7.3.1 インデューサ0-0に生じるキャビテーション 128
7.3.2 インデューサ0-15に生じるキャビテーション 138
7.3.3 翼の不等化の影響 151
7.3.4 インデューサ0-30に生じるキャビテーション 152
7.3.5 インデューサ0-50に生じるキャビテーション 162
7.3.6 翼前縁切除量の影響 174
7.3.7 解析の妥当性および問題点 176
7.4 結言 178
参考文献 181

第8章 結論 182

謝辞 188

記号

A =複素速度ポテンシャルに関する未知定数，もしくは係数行列

A_s =定常成分に関する係数行列

A_u =非定常成分に関する係数行列

a =平均キャビティ長，もしくはインデューサ前縁の羽根角

B =定数ベクトル

b =偏差キャビティ長

C =翼弦長

$C_q, C_{\gamma 1}, C_{\gamma 2}$ =各特異点の強さの定常成分を$U\alpha$で割ることにより定義した変数

D_t =インデューサ直径

F =複素速度ポテンシャルの式中で用いられる関数

f =複素速度の式中で用いられる関数，もしくは周波数

f_0 =軸回転周波数

H_{loss} =損失ヘッド

h =ピッチ

i =空間に関する虚数単位

j =時間に関する虚数単位

k =無次元複素周波数, $k_R + jk_I = \dfrac{\frac{\omega}{2\pi} Z_N h}{U_T}$

k_R =無次元周波数

k_I =減衰率

k_R^* =伝播速度比，$1+k_R^*$あるいは$1-k_R^*$

L =翼列前縁と全圧一定の空間との距離

$L0, L1$ =翼前縁からスロートまでの距離

Le =翼前縁切除量

l =キャビティ長

n =翼群番号

N =無限上流の翼列軸方向速度，もしくはインデューサ回転数

N_C, N_B =s座標上の離散点の数

m =翼群番号，もしくはセル数（周方向に分布し，周期性を持つ物理量の1周あたりの波数）

P_{in} =入口圧力

P_{out} =出口圧力

p_{-L} =ξ=-Lでの圧力

p_t =全圧

p_v =飽和蒸気圧

$p_{-\infty}$ =無限上流の圧力

q =吹き出しの強さ

R =半径

S =s座標上の離散点の位置

St =ストローハル数，$\dfrac{\omega_R / 2\pi}{U / l_{se}}$

St_I =減衰率，$\dfrac{\omega_I / 2\pi}{U / l_{se}}$

s =キャビティ長の変動とともに伸縮する座標系

T =変動の1周期

t =時間

U =主流の速度

U_T =翼列の移動速度, $U\sin(\alpha+\beta)$，もしくはインデューサの周速

u =x方向速度

u_{in} =キャビティ表面と隣接翼間の距離が最小となる部分のx方向平均流速

u_{out} =翼列出口のx方向平均流速

V_c =キャビティ体積

v =y方向速度

W =複素速度ポテンシャル

w =複素速度

z =複素平面座標, $x+iy$

Z_N =翼枚数

α =迎え角

β =食い違い角

γ =渦の強さ

δ =非定常成分の大きさを表す微小量，もしくは閉鎖条件の残差

ε =定常成分の大きさを表す微小量

η =キャビティの厚み

$\Delta\psi_s$ =変動静圧係数，$\dfrac{\Delta p_s}{\rho U_T^{\,2}}$

Δp_s =変動静圧

$\theta_{n,m}$ =n番目の翼群に対するm番目の翼群のキャビティ長の変動の位相

ξ =翼列前縁を原点とする翼弦方向座標

ξ' =翼前縁を原点とする翼弦方向座標

ρ =流体の密度

σ =キャビテーション係数，$\dfrac{p_{-\infty}-p_v}{\frac{1}{2}\rho U^2}$

ϕ =流量係数，$U\cos(\alpha+\beta)/U_T$ ((軸流速度)/(インデューサの周速))

ψ_s =静圧係数，$\dfrac{P_{out}-P_{in}}{\rho U_T^{\,2}}$

ω =複素角周波数，$\omega_R+j\omega_I$

ω_R =角周波数

ω_I =減衰率

ζ =ξもしくはξ'座標上の離散点の位置

上付き添字

$\tilde{}$ =非定常成分

下付き添字

1, 2 =キャビティ存在部および非存在部

c =キャビティ表面

cr =等長キャビテーションと交互翼キャビテーションの分岐

e =等長キャビテーション

k =離散点の番号

m,n =翼群番号

s =主流からの定常偏差成分あるいは定常成分

t =自由渦

第1章　序論

1.1 研究の動機

H-IIロケット開発の成功に伴い，我が国の技術も欧米と肩を並べるに至った．このような状況のもとで再使用ロケットの検討がすでに始まっている．再使用ロケットでは運転モードの多様化，要求寿命の長期化に伴い，ターボポンプに対し高度の信頼性と安定性が求められている．

本研究のテーマとなるロケット用ターボポンプインデューサは，流体を昇圧することにより主羽根車でのキャビテーション発生による揚程低下を防止するために主羽根車の上流に取り付けられる羽根車である．ロケット用ターボポンプインデューサは，小型・軽量であることが求められているために，高速化が必須となっている．そのためインデューサは低吸込圧下におかれ，常にキャビテーションが発生した状態で運転される．キャビテーション発生下の流れ場は不安定な状態に陥りやすく交互翼キャビテーションが発生したり，旋回キャビテーションおよびキャビテーションサージ等の不安定キャビテーションが問題となる．

交互翼キャビテーションとは翼面や翼端で発生するキャビティの長さが各翼毎に交互に異なるキャビテーションを意味する．交互翼キャビテーションは偶数枚数の翼をもつ羽根車で観察される．4枚翼の羽根車で交互翼キャビテーションが発生した場合には軸対称な圧力場が形成されるため軸を励振する流体力は発生しない．また交互翼キャビテーションは軸励振力を発生させる旋回キャビテーションの発生を抑制することが指摘されている．これらの事実は交互翼キャビテーションが旋回キャビテーションによる軸振動の抑制に有用であることを示唆している．交互翼キャビテーションはこのような利点を有しているが，現在においても交互翼キャビテーションの諸性質や発生機構は未解明であり，将来のターボ機械の高性能化に向けてこれらの把握が必要とされている．

また，H-II(日)，ARIANE-5(欧)およびSPACE SHUTTLE改良型(米)の液体酸素，水素ターボポンプインデューサの開発過程において旋回キャビテーションの発生が相

次いで認められた．旋回キャビテーションとは特定の条件下で各翼に発生するキャビティが不同となり，軸まわりに不均一な圧力パターンが羽根車の回転数の1.0～1.2倍の速度で羽根車の回転方向に伝播する現象である．そのような性質のため，旋回キャビテーションの発生に伴い軸の回転数に同期しない軸振動が生じ問題となった．現在旋回キャビテーションは高性能インデューサに共通の問題であることが認識されている．H-IIロケットのLE-7エンジン中のターボポンプインデューサではケーシングに幾何学的な加工を施して旋回キャビテーションを抑制しているが，その抑制機構等に関して物理的な説明は加えられていない．このような状況下においては将来要求されるターボポンプの高性能化に対して従来の定常吸込性能の確保に重点をおいたターボポンプ設計よりもむしろ基本設計の段階で旋回キャビテーションの防止・軽減に配慮した設計が必要とされる．

以上のように交互翼キャビテーションの諸性質や発生機構の解明，旋回キャビテーションの抑制法の確立は将来要求される高性能ターボポンプの開発に対して必須である．しかしながら以上のようなキャビテーションの諸性質や発生機構および抑制法に関する研究は未だほとんどなされておらず工学的にも実務的にも非常に興味深い研究対象となっている．このような現状を踏まえてインデューサに生じるキャビテーションに関する理論解析および実験を通して，交互翼キャビテーションの性質および発生機構の解明，旋回キャビテーションの抑制法の確立に対して貢献したいということが本研究の動機である．

1.2 研究の背景

1.2.1 交互翼キャビテーション

交互翼キャビテーションとは，Acosta[1](1958)により報告されたもので，翼面やティップで発生するキャビテーションの長さが翼ごとに交互に異なるキャビテーションである．最近，ヨーロッパのロケットARIANE-5のVULCAINエンジン中で用いられている4枚翼ターボポンプインデューサにおいて，広範囲のキャビテーション係数(無次元入口静圧)で交互翼キャビテーションが発生することが報告されている(de Bernardi et al.[2](1993))．4枚翼インデューサで交互翼キャビテーションが発生した場合，軸対称な圧力場が形成されるため軸励振力は発生しない．Goirand et al.[3](1992)は3枚翼インデューサでは高いキャビテーション係数で非定常キャビテーション(旋回キャビテーション)により軸を励振する非定常流体力が発生するけれども，4枚翼インデューサでは旋回キャビテーションが発生する直前に交互翼キャビテーションが発生しそれが旋回キャビテーションの発生域を縮小するため，軸励振力が発生する領域が狭まることを指摘している．この点がARIANE-5で4枚翼インデューサが採用されている理由の1つとなっている．

近年，科学技術庁航空宇宙技術研究所においてもHashimoto et al.[4](1996)が3および4枚翼インデューサに生じるキャビテーションの実験を行い，4枚翼インデューサでは交互翼キャビテーションが発生し，3枚翼インデューサの場合に比べて旋回キャビテーションの発生域が縮小すること，および交互翼キャビテーション発生下では軸励振力が発生しないことを確認している．

また，Huang et al.[5](1998)は2枚翼の汎用インデューサにおいて交互翼キャビテーションを観察している．そして交互翼キャビテーションによる揚程低下について報告している．

以上が交互翼キャビテーションに関する実験的研究である．これらの研究により交互翼キャビテーションは旋回キャビテーションの発生を抑制，すなわち軸励振力の発生を抑制するという利点がある反面，揚程低下が起こり得るという欠点を持つことが明らかになっている．しかしながら，交互翼キャビテーションの諸性質や発

生機構に関して未だ不明な点が多い．このような不明点があるにも関わらず，交互翼キャビテーションに関する実験的研究は以上のように数少なく，理論的研究は皆無である．

1.2.2 旋回キャビテーション

H-II(日)，ARIANE-5(欧)，SPACE SHUTTLE(米)改良型液体酸素，水素ターボポンプインデューサの開発過程で旋回キャビテーションの発生が相次いで認められ，それが高性能インデューサに共通の問題であることが認識されている．

旋回キャビテーションと思われる現象が最初に報告されたのは著者の知る限り1958年のAcostaの研究である．Acostaは様々なインデューサを用いてキャビテーションの実験を行い，翼列に生じる旋回失速のように低流量で交互翼キャビテーションが翼から翼へ伝播する現象を観察している．また，キャビテーション係数が減少すると伝播速度が減少し，最終的には翼の回転数と一致することを確認している．また，翼にかかる負荷がかなり大きくなりうるため，ポンプの様々な部品が容易に共振状態へと励振される可能性を指摘している．

Rosenmann[6](1965)は，キャビテーション発生下の3枚翼インデューサの回転軸に作用する半径方向流体力を計測し，羽根車周方向へ伝播する半径方向流体力を確認している．その流体力ベクトルは羽根車回転数の1.0～1.2倍の速度で回転し，吸込圧の低下に伴い流体力ベクトルの回転数の羽根車回転数に対する比が1に近付く．また，この現象は近年観察されている旋回キャビテーションと同様であることから，計測された流体力は旋回キャビテーションによるものと考えられる．

旋回キャビテーションの伝播の様子が初めて明らかにされたのはKamijo et al.[7](1977)の研究である．Kamijo et al.は高速度カメラによる旋回キャビテーションの撮影を行い，各翼で大きさの異なるキャビティが羽根車の回転数よりも速い速度で羽根車の回転方向に翼から翼へ伝播する様子を明らかにした．また旋回キャビテーション発生時にインデューサ上・下流のケーシング部で圧力変動の計測を行っている．その計測結果から，下流部では圧力変動が小さいのに対して上流部ではかなり大きいことが明らかになった．この事実から旋回キャビテーションは，上・下流部で大

域的な流量の変動を伴わない，インデューサ入口部の流れに関連する局所的な現象であることが判明した．

旋回キャビテーションはロケット用インデューサにのみ見られる現象ではない．Yamamoto[8](1980)は吸込みボリュート付き遠心ポンプ中の3枚翼羽根車上に生じるキャビテーションの高速度カメラによる撮影およびポンプ上・下流の圧力変動の計測を行い，旋回キャビテーションの発生を確認している．この旋回キャビテーションは羽根車の回転と同方向に，羽根車回転数の1.25倍の速さで回転している．この点で遠心ポンプに発生する旋回キャビテーションはインデューサでみられる旋回キャビテーションと類似している．

旋回キャビテーションは3枚翼の羽根車においてのみ観察されるわけではない．Goirand et al.[3](1992)はVULCAINエンジン中の液体水素ターボポンプに用いられている4枚翼インデューサにおいて半径方向流体力の測定と高速度ビデオによる撮影により旋回キャビテーションの発生域は3枚翼のものに比べてキャビテーション係数に関して狭くなることを確認した．このことから旋回キャビテーションの発生域に対して翼数が大きな影響を持つことが明らかになった．このように旋回キャビテーションの発生域が狭まる原因としてGoirand et al.は旋回キャビテーションの発生直前に交互翼キャビテーションが発生するためであると指摘している．また，de Bernardi et al.[2]はVULCAINエンジン中の4枚翼インデューサに生じるキャビテーションの高速度ビデオによる撮影とキャビテーションによる半径方向流体力のより詳細な計測を行い，旋回キャビテーションを含めて様々なキャビテーションによる半径方向流体力を示した．

近年，航空宇宙技術研究所においても旋回キャビテーションに及ぼす翼数の影響が調べられた．航空宇宙技術研究所のHashimoto et al.[4](1996)は3および4枚翼インデューサに生じるキャビテーションの実験を行い，4枚翼インデューサでは3枚翼インデューサの場合に比べて旋回キャビテーションの発生域が縮小することを確認している．

以上が現在までの旋回キャビテーションに関する実験的研究である．

一方，旋回キャビテーションを理論解析的な立場から調べた研究は数少ない．代表例としてTsujimoto et al.[9](1993)の2次元線形解析がある．Tsujimoto et al .はインデューサを2次元翼列にモデル化し，流れは完全に翼に沿うものと仮定するアクチュエータディスク法を用いた微小擾乱解析を行っている．これにより旋回キャビテーションは流量変動に対するキャビティ体積変動の比，マスフローゲインファクタが正(流量が増加(減少)するとキャビティ体積が減少(増加)する)場合に発生することが示された．また旋回キャビテーションには羽根車回転数に対する旋回キャビテーションの旋回速度の比(伝播速度比，羽根車回転方向が正)が1以上の前まわりの旋回キャビテーションの他に0以下の後ろまわりの旋回キャビテーションが理論的に存在することも判明した．しかしながら，実験で後ろまわりの旋回キャビテーションが観察された例は数少なく，後述するHashimoto et al.[10](1996)の研究でみられた，H-IIロケットLE-7エンジン用の液体酸素ターボポンプインデューサの相似縮小モデルで発生した後ろまわり旋回キャビテーションが数少ない例の１つである．

渡邉ら[11](1998)は有限翼弦長の2次元翼列に生じる旋回キャビテーションの線形解析を特異点法を用いて行っている．これにより従来のようにマスフロー・ゲイン・ファクタやキャビテーション・コンプライアンスといったキャビテーション特性を仮定することなく旋回キャビテーションの解析を行うことが可能となった．この解析結果は実験で生じる旋回キャビテーションをよくシミュレートしていることから，渡邉らは旋回キャビテーションは2次元非圧縮性流れで説明できる流体力学的不安定であると結論している．しかしながら，旋回キャビテーションの発生域はキャビテーション係数に関して言えば実験と解析で一致しておらず，また実験で観察された旋回キャビテーション以外のモードについては未だよく分かっていない．現在，これらの問題が理論的・実験的に検討を重ねるべき課題として残されている．

今後は以上の不明点の解明に加えて，現在および将来のターボポンプの高性能化に向けて実務上問題となる非同期軸振動を抑制するという観点から，旋回キャビテーションの発生を防止・抑制する対策を見いだすことが重要な課題となることが予想される．

1.2.3 旋回キャビテーションの抑制

旋回キャビテーションの発生に伴う軸振動が問題となり得るため，旋回キャビテーションが発生し得る高性能ターボポンプの開発においては，その抑制が重要な課題となる．

国産のH-IIロケットの主エンジンLE-7用ターボポンプインデューサの開発過程で問題となった旋回キャビテーションはケーシングの改良により抑えられている(Kamijo et al.[12], 1993)．しかしながら，その抑制機構に関して物理的な説明は加えられていない．この研究の後も航空宇宙技術研究所では旋回キャビテーションの抑制に関する研究が引き続き行われた．Hashimoto et al.[10](1996)は旋回キャビテーションがケーシングの改良により抑制されたことを踏まえてLE-7用ターボポンプインデューサの相似縮小モデルを用いて形状の異なる3種のケーシングの旋回キャビテーション抑制効果を調べた．この研究においてもケーシングの改良により旋回キャビテーションが抑制されたが，その抑制機構は明らかにされていない．しかしながら，Hashimoto et al.は旋回キャビテーションの抑制機構とインデューサ入口付近の逆流内に生じるキャビテーションとの関連性を指摘している．

主な旋回キャビテーションの抑制に関する研究は以上の2例である．

将来さらなる小型化，高回転化が要求されるターボポンプにおいて旋回キャビテーションの抑制は今後重要な課題となることが予想される．しかしながら，以上のように旋回キャビテーションの抑制に関する研究の数は非常に少なく，かつ抑制機構は未解明であるため，旋回キャビテーションの抑制は工学的にも技術的にも非常に興味深い研究テーマとなっている．

1.3 研究の目的および方針

前節で述べた背景を踏まえ，本研究は交互翼キャビテーションの諸性質および発生機構の解明，旋回キャビテーションの抑制法の提示を目的に，インデューサに生じるキャビテーションの研究を理論的および実験的な立場から行うものである．

理論解析では，まず各翼が等しいインデューサに相当する翼列(以下，等翼弦長翼列)に生じるキャビテーションの解析を通して交互翼キャビテーションの諸性質および発生機構について検討する．また弦節比(翼弦長に対するスペーシングの比)等の翼列形状が交互翼キャビテーションに与える影響について考察する．ところで実験では交互翼キャビテーションは偶数枚の翼をもつ羽根車でのみ観察されている．そこで翼数がキャビテーションに与える影響についても検討を加える．

次に旋回キャビテーションの抑制に関する研究を行う．交互翼キャビテーション発生により旋回キャビテーションの発生域が縮小するとされている(Goirand et al.[3], 1992)点に着目し，本研究は翼に積極的に不等性を付加することにより交互翼キャビテーションの発生域を拡大し旋回キャビテーションの発生を抑制しようというものである．この観点から，翼1枚おきに翼前縁を切除することにより不等性を与え，翼前縁位置を変えた場合を検討する．そして，翼前縁を切除しない場合との比較により切除がキャビテーションに及ぼす影響を調べる．さらに切除量を変更することにより切除量がキャビテーションに与える影響を検討する．

一方，実験的研究では主として旋回キャビテーションの抑制に関する研究を行う．翼前縁の切除量を変更した数種のインデューサを用意して，翼前縁の切除および切除量がキャビテーションに与える影響を検討する．その上で理論解析の結果を考慮して翼前縁の切除および切除量の旋回キャビテーション抑制効果を評価し，旋回キャビテーションを抑制するための羽根車設計法の確立へむけて有用な情報を提供する．

1.4 理論解析モデル

本論文の理論解析では，前節で掲げた研究目的および方針に沿って，交互翼キャビテーションおよび旋回キャビテーションに関する解析を行う．これらの解析では，キャビテーションをポンプに発生するキャビテーションの1つである羽根車翼面上に生じる部分キャビテーションとして取り扱う．

部分キャビテーションの定常解析としては，自由流線理論を用いて半無限平板翼列に生じるキャビテーションに対して行ったAcosta and Hollander[13]の解析および有限翼弦長の平板翼列に生じるキャビテーションに対して行ったWade[14]の解析がある．これらの解析ではキャビティ厚みが流路幅に比べて十分小さいという仮定のもとに線形化が行われている．その解析結果は実験結果とよく一致していることから，これらの解析の有効性が示されている．

非定常部分キャビテーションの解析ではキャビティ後縁の取り扱いに対して(1)閉鎖型，(2)半閉鎖型および(3)開放型の3種のモデルが提唱されている．非定常解法を最初に提案したKim and Acosta[15]およびキャビテーションコンプライアンスK，マスフローゲインファクタMを準定常下で求めたBrennen and Acosta[16],[17]らは閉鎖型モデルを用いている．一方，西山・西山[18]は半閉鎖型モデルを用いてKおよびMを求めている．しかし，これらの解析ではキャビティ長さが変化しないと仮定したモデルを用いているため，変動の周波数を0に漸近させた場合のK，Mが準定常時の値と一致せず特に低周波数でのモデルの妥当性が問題となっている．そこでFuruya[19]はキャビティの長さが変化し得る閉鎖型モデルを提唱し，Otsuka et al.[20]が準定常から高周波数に至るまでのキャビテーションの非定常特性を求めることに成功している．しかしながら，これらの解析は半無限翼列に対する解析であるため，結果的に翼列下流の流れの影響が無視されている．そのため比較的弦節比が小さい翼列に対してこれらの解析を適用する場合，その結果の妥当性が問題となる．この問題を解決すべく，渡邉ら[21](1998)は有限翼弦長の翼列に対する解析法を提唱した．渡邉らはキャビティ長が変化し得る閉鎖型モデルを採用し，Otsuka et al.の等角写像法より適用時の自由度が高い特異点法を用いている．この解析により有限翼弦長の翼列に

生じる部分キャビテーションの非定常特性が明らかになり，またキャビテーション特性を仮定することなく旋回キャビテーションの解析[11]が可能となった．しかし，この旋回キャビテーションの解析では変動の翼間位相差の仮定を設けているため仮定した変動モード以外のモードがあったとしてもそれを見いだすことができないという問題が残されている．

そこで本研究では渡邉らのキャビティ長が変化し得る後縁閉鎖型モデルを用いた特異点法による解析法[11],[21]を，変動の翼間位相差を未知量としさらにキャビティの体積変動による上流の速度変動を未知量として考慮したより一般的な解析法に発展させた．この解析モデルで交互翼キャビテーションおよび旋回キャビテーションの解析を行う．

1.5 本論文の概要

第1章3節で述べた研究目的および方針に基き研究を進め，その結果を本論文にまとめた．本論文の構成と具体的内容を以下に示す．

第2章　交互翼キャビテーションの定常解析

交互翼キャビテーションが解として得られるか否かを調べるために，渡邉ら[11]の特異点法による旋回キャビテーションの線形解析の定常成分に対する部分を各翼でキャビティ長が異なることを許すように発展させ，その解析モデルにより定常キャビテーションの計算を行う．その結果得られた交互翼キャビテーション解を実験結果と比較することにより本解析の妥当性を検討した上で交互翼キャビテーションの発生機構を明らかにする．また交互翼キャビテーションによる揚程低下をStripling et al.[22](1962)の混合損失モデルで評価する．さらに弦節比および食違い角等の翼列パラメータが交互翼キャビテーションの初生および発達形態に及ぼす影響について述べる．

第3章　交互翼キャビテーションの安定解析

第2章で求められた定常キャビテーションの安定性を調べることを目的に，渡邉ら[11]の非定常時における特異点法による旋回キャビテーションの線形解析モデルを各翼でキャビティ長が異なることを許すように発展させて安定解析を行う．弦節比が大きい翼列と小さい翼列に生じるキャビテーションを取り上げ，翼形状が交互翼キャビテーションの安定性へ及ぼす影響を論じる．

第4章　不等翼弦長翼列に生じるキャビテーションの理論解析
（翼の不等化の影響）

本章では4枚翼のインデューサの翼を不等にすることにより積極的に交互翼キャビテーションを発生させ旋回キャビテーションの発生域を縮小することが可能であるかどうかを調べる．不等性として翼1枚おきに翼前縁を切除し，翼前縁位置を変えた

場合を検討する．第2章，第3章で用いた解析法を，翼弦長が翼1枚毎に交互に異なることを許すように発展させて定常解析・安定解析を行う．翼前縁を翼1枚毎に交互に切除した翼列(以下，不等翼弦長翼列)に生じるキャビテーションとその安定性を論じ，等翼弦長翼列に生じるキャビテーションとの比較から翼の不等化がもたらす旋回キャビテーションの抑制効果について述べる．

第5章　不等翼弦長インデューサに生じるキャビテーションの理論解析
（翼前縁切除量の影響）

ここでは翼前縁切除量が定常キャビテーションとその安定性に与える影響について論じる．解析モデルは第5章で用いたものと同じものを用いる．翼前縁の切除量をパラメータとして変更する．

第6章　有限翼数の羽根車に生じるキャビテーションの理論解析

前章までの解析では不安定現象の周方向のモードから予想される変動の翼間位相差を仮定して解析を行っている．これらの解析では仮定したモードをもつ現象が発生しうるか否かは判定できるが，それ以外のモードをもつ不安定現象があったとしてもそれを予測することはできない．そこで本章では各翼を独立に扱い定常流れおよびその安定性に対する解析を行い従来の解析結果の妥当性を検証する．

偶数枚数の翼を持つ羽根車では交互翼キャビテーションが発生する．この事実は翼数がキャビテーションに対して影響力を持つことを示している．そこで2，3，4，5枚翼の羽根車に生じるキャビテーションの定常・安定解析から，翼数がキャビテーションに与える影響を論じる．

第7章　4枚翼等・不等翼弦長インデューサに生じる非定常キャビテーションの実験

4枚翼等・不等翼弦長インデューサに生じるキャビテーションの実験を行い，翼の不等性がキャビテーションに与える影響について検討する．その中でも主に旋回キャビテーションの抑制効果に着目する．この実験で用いた不等翼弦長インデュー

サには，第4，5章の解析で用いた翼列と同様に翼前縁を翼1枚毎に交互に切除することにより不等性を付加している．

また，実験で用いたインデューサに相当する翼列に生じるキャビテーションの理論解析を行い，得られた結果を実験結果と比較することにより本解析の妥当性および問題点について述べる．

最後に第8章にて本研究で得られた結果を総括し，本研究の研究目的に対する結論を与える．

参考文献

[1] Acosta, A. J., 1965, "An Experimental Study of Cavitating Inducers," *Proceedings of the Second Symposium on Naval Hydrodynamics*, ONR/ACR-38, pp.537-557.

[2] de Bernardi, J., Joussellin, F. and Von Kaenel, A., 1993, "Experimental Analysis of Instabilities Related to Cavitation in a Turbopump Inducer," *Proceedings of the First International Symposium on Pump Noise and Vibrations*, Clamart, France, pp.1-9.

[3] Goirand, B., Merts, A.L., Jousselline, F. and Rebattet, C., 1992, "Experimental Investigations of Radial Loads Induced by partial Cavitation with a Liquid Hydrogen Inducer," *IMechE*, C453/056, pp.263-269.

[4] 橋本，長谷川，渡辺，山田，上条，1996，"LE-7液酸ターボポンプのインデューサの信頼性向上"，第37回ターボ機械協会講演会講演論文集，pp.64-69.

[5] Huang, J., D., Aoki, M. and Zhang, J. T., 1998, "Alternate Blade Cavitation on Inducer," *JSME International Journal*, Series B, Vol.41, No.1, pp.1-6.

[6] Rosenmann, W., 1965, "Experimental Investigation of Hydrodynamically Induced Shaft Forces with a Three Bladed Inducers," *Proceedings of the Symposium on Cavitation in Fluid Machinery, ASME Winter Annual Meeting*, pp.135-141.

[7] Kamijo, K., Shimura, T. and Watanabe, M., 1977, "An Experimental Investigation of Cavitating Inducer Instability," *ASME Paper* 77-Wa/FW-14.

[8] Yamamoto, K., 1980, "An Experimental Study on Instability in a Cavitating Centrifugal Pump with a Volute Suction Nozzle," *Proceedings of IAHR Symposium*, Tokyo, pp.303-312.

[9] Tsujimoto, Y., Kamijo, K. and Yoshida, Y., 1993, "A Theoretical Analysis of Rotating Cavitation in Inducers," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.115, No.1, pp.135-141.

[10] Hashimoto, T., Yoshida, M., Watanabe, M., Kamijo, K. and Tsujimoto, Y., 1996, "Experimental Study on Rotating Cavitation of Rocket Propellant Pump Inducers," *AIAA paper* 96-2674.

[11] 渡邉，佐藤，辻本，上條，1998，"特異点法を用いた旋回キャビテーションの線形解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻622号，pp.1675-1682.

[12] Kamijo, K., Yoshida, M. and Tsujimoto, Y., 1993, "Hydraulic and Mechanical Performance of LE-7 LOX Pump Inducer," *AIAA Journal of Propulsion and Power*, Vol.9, No.6, pp.819-826.

[13] Acosta, A.J. and Hollander, A., 1959, "Remarks on Cavitation in Turbomachines," *California Institute of Technology Engineering Division Report*, E-79.3.

[14] Wade, R. B., 1967, "Linearlized Theory of a Partially Cavitating Cascade of Flat Plate Hydrofoils," *Applied Scientific Research*, Vol. 17, pp.169-188.

[15] Kim, J.H. and Acosta, A. J., 1975, "Unsteady Flow in Cavitating Turbopumps," ASME Journal of Fluids Engineering, Vol.17, No.4, pp.412-418.

[16] Brennen, C. E. and Acosta, A. J., 1973, "Theoretical Quasi-static Analysis of Cavitation Compliance in Turbopumps," *Journal of Spacecraft*, Vol.10, No.3, pp.175-180.

[17] Brennen, C. E. and Acosta, A. J., 1976, "The Dynamic Transfer Function for a Cavitating Inducer," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.98, No.2, pp.182-191.

[18] 西山・西山，1981，"一様変動流れにある部分空どう翼列の動的伝達特性（特に，キャビテーション・コンプライアンスとマスフロー・ゲイン・ファクタ）"，日本機械学会論文集（B編），第47巻415号，pp.412-421.

[19] Furuya, O., 1982, "Dynamic Characteristics of Cavitating Pumps and Inducers," *ASME paper*, pp.145-155.

[20] Otsuka, S., Tsujimoto, Y., Kamijo, K. and Furuya, O., 1996, "Frequency Dependence of Mass Flow Gain Factor and Cavitation Compliance of Cavitating Inducers," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.118, No.2, pp.400-408.

[21] 渡邉，辻本，上條，古屋，1998，"特異点法による非定常キャビテーション特

性の解析", 日本機械学会論文集（B編）, 第64巻621号, pp.1285-1292.

[22] Stripling, L. B. and Acosta, A. J., 1962, "Cavitation in Turbopump-Part1," *ASME Journal of Basic Engineering*, D84, pp.326-338.

第2章　交互翼キャビテーションの定常解析

2.1　本章の目的

第1章で述べたように，交互翼キャビテーション[1]とは，翼面や翼端で発生するキャビティの長さが各翼で交互に異なるキャビテーションである．4枚翼ロケット用ターボポンプインデューサでは交互翼キャビテーションが広範囲のキャビテーション数で発生することが報告されている(de Bernardi et al.[2](1993))．また，Goirand et al.[3](1992)は，交互翼キャビテーションが旋回キャビテーションの発生直前に発生し，旋回キャビテーションの発生域を狭めていると指摘している．このことから，交互翼キャビテーションの発生は旋回キャビテーションの抑制に効果があることが推定できる．一方，2枚翼インデューサに生じるキャビテーションのHuang et al.[4](1998)の実験では，交互翼キャビテーション発生時に揚程低下がみられ，詳細な流れ場の検討から，その揚程低下の原因は理論揚程の低下であることが示されている．交互翼キャビテーションに関して以上の事実が判明しているだけで，交互翼キャビテーションが発生する流入条件やその発達形態に与える翼列形状の影響，また交互翼キャビテーションの発生原因や発生機構は未知である．このように未知の点が多く残されているにも関わらず，交互翼キャビテーションに関する実験的研究は以上のように数少なく，理論的研究に至っては皆無である．

このような背景をふまえ，本章では有限翼弦長の平板翼列に生じる定常部分キャビテーションの解析を行い，交互翼キャビテーション解の存在およびその性質を調べる．有限翼弦長の翼列に生じる定常部分キャビテーションに関する理論的研究としては，Wade[5]の等角写像法による解析，渡邉ら[6]の特異点法による線形解析がある．そこで本章ではキャビティ長が翼ごとに交互に異なることを許すように後者の解析モデルを発展させる．これにより得られた解析モデルによる解析結果と実験結果の比較・検討を行う．また，Stripling et al.[7]の方法に従い，交互翼キャビテーションによる揚程低下を混合損失で評価する．さらに，数種の翼列に対する計算を行い，交互翼キャビテーションの発達形態に及ぼす翼弦節比や食違い角の影響を検討

する．最後に線形モデルの妥当性を検証する．

2.2 基礎式

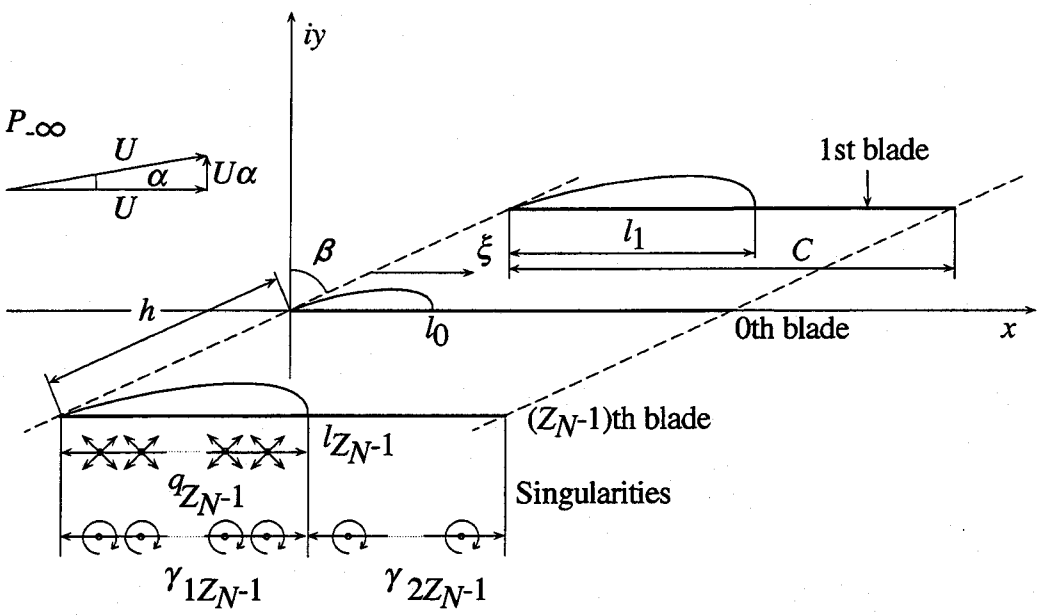


Fig.2.1 Model for present analysis

インデューサの回転軸をz軸とする円筒座標(r,θ,z)を考える．インデューサおよび流れ場のθ-z断面(r:一定)を2次元平面に展開することにより，インデューサまわりの3次元流れを2次元流れにモデル化する．Figure2.1に示すように，翼弦長C，ピッチh，食違い角βの平板翼列に平均流速U，迎え角αの流れが流入する場合を考える．本研究ではインデューサを考えるため，β=60°～80°として解析を行う．翼枚数がZ_Nの場合，x軸上にある翼の番号を0番として，y>0側のとなりの翼を1番，さらにとなりの翼を2番，Z_N番目の翼を0番というように周期性を考慮して翼に番号をつける．これにより翼列はZ_N枚の翼の集合が周期的に現れるものとして表現される．本解析では交互翼キャビテーションの解析を行うためZ_N=2とした．ここでn番目の翼で構成される翼列をn番目の翼群と呼ぶことにする．n番目の翼群中の翼には長さl_n(n=0,1)の部分キャビテーションが発生する．

流れ場は，(i)一様流と(ii)キャビティを表す吹き出しq_nおよび(iii)翼を表す渦γ_{1n},γ_{2n}による流れの重ね合わせで表現される．たとえばn組目の翼群中の翼の前縁からξの位置にある渦は，x軸上に間隔$Z_N h$で並んだ渦列をx軸から($\pi/2$-β)傾けて，さらに

$\{\xi+nhe^{i(\pi/2-\beta)}\}$だけ並進させて配置することにより表される．この渦列の複素速度ポテンシャルは次のように表される[8].

$$\frac{i\gamma_n}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\log\left[z-\left\{\xi+\left(kZ_N+n\right)he^{i(\pi/2-\beta)}\right\}\right]$$
$$=\frac{i\gamma_n}{2\pi}\log\left[\sin\left\{\frac{\pi}{Z_N h}(z-\xi)e^{-i(\pi/2-\beta)}-\frac{n}{Z_N}\pi\right\}\right] \tag{2.1}$$

ここで，γ_nは時計回りを正にとる．したがって，Fig.2.1に示すすべての翼とそれらに発生するキャビティを考慮した複素速度ポテンシャル$W(z)$は，次式で表される．

$$W(z)=Ue^{-i\alpha}z-Az+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\left[\int_0^{l_n}q_n(\xi)F_n(z,\xi)d\xi\right.$$
$$+i\int_0^{l_n}\gamma_{1n}(\xi)F_n(z,\xi)d\xi \tag{2.2}$$
$$\left.+i\int_{l_n}^{C}\gamma_{2n}(\xi)F_n(z,\xi)d\xi\right]$$

$$F_n(z,\xi)=\log[\sin\{\frac{\pi}{Z_N h}(z-\xi)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}-\frac{n}{Z_N}\pi\}] \tag{2.3}$$

但しキャビティの厚みは小さいとし，すべての特異点は翼を含む直線上に分布するものとする．ここでAは上流の条件から求まる未知定数である．複素速度$w(z)=u-iv$は複素速度ポテンシャル$W(z)$をzで微分することにより次のように表せる．

$$w(z)=u-iv=\frac{dW}{dz}=Ue^{-i\alpha}-A+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\left[\int_0^{l_n}q_n(\xi)f_n(z,\xi)d\xi\right.$$
$$+i\int_0^{l_n}\gamma_{1n}(\xi)f_n(z,\xi)d\xi \tag{2.4}$$
$$\left.+i\int_{l_n}^{C}\gamma_{2n}(\xi)f_n(z,\xi)d\xi\right]$$

$$f_n(z,\xi)=\partial F_n(z,\xi)/\partial z$$
$$=\frac{\pi}{Z_N h}e^{-i(\pi/2-\beta)}\cot\left[\frac{\pi}{Z_N h}(z-\xi)e^{-i(\pi/2-\beta)}-\frac{n}{Z_N}\pi\right] \tag{2.5}$$

ところで無限上流で一様な流れを考えるので，複素速度は無限上流において次式を満足しなければならない．

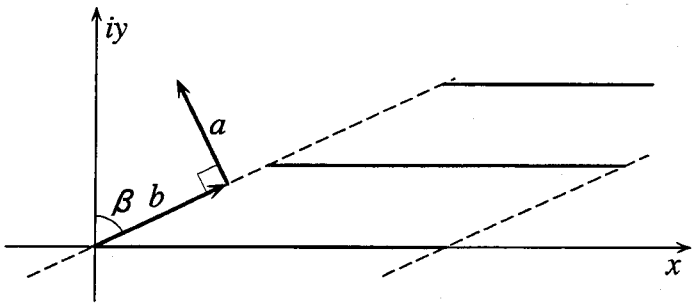


Fig.2.2 Direction approaching upstream infinity

$$w(z)=U\mathrm{e}^{-i\alpha} \tag{2.6}$$

Figure2.2に示すように

$$z=a\mathrm{e}^{i(\pi-\beta)}+b\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)} \tag{2.7}$$

を式(2.6)に代入し$a\to\infty$とすれば$f_n(z,\xi)$の無限上流における極限値が得られる．$f_n(z,\xi)$は次のようにbと無関係な値に漸近する．

$$\lim_{a\to\infty}\{f_n(a\mathrm{e}^{i(\pi-\beta)}+b\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)},\ \xi)\}=-\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta} \tag{2.8}$$

したがって未知定数Aは以下のように表される．

$$A=-\frac{1}{2\pi}\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\left[\int_0^{l_n}q_n(\xi)d\xi+i\int_0^{l_n}\gamma_{1n}(\xi)d\xi+i\int_{l_n}^{C}\gamma_{2n}(\xi)d\xi\right] \tag{2.9}$$

よって，式(2.4)に示す複素速度を次式で表すことができる．

$$\begin{aligned}w(z)=U\mathrm{e}^{-i\alpha}+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\Big[&\int_0^{l_n}\{q_n(\xi)+i\gamma_{1n}(\xi)\}\{f_n(z,\xi)+\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}d\xi\\&+i\int_{l_n}^{C}\gamma_{2n}(\xi)\{f_n(z,\xi)+\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}d\xi\ \Big]\end{aligned} \tag{2.10}$$

次に，キャビティ長を1のオーダ，特異点の強さを$\varepsilon(\varepsilon\ll 1)$のオーダと仮定し，式(2.10)の線形化を行うと，速度を一様流$U\mathrm{e}^{-i\alpha}$と一様流からの偏差成分(u_s,v_s)に分離して以下のような形で表現することができる．

$$\begin{aligned}u&=U+u_s\\v&=U\alpha+v_s\end{aligned} \tag{2.11}$$

ここでは$\alpha \ll 1$，$|u_s|,|v_s| \ll U$と仮定している．本解析における線形化は以上の仮定に基づいて行われる．

2.3 境界条件と付帯条件

キャビティの厚みが十分薄いことを仮定し，境界条件はすべて翼面上で適用する．

2.3.1 キャビティ表面上で圧力一定

キャビティ表面上では圧力が飽和蒸気圧p_vで一定である．キャビティ表面上$[z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi+0i,\ 0<\xi<l_m]$での速度$u_c$を次式で表す．

$$u_c(\xi)=U+u_{cs}(\xi) \tag{2.12}$$

キャビティの厚みが十分薄いと仮定し運動方程式を線形化すると

$$U\frac{\partial u_{cs}}{\partial \xi}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_v}{\partial \xi}=0 \tag{2.13}$$

となる．したがってキャビティ表面上の速度u_cの偏差成分u_{cs}は次式で表される．

$$u_{cs}(\xi)=u_{cs}=(\text{一定}) \tag{2.14}$$

以上のことからキャビティ表面上の境界条件は式(2.10)から得られる速度uと式(2.14)を連立させることにより得られる．すなわち，

$$\mathrm{Real}\{w[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi+0i]\}=U+u_{cs} \qquad (0<\xi<l_m,\ m=0,1) \tag{2.15}$$

2.3.2 キャビティの存在しない翼面上でv=0

キャビティの存在しない翼面上$[z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi-0i,\ 0<\xi<l_m]$および$[z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi\pm 0i,\ l_m<\xi<C]$では，翼に垂直な速度成分が0であることから次式が成立する

$$\mathrm{Imag}\{w[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi-0i]\}=0 \qquad (0<\xi<l_m,\ m=0,1) \tag{2.16}$$

$$\mathrm{Imag}\{w[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi\pm 0i]\}=0 \qquad (l_m<\xi<C,\ m=0,1) \tag{2.17}$$

2.3.3 キャビティの閉鎖条件

キャビティの厚み$\eta_m(\xi)$は次の運動学的境界条件を満足する．

$$U\frac{\partial \eta_m(\xi)}{\partial \xi}=v(mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi+0i)=q_m(\xi) \qquad (0<\xi<l_m,\ m=0,1) \tag{2.18}$$

このとき，圧力面側の速度が$v(mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi-0i)=0$となることを考慮している．式

(2.18)を解くと次式が得られる．

$$\eta_m(\xi)=\frac{1}{U}\int_0^{\xi} q_m(\xi)d\xi \tag{2.19}$$

キャビティ後縁でキャビティの厚みが0という条件を課すことにより次式が成立する．

$$\eta_m(l_m)=0 \tag{2.20}$$

2.3.4 Kuttaの条件

翼後縁において圧力面と負圧面の間で圧力差が生じないものと仮定すると次式(Kuttaの条件)が得られる．

$$\gamma_{2m}(l_m)=0 \tag{2.21}$$

2.3.5 圧力の条件

Bernoulliの式からキャビティ表面での速度u_cを求める．無限上流とキャビティ表面の間でBernoulliの式を適用すると以下の式が得られる．

$$\frac{1}{2}U^2+\frac{p_{-\infty}}{\rho}=\frac{1}{2}\left(U+u_{cs}\right)^2+\frac{p_v}{\rho} \tag{2.22}$$

ここで$p_{-\infty}$，p_vはそれぞれ無限上流の静圧および飽和蒸気圧である．u_{cs}^2が他の項に比べて微小であるとして無視すると次式が得られる．

$$u_{cs}=\frac{p_{-\infty}-p_v}{\rho U}=\frac{\sigma U}{2} \tag{2.23}$$

ここで$\sigma=2(p_{-\infty}-p_v)/\rho U^2$はキャビテーション係数である．

2.4 解析方法

流れ場の未知量は，各特異点の強さ$q_n(\xi)$，$\gamma_{1n}(\xi)$，$\gamma_{2n}(\xi)$，キャビティ長l_n，キャビティ表面上の速度u_cである(n=0,1)．これらの未知量は，式(2.15)-(2.17)，(2.20)，(2.21)，(2.23)を解くことにより得られる．この際，各特異点の強さに関して以下の量を定義する．

$$
\begin{aligned}
C_{qn}(\xi) &= q_n(\xi)/U\alpha \\
C_{\gamma 1n}(\xi) &= \gamma_{1n}(\xi)/U\alpha \\
C_{\gamma 2n}(\xi) &= \gamma_{2n}(\xi)/U\alpha
\end{aligned}
\tag{2.24}
$$

次に特異点分布の離散化を行う．このとき，分割点ζ_{1k}，ζ_{2k}がキャビティ前後縁，翼後縁に多く分布するよう次のように与え，これらの点における特異点の強さを未知量と考える．

$$
\zeta_{1k} = \frac{l_n}{2}\left[1-\cos\left(\frac{k-1}{N_c-1}\pi\right)\right] \qquad (0<\xi<l_n,\ k=1\sim N_C) \tag{2.25}
$$

$$
\zeta_{2k} = l_n + \frac{(C-l_n)}{2}\left[1-\cos\left(\frac{k-1}{N_B-1}\pi\right)\right] \qquad (l_n<\xi<C_n,\ k=1\sim N_B) \tag{2.26}
$$

ここで，N_C，N_Bはそれぞれキャビティ存在部，非存在部の分割点数であり，本研究ではそれぞれ37とした．境界条件を適用する標点はすべて各分割点間の中点とした．特異点の強さは基本的に各分割点間で直線状に分布すると仮定する．ただしキャビティ前後縁近傍では特異点の強さの特異性[9]を考慮し，キャビティ前縁近傍で$q_n(\xi)\sim\xi^{-1/4}$,$\gamma_{1n}(\xi)\sim\xi^{-1/4}$，後縁近傍で$q_n(\xi)\sim(l_n-\xi)^{-1/2}$,$\gamma_{2n}(\xi)\sim(\xi-l_n)^{-1/2}$とする．

以上の離散化を行い，各境界条件および付帯条件にあらわれる積分を未知量を用いて評価すると，境界条件および付帯条件は次のように表される．

$$
\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} C_{q0}(\zeta_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 10}(\zeta_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 20}(\zeta_{21}) \\ \vdots \\ C_{q1}(\zeta_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 11}(\zeta_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 21}(\zeta_{21}) \\ \vdots \\ \sigma/2\alpha \end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix}
\qquad (2.27)
$$

$A(l_n)$

$(n=0,1)$

ただし$A(l_n)$は係数行列，Bは定数ベクトルである．式(2.27)は各翼のキャビティの長さl_nが$\sigma/2\alpha$の関数であることを示している．この$\sigma/2\alpha$は，キャビテーション係数σと流れの迎え角αから構成されており，流入条件を意味する．この$\sigma/2\alpha$を用いて本論文に示される解析結果の多くを整理している．

本解析においては，$\sigma/2\alpha$を与え，その$\sigma/2\alpha$に対してキャビティ長l_nを決定する．未知量が係数行列に含まれているのでこの連立方程式を繰り返し計算により解く．実際の計算は以下の手順を通して行われる．まずキャビティ長$l_n(n=0,1)$を仮定し，係数行列を既知量とする．未知量である$l_n(n=0,1)$を与えたので，連立方程式を解く場合に2つの条件が余分となる．そこで式(2.27)から2つの閉鎖条件を除く．これにより得られた連立一次方程式を掃き出し法で解くことにより未知量を求める．求められた未知量を閉鎖条件に代入し，閉鎖条件が満足されるかどうかを確認する．満足されたとする条件は本解析では$\eta_n(l_n)$(キャビティ後縁の厚み)$<10^{-8}$としている．閉鎖条件が満足されない場合には，Newton法によりキャビティ長l_nを変数とする関数$\eta_n(l_n)$が0に近付くようl_nの補正を行う．$\eta_n(l_n)<10^{-8}$が満足されるまで以上の手順を繰り返す．

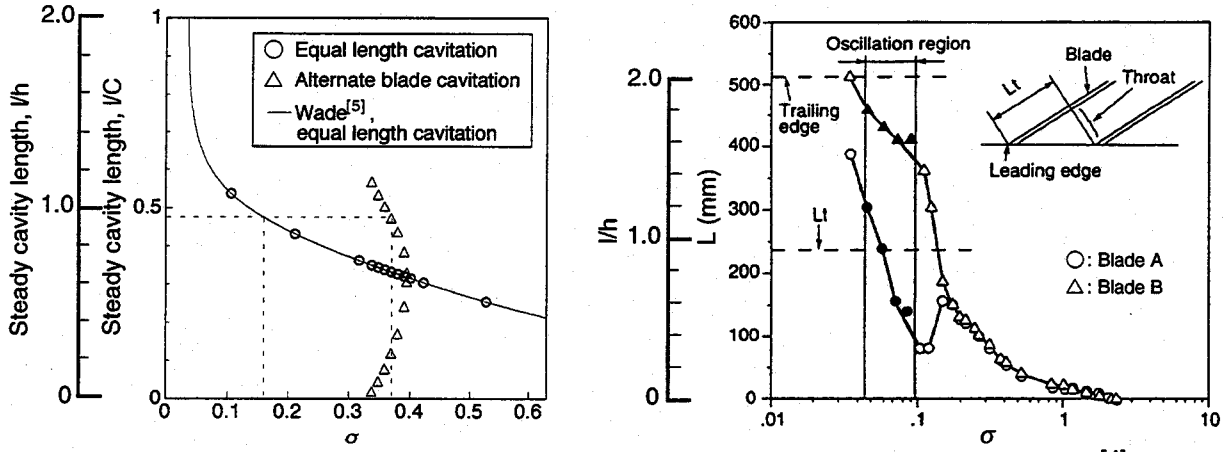
2.5 解析結果と考察

2.5.1 実験結果との比較

Figure2.3にキャビテーション係数に対するキャビティ長の計算結果とHuang et al.[4]の実験結果を示す．計算で用いた翼列形状を実験で用いた羽根車の翼端での翼列形状と同じく，食違い角β=71.41°，羽根枚数Z_N=2，弦節比C/h=2.0とした．本解析により，σ=0.33～0.40の範囲において各翼のキャビティの長さが等しいキャビテーション(以下，等長キャビテーション)および交互翼キャビテーションに相当する解が得られている．等長キャビテーション解はWade[5]の等角写像法による解(Fig.2.3(a)中の実線)と一致している．交互翼キャビテーションが発生する領域はキャビテーション係数に関して計算結果の方が大きいが，ピッチhで無次元化したキャビティ長l/hで比べると交互翼キャビテーションが発生し始める点は両者ともl/h≒0.65となり良い一致が見られる．またキャビテーション係数が減少するにしたがってある翼ではキャビティ長が長く，一方の翼では短くなるという様子が計算によってよく捉えられている．

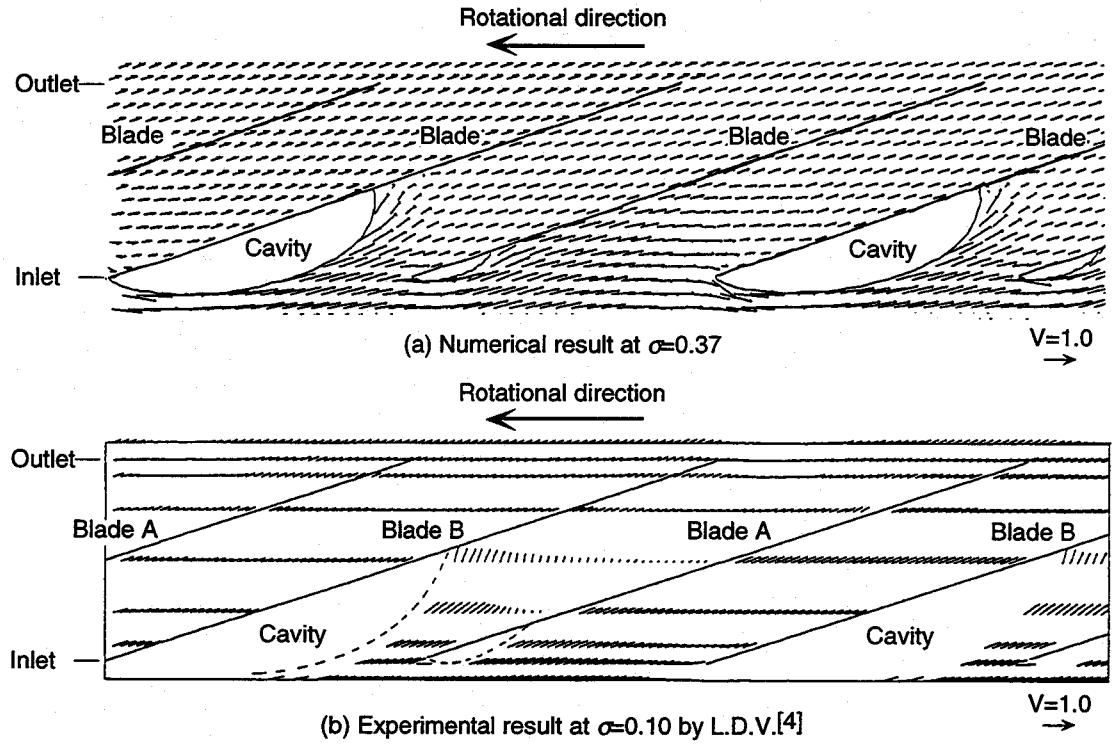
本解析と実験[4]により得られた流れ場の，翼に固定した座標系から見た相対速度ベクトルをFigure2.4に示す．ただし計算結果におけるキャビテーション係数は長い方と短い方のキャビティ長の比が実験結果と等しくなるよう選んだ．実験結果ではキャビテーション係数がσ=0.10であるのに対して計算結果ではσ=0.37である．実験において長い方のキャビテーションが存在する流路下流の負圧面側で流れの停滞領域が見られるが，計算結果では見られない．しかしキャビテーションが大きく発達している流路の入口付近では，その閉塞効果により軸流速が増大し，またそのために隣りの翼では入射角が小さくなってキャビテーションが発達しにくい状態にあるという実験での指摘が解析結果においても確認された．

以上の検討から，交互翼キャビテーションが発生するキャビテーション係数の範囲が本解析による結果の方が実験結果よりも大きい等の相違が見られるものの，キャビテーション係数が減少するにしたがって交互翼キャビテーションが発達する様子や交互翼キャビテーション発生時の速度場を定性的に捉えているといえる．



(a) Numerical results (b) Experimental results[4]

Fig.2.3 Steady cavity length for the cascade with C/h=2.0 and β=71.41°



(a) Numerical result at σ=0.37

(b) Experimental result at σ=0.10 by L.D.V.[4]

Fig.2.4 Relative velocity vector, ϕ=0.10

2.5.2 キャビテーション発生に伴う揚程低下

キャビテーション発生による揚程低下を検討する．実験では交互翼キャビテーションによる揚程低下の原因として以下の機構が指摘されている[4]．キャビティ内部の圧力が飽和蒸気圧で一定であるので，キャビティ後縁から翼後縁までの負圧面近傍の圧力勾配は，長いキャビティが存在する流路の方が大きくなる．そのため長いキャビティが存在する流路の負圧面付近では流れが大きく減速して逆流領域を形

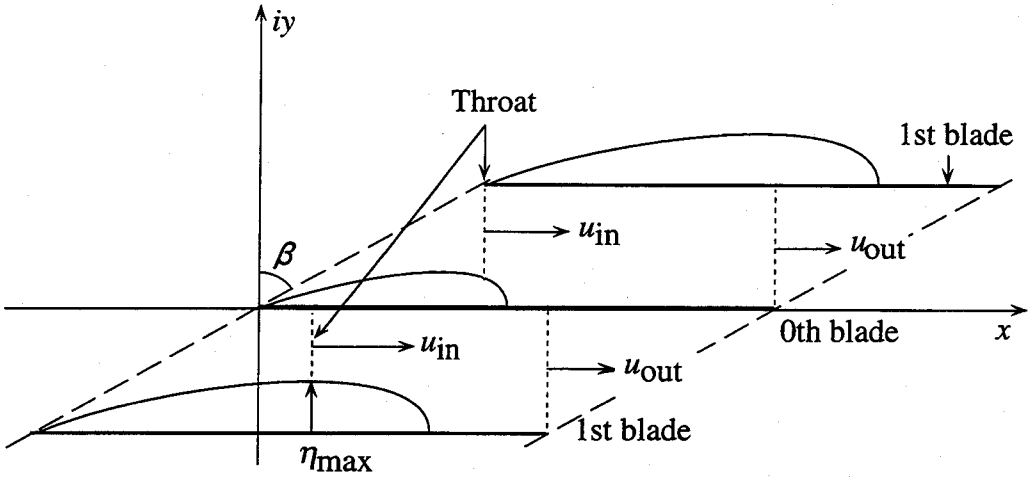


Fig.2.5 Model for estimation of mixing losses

成する．それゆえ有効な流路面積が減少し流出相対速度が大きくなるため周方向絶対速度は小さくなる．その結果，揚程が低下するというものである．

本解析は非粘性解析であり，キャビティ後方に見られる後流の存在を仮定していないため，実験で見られるような逆流領域は存在しない．そこで本解析ではStripling et al.[7]の方法に従い，揚程低下量を急拡大管における急拡大部の混合損失により評価する．Figure2.5に示すモデルを考える．キャビティ後縁が翼間流路入口よりも下流に到達した場合に急拡大損失を評価する．Figure2.5に示すように，スロートとしてキャビティ表面と隣接翼間の距離が最小となる部分を選び，この部分の平均流速をu_{in}とする．また，翼列出口の平均速度をu_{out}とする．スロート部と翼列出口の間で運動量保存則を用いると，着目する翼間の混合損失は次式で評価される．

$$H_{loss}=\left(u_{in}-u_{out}\right)^2/2g \tag{2.28}$$

各翼間での混合損失を流量平均したものを全体の揚程低下量として評価する．流量係数ϕが0.10の場合の揚程低下量を実験結果[4]とともにFig.2.6に示す．Figure2.3(a)とFig.2.6(a)を比較すると，仮定したモデルから当然のことであるが交互翼キャビテーションの長さがl/h=1.0に近づくと揚程が低下し始める．一方，Fig.2.3(b)とFig.2.6(b)を比較すると実験においても計算結果と同様にキャビティ長さがl/h=1.0に近づくと揚程が低下し始める傾向(Fig.2.6(b)中のAとBの間)が見られる．計算結果と実験結果の揚程低下量も同オーダであることから，混合損失によっても交互翼キャビテー

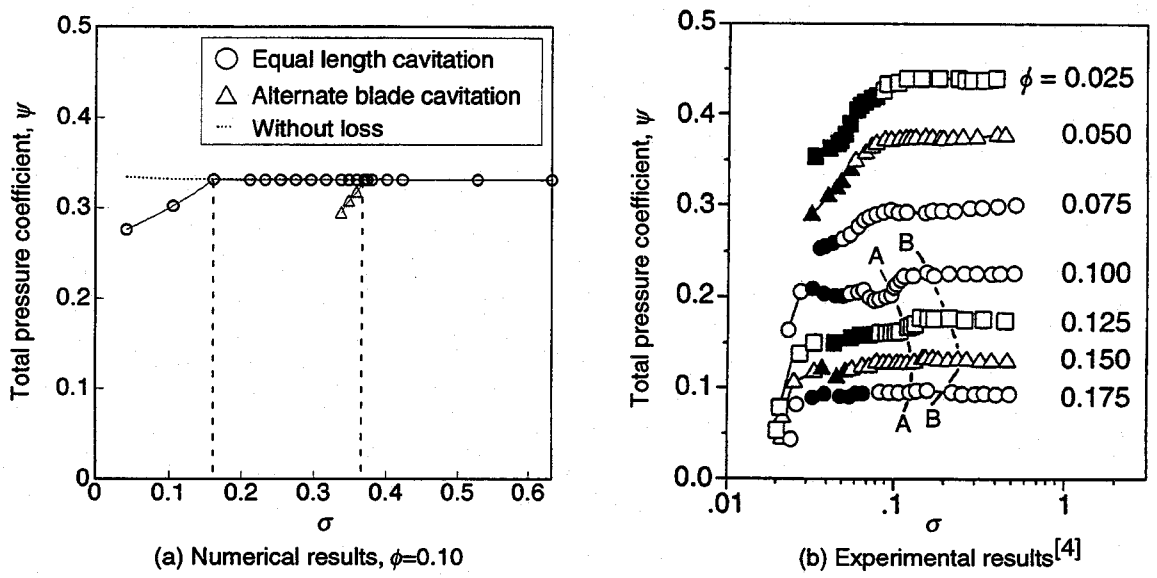


Fig.2.6 Cavitation performance

ションによる揚程低下を定性的に説明できるといえる．

2.5.3 翼列形状の影響

交互翼キャビテーションに対する翼列パラメータの影響について考える．Figure2.7に弦節比C/hが3.0，2.0，1.5，1.0，0.5，食違い角βが60°，70°，80°の翼列に生じるキャビテーションに対する計算結果を示す．横軸は$\sigma/2\alpha$，縦軸はキャビティ長lをピッチhあるいは翼弦長Cで無次元化したものである．

Figure2.7(a)に弦節比C/hが3.0と2.0の翼列に対する結果を示す．弦節比が2.0以上の翼列に対しては弦節比の影響は見られない．キャビテーション係数の減少に伴い，等長キャビテーションのキャビティの長さlがおよそ$0.65h$に達すると食違い角によらず交互翼キャビテーションが初生することがわかる．

Figure2.7(b)に弦節比が1.0の翼列に対する結果を示す．弦節比が1.0の翼列ではキャビテーション係数を下げると，ある$\sigma/2\alpha$の値で突然$l/C \fallingdotseq 1.0$と$l/C \fallingdotseq 0.0$の交互翼キャビテーション解が現れ，キャビテーション係数の低下に伴い長いキャビティと短いキャビティの長さが近づき$l/C = l/h \fallingdotseq 0.65$で等しくなる．

Figure2.7(c)に弦節比が0.5の翼列に対する結果を示す．キャビテーション係数の低下に伴う交互翼キャビテーションの発達形態は弦節比が1.0の翼列で見られるものと

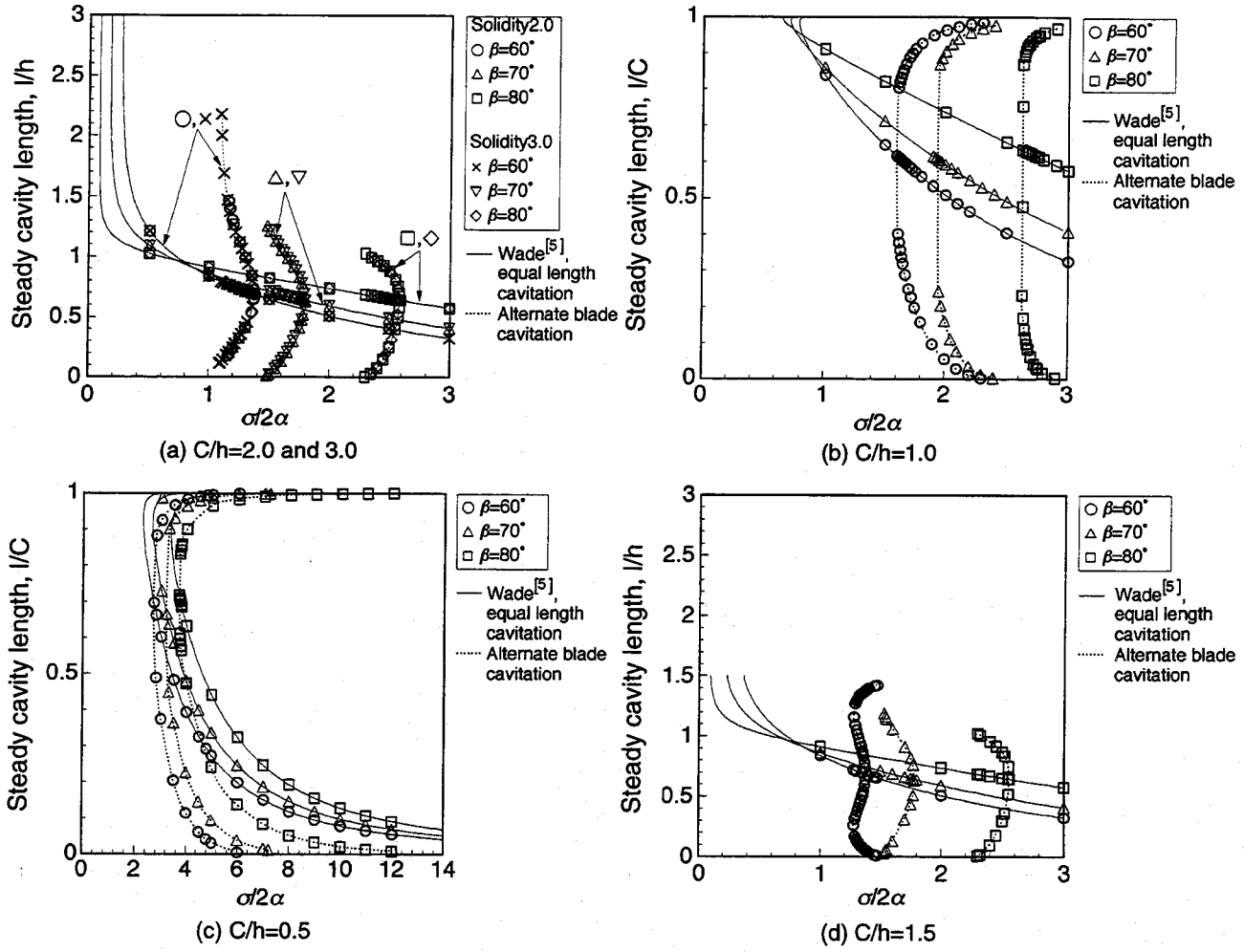


Fig.2.7 Steady cavity length for the cascade with various solidities and stagger angles

同様である．但し交互翼キャビテーションの解と等長キャビテーションの解をあらわす曲線の交点は$l/C=2l/h$≒0.65になっている．なお，文献[4]の一連の実験において(結果は文献で示されていない)弦節比0.5の羽根車では交互翼キャビテーションは見られなかった．

弦節比が1.5の翼列に対する結果をFigure2.7(d)に示す．食違い角が60°の場合に，弦節比2.0以上の翼列で見られた交互翼キャビテーションが徐々に発達する発達形態と弦節比1.0以下の翼列で見られた突然l/C≒1.0とl/C≒0.0の交互翼キャビテーション解が現れる発達形態の中間形態がみられる．このことから上述のようなキャビテーション発達形態の入れ代わりはβ=60°～80°の範囲では弦節比1.5程度で起こることがわかる．

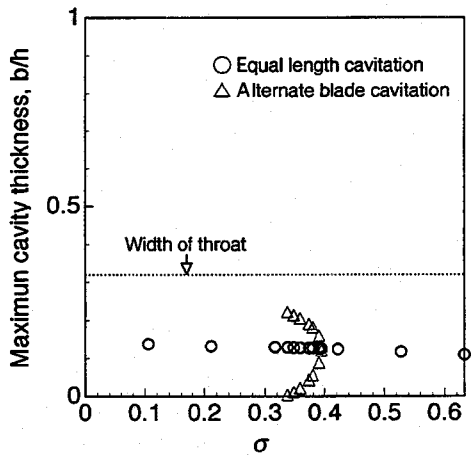


Fig.2.8 Cavity thickness of the cavitation in the cascade with C/h=2.0, β=71.41°, ϕ=0.10(α=10.90°)

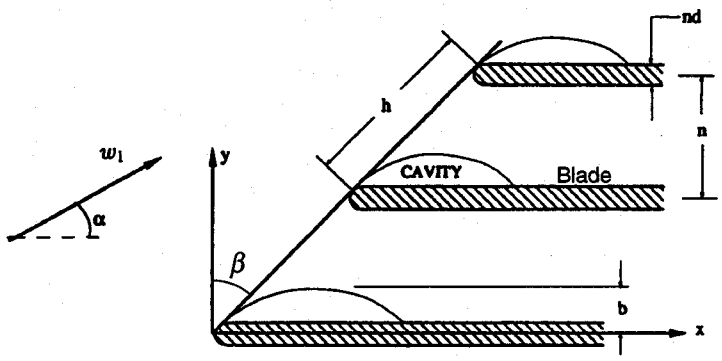


Fig.2.9 Sketch of partially cavitating cascade of flat blades of thickness nd (Brennen and Acosta[10])

2.5.4 線形化の妥当性

Figure2.3(a)に示されるキャビティ長を持つキャビティの厚みを求めた．その結果をピッチとの比でFig.2.8に示す．等長キャビテーションのキャビティ厚みはピッチに対して最大で約15%，交互翼キャビテーションのキャビティ厚みは最大で約20%である．このようなキャビティ厚みに対して線形化の妥当性が問題となる．したがって，線形解析の適用限界を明確にするためには非線形解析を行う必要があるが，非線形解析を行うまでには至っていない．

Figure2.9に部分キャビテーションが発生した平板翼列の模式図を示す．この翼列無限前方とキャビティ最大厚さ部分に連続の式とBernoulliの式を適用することによって，Brennenn et al.[10]は以下のようにキャビティ最大厚さを導出している．

$$\frac{b}{n}=1-\frac{1}{2}d-(1+\sigma^*)\{\cos\alpha-\cot(\frac{\pi}{2}-\beta)\sin\alpha\} \tag{2.29}$$

Huang et al.[4]の実験に対応した翼列(C/h=2.0, β=71.41°)に対する解析により得られた等長キャビテーションのキャビティの長さ$l_0=l_1$が1.80(σ=0.037(σ^*=0.067に対応))となるキャビティの最大厚さは，本線形解析ではb/n=0.56であるのに対して，式(2.29)から導出したキャビティ厚みb/nは0.59であり，同程度である．このことから本解析における線形化は定性的な議論に対しては十分妥当なものであると考えている．

2.6 結言

(1) 交互翼キャビテーションの存在は実験によってのみ知られていたが，本解析により交互翼キャビテーションが理論的にも予測可能であることを示した．

(2) キャビティによる翼間流路の急拡大を仮定しその混合損失を評価することにより，交互翼キャビテーション発生に伴う揚程低下を定性的に評価することができた．

(3) 弦節比が2.0以上の翼列に生じるキャビテーションのキャビティのピッチで無次元化した長さに対しては弦節比の影響は見られない．$\sigma/2\alpha$の減少に伴い，食違い角β=60°～80°の翼列では等長キャビテーションのキャビティの長さlがおよそ0.65hに達すると食違い角によらず交互翼キャビテーションが初生する．

(4) 弦節比が1.0の翼列では$\sigma/2\alpha$を下げると突然l/C≒1.0とl/C≒0.0の交互翼キャビテーションの解が現れ，$\sigma/2\alpha$の低下に伴い長いキャビティと短いキャビティの長さが近づき$l/C=l/h$≒0.65で等しくなる．

(5) 弦節比が0.5の翼列では，キャビテーション係数の低下に伴う交互翼キャビテーションの発達形態は弦節比が1.0の翼列で見られるものと同様である．但し交互翼キャビテーションの解と等長キャビテーションの解を表す曲線の交点はβ=60°～80°の翼列では$l/C=2l/h$≒0.65になっている．

(6) 弦節比2.0以上の翼列で見られた交互翼キャビテーションが徐々に発達する発達形態と弦節比1.0以下の翼列で見られた突然l/C≒1.0とl/C≒0.0の交互翼キャビテーション解が現れる発達形態の入れ代わりは，β=60°～80°の翼列では弦節比がほぼ1.5程度で起こる．

(7) キャビティの厚みが十分小さいものと仮定して線形化を行った本解析により得られたキャビティの厚みはピッチに対して小さくないため，解析結果の妥当性が問題となる．線形解析の適用限界を明確にするためには非線形解析を行う必要があるが，非線形解析を行うまでには至っていない．しかしながら，連続の式とBernoulliの式により導出したキャビティ厚みは本解析結果と同程度であることから，本解析結

果は定性的議論に対しては十分妥当であると考える.

参考文献

[1] Acosta, A. J., 1958, "An Experimental Study of Cavitating Inducers," *Proceedings of the Second Symposium on Naval Hydrodynamics*, ONR/ACR-38, pp. 533-557.

[2] de Bernardi, J., Joussellin, F. and Von Kaenel, A., 1993, "Experimental Analysis of Instabilities Related to Cavitation in a Turbopump Inducer," *Proceedings of the First International Symposium on Pump Noise and Vibrations*, Clamart, France, pp.1-9.

[3] Goirand, B., Merts, A. L., Jousselline, F. and Rebattet, C., 1992, "Experimental Investigations of Radial Loads Induced by partial Cavitation with a Liquid Hydrogen Inducer," *IMechE*, C453/056, pp.263-269.

[4] Huang, J., D., Aoki, M. and Zhang, J. T., 1998, "Alternate Blade Cavitation on Inducer," *JSME International Journal*, Series B, Vol.41, No.1, pp.1-6.

[5] Wade, R. B., 1967, "Linearlized Theory of a Partially Cavitating Cascade of Flat Plate Hydrofoils," *Applied Scientific Research*, Vol. 17, pp.169-188.

[6] 渡邉，佐藤，辻本，上條，1998，"特異点法を用いた旋回キャビテーションの線形解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻622号，pp.1675-1682.

[7] Stripling, L. B. and Acosta, A. J., 1962, "Cavitation in Turbopump-Part1", *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol.84, No.3, pp. 326-338.

[8] 巽　友正，"流体力学"，培風館，pp. 199.

[9] Geurst, J. A., 1959, "Linearized Theory for Partially Cavitated Hydrofoils", *International Shipbuilding Progress*, Vol. 6, No. 60, pp. 369-384.

[10] Brennen, C. E. and Acosta, A. J., 1973, "Theoretical Quasi-static Analysis of Cavitation Compliance in Turbopumps," *Journal of Spacecraft*, Vol.10, No.3, pp.175-180.

第3章　交互翼キャビテーションの安定解析

3.1　本章の目的

第2章では交互翼キャビテーションに着目し，定常キャビテーションに関する理論解析を行った．その結果，等長キャビテーションの他に交互翼キャビテーションが解として得られることが判明した．さらに，キャビテーション係数を減少させたとき，比較的大きい弦節比($C/h \gtrsim 1.5$)を持つ翼列では，徐々に発達する交互翼キャビテーションの解が現れるが，比較的小さい弦節比($C/h \lesssim 1.5$)を持つ翼列では，極端に一方が長く他方が短い交互翼キャビテーションの解が現れた後，その解は徐々に等長キャビテーションに近付くことが明らかになった．しかしながら，実験においては，大きい弦節比(C/h=2.0[1]および$C/h \fallingdotseq 3.0$)を持つ翼列では交互翼キャビテーションが観察されたが，小さい弦節比(C/h=1.0，0.5)を持つ翼列では交互翼キャビテーションは観察されなかった．

そこで本章では，交互翼キャビテーションの安定性を調べることを目的とし，定常キャビテーションに対する安定解析を行う．第2章と同様に渡辺ら[2]の特異点法を用いた翼面部分キャビテーションの安定解析モデルを各翼でキャビティ長が異なることを許すように発展させて本解析を行う．ここでは，大きい弦節比を持つ翼列としてC/h=2.0,β=80°の翼列，小さい弦節比を持つ翼列としてC/h=1.0,β=80°の翼列を採り上げ，それぞれの翼列に発生するキャビテーションに対して安定解析を行った結果を示す．その結果を通して，交互翼キャビテーションの安定性に関して検討を加える．

理論および実験の双方において，大きい弦節比を持つ翼列では等長キャビテーションのキャビティの長さがピッチの65%程度に達すると交互翼キャビテーションが発生することが明らかになる．その発生機構を最後に考察する．

3.2 基礎式

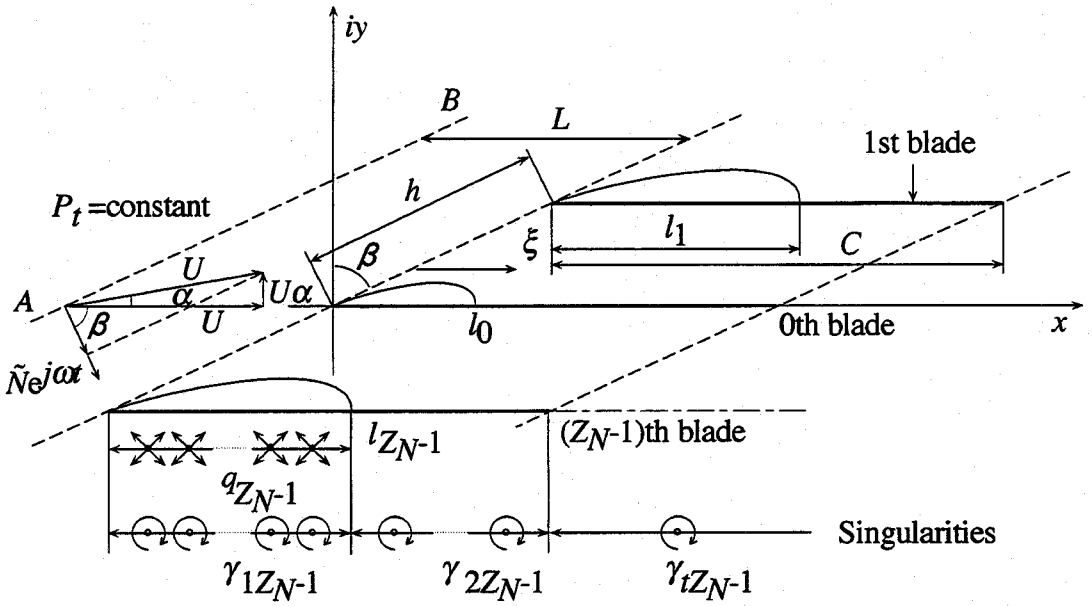


Fig.3.1 Model for present analysis

Figure3.1に示すように，上流で平均流速U，迎え角αを持つ流れが，翼弦長C，ピッチh，食違い角βの平板翼列に流入する場合を考える．また，この2次元流れは翼前縁からLだけ離れたAB上で全圧一定の領域につながるものと仮定する．本解析では動翼を考え，上流でキャビティ変動による軸流方向の速度変動$\tilde{N}e^{j\omega t}e^{i\beta}$が生じるものと考える．ここで$\tilde{N}$は変動の振幅，$j$は時間に関する複素単位，$\omega=\omega_R+j\omega_I$は複素角周波数である．この複素角周波数の実部の$\omega_R$は角周波数，虚部の$\omega_I$は減衰率を意味する．翼枚数が$Z_N$の場合，$x$軸上にある翼の番号を0番として，$y$>0側のとなりの翼を1番，さらにとなりの翼を2番，Z_N番目の翼を0番というように周期性を考慮して番号をつける．これにより翼列はZ_N枚の翼の集合が周期的に現れるものとして表現される．第2章と同様，交互翼キャビテーションの解析を行うためZ_N=2とする．ここでn番目の翼で構成される翼列をn番目の翼群と呼ぶことにする．また，n番目の翼群中の翼には長さl_nの部分キャビテーションが発生する．

流れ場は，(i)一様流と(ii)キャビティを表す吹き出しq_n，(iii)翼を表す渦γ_{1n},γ_{2n}および(iv)自由渦γ_{tn}による流れの重ね合わせで表現される．流れの変動が十分小さいと仮

定し，すべての特異点は翼面上および翼延長上に分布するものとする．このとき，複素速度ポテンシャル$W(z, t)$は，次式で表される．

$$
\begin{aligned}
W(z, t) = U\mathrm{e}^{-i\alpha}z + \tilde{N}\mathrm{e}^{j\omega t}\mathrm{e}^{i\beta}z - Az + \frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1} [& \int_0^{l_n} q_n(\xi)F_n(z, \xi)d\xi \\
& + i\int_0^{l_n} \gamma_{1n}(\xi)F_n(z, \xi)d\xi \\
& + i\int_{l_n}^{C} \gamma_{2n}(\xi)F_n(z, \xi)d\xi \\
& + \int_C^{\infty} \gamma_{tn}(\xi)F_n(z, \xi)d\xi]
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

$$
F_n(z, \xi) = \log[\sin\{\frac{\pi}{Z_N h}(z-\xi)\mathrm{e}^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)} - \frac{n}{Z_N}\pi\}] \tag{3.2}
$$

式(3.1)の積分の積分区間はキャビティ長$l_n(n=0,1, \ldots ,Z_N\text{-}1)$の時間的変化に応じて変化する．積分区間が時間に依存しないよう座標系s_1, s_2を次のように定義する．

$$
\begin{aligned}
&\xi = l_n s_1 && (0<\xi<l_n,\ 0<s_1<1,\ n=0,1, \ldots ,Z_N\text{-}1) \\
&\xi = (C\text{-}l_n)s_2 + (2l_n\text{-}C) && (l_n<\xi<C,\ 1<s_2<2,\ n=0,1, \ldots ,Z_N\text{-}1)
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

すべての特異点の強さを座標系s_1, s_2において定義する．以上の変換により複素速度ポテンシャル$W(z, t)$は以下のように表現できる．

$$
\begin{aligned}
W(z, t) = & U\mathrm{e}^{-i\alpha}z + \tilde{N}\mathrm{e}^{j\omega t}\mathrm{e}^{i\beta}z - Az \\
& + \frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1} [\int_0^{1} q_n(s_1)F_n(z, l_n s_1)l_n ds_1 \\
& \quad + i\int_0^{1} \gamma_{1n}(s_1)F_n(z, l_n s_1)l_n ds_1 \\
& \quad + i\int_1^{2} \gamma_{2n}(s_2)F_n\{z, (C-l_n)s_2 + (2l_n - C)\}(C-l_n)ds_2 \\
& \quad + \int_C^{\infty} \gamma_{tn}(\xi)F_n(z, \xi)d\xi]
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

複素速度$w(z, t)=u\text{-}iv$は複素速度ポテンシャル$W(z, t)$をzで偏微分することにより次のように表される．

$$
\begin{aligned}
w(z,\ t) &= u - iv \\
&= \frac{\partial W}{\partial z} = U\mathrm{e}^{-i\alpha} + \tilde{N}\mathrm{e}^{j\omega t}\mathrm{e}^{i\beta} - A \\
&\quad + \frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\Big[\int_0^1 q_n(s_1) f_n(z,\ l_n s_1) l_n ds_1 \\
&\qquad + i\int_0^1 \gamma_{1n}(s_1) f_n(z,\ l_n s_1) l_n ds_1 \\
&\qquad + i\int_1^2 \gamma_{2n}(s_2) f_n\{z,\ (C-l_n)s_2 + (2l_n - C)\}(C-l_n) ds_2 \\
&\qquad + \int_C^\infty \gamma_{tn}(\xi) f_n(z,\ \xi) d\xi\Big]
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

$$
f_n(z,\ \xi) = \frac{\partial F_n(z,\ \xi)}{\partial z} = \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}\cot\{\frac{\pi}{Z_N h}(z-\xi)\mathrm{e}^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)} - \frac{n}{Z_N}\pi\}
\tag{3.6}
$$

ところで直線AB上($z_{AB}=A'\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)}-L$ (A'：定数))で

$$
w(z_{AB},\ t) = U\mathrm{e}^{-i\alpha} + \tilde{N}\mathrm{e}^{j\omega t}\mathrm{e}^{i\beta}
\tag{3.7}
$$

を満たさなければならない．このとき定数Aは次のように求まる．

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\Big[\int_0^1 q_n(s_1) f_n(z_{AB},\ l_n s_1) l_n ds_1 \\
&\quad + i\int_0^1 \gamma_{1n}(s_1) f_n(z_{AB},\ l_n s_1) l_n ds_1 \\
&\quad + i\int_1^2 \gamma_{2n}(s_2) f_n\{z_{AB},\ (C-l_n)s_2 + (2l_n - C)\}(C-l_n) ds_2 \\
&\quad + \int_C^\infty \gamma_{tn}(\xi) f_n(z_{AB},\ \xi) d\xi\Big]
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

本研究では，ダクト長Lが翼弦長Cに対して十分長いものと仮定している．第2章と同様に

$$
z_{AB} = a\mathrm{e}^{i(\pi-\beta)} + b\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)}
\tag{3.9}
$$

を式(3.6)に代入し$a\to\infty$とすれば$f_n(z,\xi)$の無限上流における極限値が以下のように得られる．

$$
\lim_{a\to\infty}\{f_n(a\mathrm{e}^{i(\pi-\beta)} + b\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)},\ \xi)\} = -\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}
\tag{3.10}
$$

したがって未知定数Aを以下のように表すことができる．

$$A=-\frac{1}{2\pi}\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\left[\int_0^1 q_n(s_1)l_n ds_1+i\int_0^1 \gamma_{1n}(s_1)l_n ds_1\right.$$
$$\left.+i\int_1^2 \gamma_{2n}(s_2)(C-l_n)ds_2+\int_C^\infty \gamma_{tn}(\xi)d\xi\right] \tag{3.11}$$

以上より，複素速度$w(z, t)$は第2章の複素速度に類似した形で次のように表すことができる．

$$w(z, t)=U\mathrm{e}^{-i\alpha}+\tilde{N}\mathrm{e}^{j\alpha t}\mathrm{e}^{i\beta}$$
$$+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\left[\int_0^1 q_n(s_1)\{f_n(z, l_n s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}l_n ds_1\right.$$
$$+i\int_0^1 \gamma_{1n}(s_1)\{f_n(z, l_n s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}l_n ds_1$$
$$+i\int_1^2 \gamma_{2n}(s_2)\{f_n\{z, (C-l_n)s_2+(2l_n-C)\}+\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}(C-l_n)ds_2$$
$$\left.+\int_C^\infty \gamma_{tn}(\xi)\{f_n(z, \xi)+\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}d\xi\right] \tag{3.12}$$

3.3 定常・非定常成分の分離

特異点の強さとキャビティ長を以下のように定常成分と非定常成分に分離して表す．

$$
\begin{aligned}
&q_n(s_1)=q_{sn}(s_1)+\tilde{q}_n(s_1)\mathrm{e}^{j\omega t}\\
&\gamma_{1n}(s_1)=\gamma_{1sn}(s_1)+\tilde{\gamma}_{1n}(s_1)\mathrm{e}^{j\omega t}\\
&\gamma_{2n}(s_2)=\gamma_{2sn}(s_2)+\tilde{\gamma}_{2n}(s_2)\mathrm{e}^{j\omega t}\\
&\gamma_{tn}(\xi)=\tilde{\gamma}_{tn}(\xi)\mathrm{e}^{j\omega t}\\
&l_n=l_{sn}+\tilde{l}_n\mathrm{e}^{j\omega t} \qquad (n=0,1,\cdots,Z_N-1)
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

ここで，1≫定常成分(εのオーダ)≫非定常成分(δのオーダ)を仮定する．ただしキャビティ長に関しては定常成分が1のオーダ，非定常成分がεのオーダと仮定している．これらを式(3.12)に代入し，以上の仮定に基づき線形化を行うと，速度は一様流$U\mathrm{e}^{-i\alpha}$と一様流からの偏差成分(u_s,v_s)および非定常成分($\tilde{u}$, $\tilde{v}$)に分離して以下のような形で表現することができる．

$$
\begin{aligned}
&u=U+u_s+\tilde{u}\mathrm{e}^{j\omega t}\\
&v=U\alpha+v_s+\tilde{v}\mathrm{e}^{j\omega t}
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

$|u_s|$,$|v_s|$および$|\tilde{u}|$, $|\tilde{v}|$は上述の仮定によりεのオーダおよびδのオーダである．αおよびUのオーダはそれぞれεおよび1と仮定している．本章における線形化は以上の仮定に基いて行われる．

線形化した複素速度である式(3.14)の特異点を用いた具体的な式を次節で述べる．

3.4 線形化

キャビティ厚みが十分薄いものと仮定しているため境界条件をキャビティ存在部の翼面上とキャビティが存在しない翼面上で適用する．

静止系から見たキャビティ後縁近傍の点では，キャビティ長の伸縮によりキャビティの有無が時間的に変化するため，静止系に固定した点で境界条件を適用するのは困難である．そこで境界条件を適用する点$z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi$の$\xi$に関して次のような変数変換を行う．

・$0<\xi<l_m$で

$$\xi=\xi_0(1+\frac{\bar{l}_m e^{j\omega t}}{l_{sm}}) \qquad (0<\xi_0<l_{sm}) \tag{3.15}$$

・$l_m<\xi<C$で

$$\xi=\xi_0+\frac{C-\xi_0}{C-l_{sm}}\bar{l}_m e^{j\omega t} \qquad (l_{sm}<\xi_0<C) \tag{3.16}$$

この変換により，$0<\xi_0<l_{sm}$はキャビティが常に存在する領域となり，$l_{sm}<\xi_0<C$はキャビティが常に存在しない領域となる．

境界条件を適用する点z_mが$\{mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi\pm 0i,\ 0<\xi<l_m\}$のとき，式(3.15)を考慮し各変数のオーダに基いて式(3.12)に示す複素速度を線形化すると，複素速度の定常成分および非定常成分はそれぞれ以下のように表される．

・定常成分

$$
\begin{aligned}
w(z_m) = U\mathrm{e}^{-i\alpha} + \frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\Big[\int_0^1 & q_{sn}(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1) + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}l_{sn}ds_1 \\
& + i\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1) + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}l_{sn}ds_1 \\
& + i\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)[f_n\{\xi_0,\, (C-l_{sn})s_2 + 2l_{sn} - C\} + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}](C-l_{sn})ds_2\Big] \\
& \begin{cases} \{\text{In the case with } z_m = mh\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)} + \xi + 0i, 0 < \xi < l_m\} \\ + \gamma_{1sm}(\xi_0/l_{sm})/2 - iq_{sm}(\xi_0/l_{sm})/2 \\ \{\text{In the case with } z_m = mh\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)} + \xi - 0i, 0 < \xi < l_m\} \\ - \gamma_{1sm}(\xi_0/l_{sm})/2 + iq_{sm}(\xi_0/l_{sm})/2, \end{cases}
\end{aligned}
\qquad \cdots (3.17)
$$

・非定常成分

$$
\begin{aligned}
w(z_m) = \frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\Big[\int_0^1 & \tilde{q}_n(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1) + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}l_{sn}ds_1 \\
& + i\int_0^1 \tilde{\gamma}_{1n}(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1) + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}l_{sn}ds_1 \\
& + i\int_1^2 \tilde{\gamma}_{2n}(s_2)[f_n\{\xi_0,\, (C-l_{sn})s_2 + 2l_{sn} - C\} + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}](C-l_{sn})ds_2 \\
& + i\int_C^\infty \tilde{\gamma}_{tn}(\xi)\{f_n(\xi_0,\, \xi) + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta}\}d\xi \\
& + \bar{l}_n\int_0^1 q_{sn}(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1) + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta} + \mathrm{g}_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)s_1\}ds_1 \\
& + i\bar{l}_n\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1) + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta} + \mathrm{g}_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)s_1\}ds_1 \\
& - i\bar{l}_n\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)[f_n\{\xi_0,\, (C-l_{sn})s_2 + 2l_{sn} - C\} + \frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{i\beta} \\
& \quad + \mathrm{g}_n\{\xi_0,\, (C-l_{sn})s_2 + 2l_{sn} - C\}(2-s_2)(C-l_{sn})]ds_2
\end{aligned}
$$

$$-\frac{l_m}{l_{sm}}\xi_0\int_0^1 q_{sn}(s_1)g_n(\xi_0,\ l_{sn}s_1)l_{sn}ds_1$$

$$-i\frac{l_m}{l_{sm}}\xi_0\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)g_n(\xi_0,\ l_{sn}s_1)l_{sn}ds_1$$

$$-i\frac{l_m}{l_{sm}}\xi_0\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)g_n(\xi_0,\ (C-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C)(C-l_{sn})ds_2]$$

$$\begin{cases}\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi+0i, 0<\xi<l_m\}\\ +\tilde{\gamma}_{1m}(\xi_0/l_{sm})/2-i\tilde{q}_m(\xi_0/l_{sm})/2\\ \{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi-0i, 0<\xi<l_m\}\\ -\tilde{\gamma}_{1m}(\xi_0/l_{sm})/2+i\tilde{q}_m(\xi_0/l_{sm})/2\end{cases}$$

・・・ (3.18)

$$f_n(\xi_0,\ \xi)=\frac{\pi}{Z_N h}e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}\cot\{\frac{\pi}{Z_N h}(\xi_0-\xi)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}+(\frac{m}{Z_N}-\frac{n}{Z_N})\pi\} \tag{3.19}$$

$$g_n(\xi_0,\ \xi)=\left(\frac{\pi}{Z_N h}\right)^2 e^{-i(\pi-2\beta)}\mathrm{cosec}^2\{\frac{\pi}{Z_N h}(\xi_0-\xi)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}+(\frac{m}{Z_N}-\frac{n}{Z_N})\pi\} \tag{3.20}$$

ただし非定常成分はすべて$e^{j\omega t}$の積となっているため，$e^{j\omega t}$の記述は省略している．

また,境界条件を適用する点z_mが$\{mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi\pm 0i,\ l_m<\xi<C\}$の場合には，式(3.16)を考慮して線形化を行った複素速度の定常成分および非定常成分は以下のように表せる．

・定常成分

$$w(z_m)=Ue^{-i\alpha}+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[\int_0^1 q_{sn}(s_1)\{f_n(\xi_0,\ l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1$$

$$+i\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)\{f_n(\xi_0,\ l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1$$

$$+i\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)[f_n\{\xi_0,\ (C-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}](C-l_{sn})ds_2]$$

$$\begin{cases}\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi+0i,\ l_m<\xi<C\}\\ +\gamma_{2sm}(\xi_0/l_{sm})/2\\ \{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi-0i,\ l_m<\xi<C\}\\ -\gamma_{2sm}(\xi_0/l_{sm})/2\end{cases}$$

・・・ (3.21)

・非定常成分

$$
\begin{aligned}
w(z_m)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\Big[&\int_0^1 \tilde{q}_n(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1\\
&+i\int_0^1 \tilde{\gamma}_{1n}(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1\\
&+i\int_1^2 \tilde{\gamma}_{2n}(s_2)[f_n\{\xi_0,\, (C-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}](C-l_{sn})ds_2\\
&+i\int_C^\infty \tilde{\gamma}_{tn}(\xi)\{f_n(\xi_0,\, \xi)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}d\xi\\
&+\bar{l}_n\int_0^1 q_{sn}(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}+g_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)s_1\}ds_1\\
&+i\bar{l}_n\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)\{f_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}+g_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)s_1\}ds_1\\
&-i\bar{l}_n\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)[f_n\{\xi_0,\, (C-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\\
&\qquad +g_n\{\xi_0,\, (C-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C\}(2-s_2)(C-l_{sn})]ds_2\\
&-\frac{C-\xi_0}{C-l_{sm}}\bar{l}_m\int_0^1 q_{sn}(s_1)g_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)l_{sn}ds_1\\
&-i\frac{C-\xi_0}{C-l_{sm}}\bar{l}_m\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)g_n(\xi_0,\, l_{sn}s_1)l_{sn}ds_1\\
&-i\frac{C-\xi_0}{C-l_{sm}}\bar{l}_m\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)g_n(\xi_0,\, (C-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C)(C-l_{sn})ds_2\Big]\\
&\begin{cases}\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi+0i,\ l_m<\xi<C\}\\ +\tilde{\gamma}_{2m}(\xi_0/l_{sm})/2\\ \{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi-0i,\ l_m<\xi<C\}\\ -\tilde{\gamma}_{2m}(\xi_0/l_{sm})/2\end{cases}
\end{aligned}
$$

・・・ (3.22)

$$f_n(\xi_0,\, \xi)=\frac{\pi}{Z_N h}e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}\cot\{\frac{\pi}{Z_N h}(\xi_0-\xi)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}+(\frac{m}{Z_N}-\frac{n}{Z_N})\pi\}=(\text{式}(3.19))$$

$$g_n(\xi_0,\, \xi)=\left(\frac{\pi}{Z_N h}\right)^2 e^{-i(\pi-2\beta)}\mathrm{cosec}^2\{\frac{\pi}{Z_N h}(\xi_0-\xi)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}+(\frac{m}{Z_N}-\frac{n}{Z_N})\pi\}=(\text{式}(3.20))$$

3.5 境界条件と付帯条件

境界条件はキャビティ長の変化に伴い伸縮する座標系s_1,s_2に固定した位置で適用する．

3.5.1 キャビティ表面上で圧力一定

キャビティ表面上の圧力は一定でかつ飽和蒸気圧p_vに等しいと仮定する．キャビティの厚みが十分薄いという仮定に基づき線形化されたキャビティ表面上[$z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+0i,\ 0<s_1<1$]の運動方程式は次式で表される．

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{U}{l_{sm}}\frac{\partial u}{\partial s_1}=-\frac{1}{\rho}\frac{1}{l_{sm}}\frac{\partial p}{\partial s_1}=0 \tag{3.23}$$

したがって，キャビティ表面上の速度($U+u_{cm}$)は以下のように表される．

$$u_{cm}(s_1,t)=u_{cs}+\tilde{u}_{cm}^{-j\frac{\omega l_{sm}}{U}s_1}e^{j\omega t},\ u_{cs}=(\text{一定}) \tag{3.24}$$

式(3.17)から得られる速度uと式(3.24)を連立させることにより，以下のキャビティ表面上の境界条件が得られる．

$$\mathrm{Real}\left\{w\left[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+0i\right]\right\}=U+u_{cs}+\tilde{u}_{cm}^{-j\frac{\omega l_{sm}}{U}s_1}e^{j\omega t}\qquad(0<s_1<1) \tag{3.25}$$

$\xi=-L$と$\xi=0$の間で非定常のBernoulliの式を適用することにより，キャビティ表面上の速度と$\xi=-L$での圧力p_{-Ls}の関係が次のように導かれる．

$$u_{cs}=\frac{p_{-Ls}-p_v}{\rho U}=\frac{\sigma U}{2} \tag{3.26}$$

$$\frac{\partial\left(Real\{W(mhe^{i(\pi/2-\beta)}-L)-W(mhe^{i(\pi/2-\beta)})\}\right)}{\partial t}+U\tilde{u}_{cm}-U\tilde{N}\cos\beta=\frac{\tilde{p}_{-L}}{\rho} \tag{3.27}$$

ここで，p_{-Ls}，$\tilde{p}_{-L}$はそれぞれ$\xi=-L$での静圧の定常および非定常成分，p_vは飽和蒸気圧である．$\sigma=2(p_{-Ls}-p_v)/\rho U^2$はキャビテーション係数である．ところで，翼前縁から

距離L離れた位置にある直線ABで，全圧p_tが一定(静圧も一定)の空間につながるものと仮定する．この空間とダクト入口AB間でBernoulliの式を適用すると以下の式が得られる．

$$p_{-Ls}=p_t-\frac{\rho}{2}U^2 \tag{3.28}$$

$$\tilde{p}_{-L}=-\rho U\tilde{N}\cos\theta \tag{3.29}$$

以上の式(3.26)，(3.27)および(3.29)から，式(3.25)中のキャビティ表面上の接線方向速度が決定される．

3.5.2 キャビティの存在しない翼面上でv=0

キャビティの存在しない翼面上[$z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1-0i$, $0<s_1<1$]および[$z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+(C-l_m)s_2+(2l_m-C)\pm 0i$, $1<s_2<2$]では，翼に垂直な速度成分が0であることから次式が成立する

$$\mathrm{Imag}\left\{w\left[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1-0i\right]\right\}=0 \qquad (0<s_1<1) \tag{3.30}$$

$$\mathrm{Imag}\left\{w\left[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+(C-l_m)s_2+(2l_m-C)\pm 0i\right]\right\}=0 \qquad (1<s_2<2) \tag{3.31}$$

3.5.3 キャビティの閉鎖条件

キャビティの厚み$\eta_m(s_1)$は次の運動学的境界条件を満足する．

$$\frac{\partial\eta_m}{\partial t}+\frac{1}{l_m}\left(U-s_1\frac{dl_m}{dt}\right)\frac{\partial\eta_m}{\partial s_1}=v(mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+0i)=q_m(s_1) \qquad (0<s_1<1) \tag{3.32}$$

キャビティ厚みを次のように定常成分と非定常成分に分離する．

$$\eta_m(s_1)=\eta_{sm}(s_1)+\tilde{\eta}_m(s_1)e^{j\omega t} \tag{3.33}$$

式(3.32)を線形化した後，定常成分と非定常成分に分離し，それらの方程式を積分することにより次式が得られる．

$$\eta_{sm}(s_1)=\frac{l_{sm}}{U}\int_0^{s_1}q_m(s_1')ds_1' \tag{3.34}$$

$$\tilde{\eta}_m(s_1)=\frac{l_{sm}}{U}\int_0^{s_1}\tilde{q}_m(s_1')\mathrm{e}^{-j\frac{\omega l_{sm}}{U}(s_1-s_1')}ds_1'$$
$$+\frac{l_m}{U}\int_0^{s_1}(1+j\frac{\omega l_{sm}}{U}s_1')q_{sm}(s_1')\mathrm{e}^{-j\frac{\omega l_{sm}}{U}(s_1-s_1')}ds_1' \tag{3.35}$$

このとき，キャビティの閉鎖条件は次式で表される．

$$\eta_m(1)=0 \tag{3.36}$$

3.5.4 Kuttaの条件

翼列後縁の圧力面と負圧面間で圧力が連続であると仮定すると，運動方程式からKuttaの条件は以下のように表される．

$$\frac{d}{dt}\left[\int_0^1\gamma_{1m}(s_1)l_m ds_1+\int_1^2\gamma_{2m}(s_2)(C-l_m)ds_2\right]+U\cdot\gamma_{2m}(2)=0 \tag{3.37}$$

これはKelvinの循環定理と等価であり，翼の循環変化に対応して強さ$\gamma_{2m}(2)$の自由渦が放出されることを意味している．

自由渦が主流に沿って流れるとすると，自由渦分布は次のようになる．

$$\tilde{\gamma}_{tm}=\tilde{\gamma}_{2m}(2)\exp\left[-j\frac{\omega l_{sm}}{U}(\xi-C)/l_{sm}\right] \tag{3.38}$$

3.5.5 下流の条件

翼列下流のダクトの長さが無限である場合を考える．この場合，下流の流量変動は無限大の慣性力の効果により抑制される．連続の式から以下の関係式が導かれる．

$$\tilde{N}+\frac{1}{Z_N h}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\left[\int_0^1\tilde{q}_n(s_1)l_n ds_1\right]=0 \tag{3.39}$$

3.6 解析方法

流れ場の未知量は，各特異点の強さ$q_n(s_1)$，$\gamma_{1n}(s_1)$，$\gamma_{2n}(s_2)$の定常・非定常成分，キャビティ長l_n，キャビティ表面速度u_cおよび入口速度変動の大きさ$\tilde{N}$である．これらの未知量は，式(3.24)-(3.27),(3.29)-(3.31),(3.34)-(3.37),(3.39)を定常成分と非定常成分に分離して得られる式を解くことにより求まる．この際，第2章と同様に各特異点の定常成分の強さに関して以下の量を定義する．

$$
\begin{aligned}
C_{qn}(s_1) &= q_{sn}(s_1)/U\alpha \\
C_{\gamma 1n}(s_1) &= \gamma_{1sn}(s_1)/U\alpha \\
C_{\gamma 2n}(s_2) &= \gamma_{2sn}(s_2)/U\alpha
\end{aligned}
\tag{3.40}
$$

次に特異点分布の離散化を行う．このとき，分割点S_{1k}，S_{2k}がキャビティ前後縁，翼後縁近傍に多く分布するよう次のように与え,これらの点における特異点の強さを未知量と考える．

$$
S_{1k} = \frac{1}{2}\left[1-\cos\left(\frac{k-1}{N_c-1}\pi\right)\right] \qquad (0<S_{1k}<1,\ k=1\sim N_C) \tag{3.41}
$$

$$
S_{2k} = 1+\frac{1}{2}\left[1-\cos\left(\frac{k-1}{N_B-1}\pi\right)\right] \qquad (0<S_{2k}<1,\ k=1\sim N_B) \tag{3.42}
$$

ここで，N_C，N_Bはそれぞれキャビティ存在部，非存在部の分割点数であり，本研究ではそれぞれ37とした．境界条件を適用する標点はすべて各分割点間の中点とした．特異点の強さは基本的に各分割点間で直線状に分布すると仮定する．しかしキャビティ前後縁近傍では流れの特異性[3]を考慮し，キャビティ前縁近傍で$q_n(s_1)\sim s_1^{-1/4}, \gamma_{1n}(s_1)\sim s_1^{-1/4}$，後縁近傍で$q_n(s_1)\sim(1-s_1)^{-1/2}, \gamma_{2n}(s_2)\sim(s_2-1)^{-1/2}$とする．

以上の離散化を行い，分割点における特異点の強さを未知量として各境界条件および付帯条件を表現すると，翼数Z_Nが2の場合の境界条件および付帯条件は次のように表される．

・定常成分に関して

$$\left[\quad A_s(l_{sn}) \quad\right]\left\{\begin{array}{c} C_{q0}(S_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 10}(S_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 20}(S_{21}) \\ \vdots \\ C_{q1}(S_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 11}(S_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 21}(S_{21}) \\ \vdots \\ \sigma/2\alpha \end{array}\right\}=\left\{\quad B_s \quad\right\} \tag{3.43}$$

・非定常成分に関して

$$\left[\quad A_u(l_{sn},\ \omega) \quad\right]\left\{\begin{array}{c} \tilde{q}_0(S_{11}) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{10}(S_{11}) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{20}(S_{21}) \\ \vdots \\ \tilde{q}_1(S_{11}) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{\gamma 11}(S_{11}) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{21}(S_{21}) \\ \vdots \\ \tilde{u}_{c0} \\ \tilde{u}_{c1} \\ \alpha l_0 \\ \alpha l_1 \\ \tilde{N} \end{array}\right\}=\left\{\quad 0 \quad\right\} \tag{3.44}$$

ただし，$A_s(l_{sn})$，$A_u(l_{sn},\omega)$は係数行列，B_sは定数ベクトルである．

式(3.43)は，各翼の定常キャビティの長さl_{sn}が$\sigma/2\alpha$の関数であることを示している．式(3.44)は線形同次方程式である．外部から入口圧力や流量の変動を与える場合には右辺のベクトルは0でないベクトルとなる．外部からの擾乱のない本解析では，自明でない解が存在するためには，以下のように係数行列$A_u(l_{sn},\omega)$の行列式が0でなければならない．

$$\left|A_u(l_{sn},\ \omega)\right|=0 \tag{3.45}$$

複素角周波数$\omega=\omega_R+j\omega_I$は，式(3.45)により決定される．従って，その角周波数とキャビティの安定性はキャビティ長l_{sn}，あるいは等価的に$\sigma/2\alpha$に依存する．

結果として得られた複素角周波数$\omega=\omega_R+j\omega_I$を等長キャビテーションのキャビティの長さ$l_{se}$を用いて以下のように無次元化する．

$$St=\frac{\omega_R/2\pi}{U/l_{se}},\qquad St_I=\frac{\omega_I/2\pi}{U/l_{se}} \tag{3.46}$$

本章では，式(3.46)で表されるストローハル数Stですべての結果を整理する．

3.7 解析結果と考察

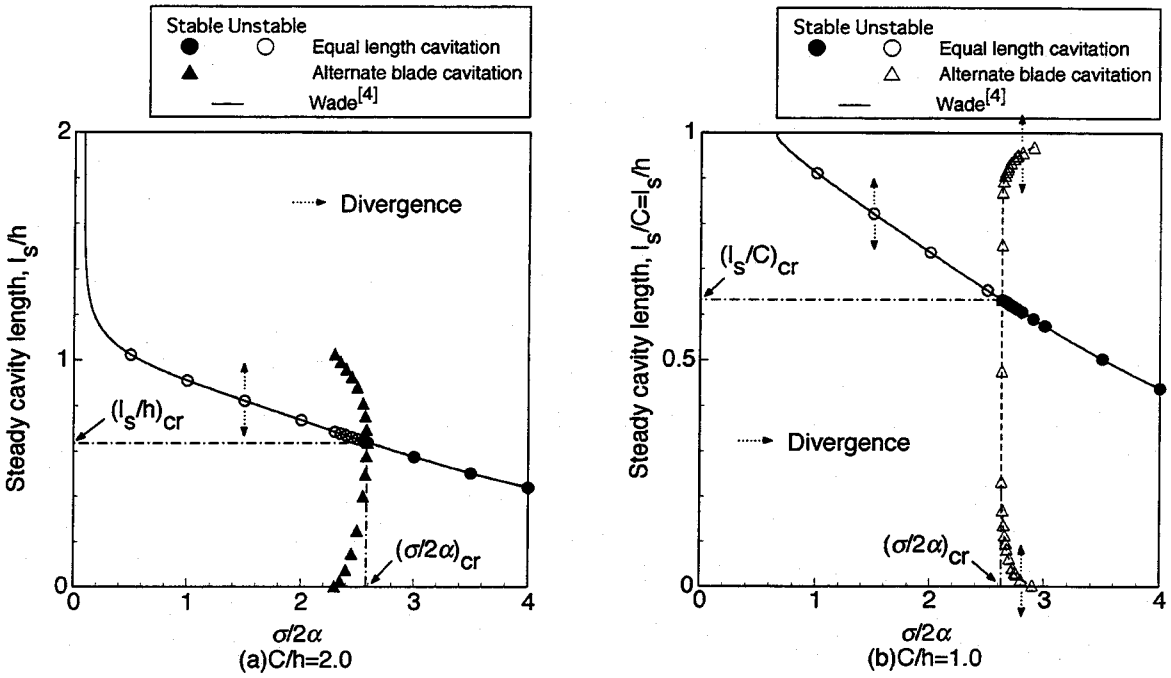
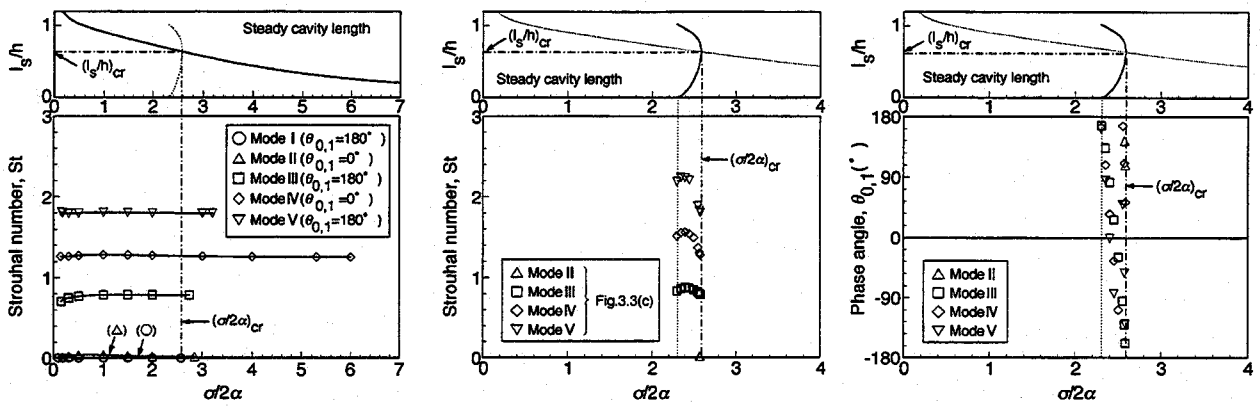


Fig.3.2 Steady cavity length for the cascade with C/h=2.0 and 1.0, β=80°

第2章の定常キャビテーションの理論解析において，キャビテーション係数の減少に伴い，比較的大きい弦節比($C/h \gtrsim 1.5$)を持つ翼列(例えばFig.3.2(a))では，等長キャビテーションのキャビティの長さがおよそ0.65hに達すると交互翼キャビテーション解が現れ，その交互翼キャビテーションは徐々に発達するが，比較的小さい弦節比($C/h \lesssim 1.5$)を持つ翼列(例えばFig.3.2(b))では，等長キャビテーションのキャビティの長さがおよそ0.65Cに近づくと突然$l_s/C \fallingdotseq 0.0$と$l_s/C \fallingdotseq 1.0$のキャビティ長を持つ交互翼キャビテーションが現れた後，徐々に等長キャビテーションに近付くような定常解が現れることが明らかになっている．そこで本解析では，C/h=2.0,β=80° の翼列とC/h=1.0,β=80° の翼列を採り上げ，それぞれの翼列に発生するキャビテーションに対して安定解析を行った．いずれの場合もL/C=1000としている．

3.7.1 弦節比の大きい翼列(C/h=2.0,β=80°)に生じるキャビテーションの安定性

Fig.3.2(a)はC/h=2.0,β=80° の翼列に生じるキャビテーションの定常キャビティ長を示す．等長キャビテーション解(Fig.3.2(a)中，白丸○および黒丸●)と2.30≦$\sigma/2\alpha$≦



(a) Strouhal number for equal length cavitation

(b) Strouhal number for alternate blade cavitation

(c) Phase angle for alternate blade cavitation

Fig.3.3 Destabilizing roots for the cascade with C/h=2.0 and β=80°

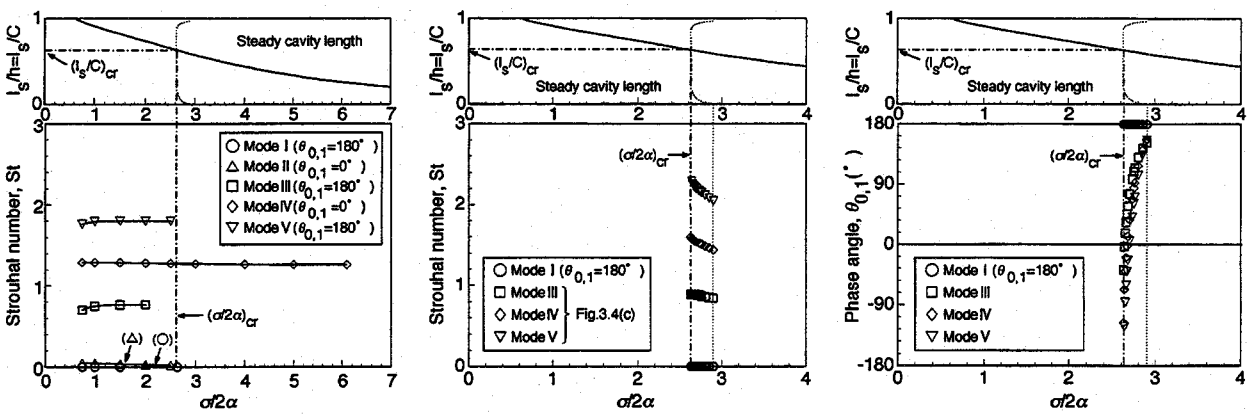
2.58において交互翼キャビテーション解(Fig.3.2(a)中，黒三角▲)が得られている．$(\sigma/2\alpha)_{cr}$は交互翼キャビテーション解が等長キャビテーション解に一致する$\sigma/2\alpha$を表し，定常解析によるとこれは弦節比の大きな翼列ではほぼ$l_s/h=(l_s/h)_{cr}$≒0.65に，小さな翼列では$l_s/C=(l_s/C)_{cr}$≒0.65に対応する．等長キャビテーション解は，Fig.3.2(a)中の実線で示されるWade[4]の等角写像法による結果と一致している．キャビテーション係数の減少に伴い，等長キャビテーションのキャビティの長さが長くなり，l_s/h=0.65に近付くと交互翼キャビテーション解が現れる．その交互翼キャビテーションは2.30≦$\sigma/2\alpha$≦2.58=$(\sigma/2\alpha)_{cr}$の範囲内で徐々に発達してゆく．$\sigma/2\alpha$<2.30では等長キャビテーション解のみ存在する．

Fig.3.2(a)に示される等長キャビテーションに対して行った安定解析により得られた不安定モード(St_I<0)のストローハル数をFig.3.3(a)に示す．n=0とn=1の翼群上の変動の位相差(翼間位相差)$\theta_{0,1}$は解として求まるが，いずれのモードも$\theta_{0,1}$=0あるいは$\theta_{0,1}$=180°のモードであった．各モードのもつ位相差$\theta_{0,1}$をFig.3.3(a)中に併記する．本解析において多くの高次のモードが得られたが，すべての結果に対して本章では低次のモードから5つのモードのみを示す．モードI，III，Vのキャビティ変動の翼間位相差は180(°)である．これらのモードは，ある翼群でキャビティの長さが長くなれば，その隣の翼群のキャビティの長さが短くなるモードである．モードII，IVのキャビティ変動の翼間位相差$\theta_{0,1}$は0である．モードII～IVについては後で議論す

る．モードIはすべてストローハル数St=0，減衰率k_I<0，位相差$\theta_{0,1}$=180°のダイバージェンス型の不安定モードである．このモードでは，キャビティは振動することなく，指数関数的に一方の翼群のキャビティが長くなり他方が短くなる．そこで本研究ではダイバージェンス型のモードIに基づき定常キャビテーションの安定性を議論する．Fig.3.3(a)では$\sigma/2\alpha \leqq (\sigma/2\alpha)_{cr}$，$l_s/h \geqq (l_s/h)_{cr} \fallingdotseq 0.65$の範囲でモードI(白丸○)が存在する．したがって，$\sigma/2\alpha \leqq (\sigma/2\alpha)_{cr}$，$l_s/h \geqq (l_s/h)_{cr} \fallingdotseq 0.65$に存在するキャビティの長さが長い等長キャビテーションは不安定，$\sigma/2\alpha > (\sigma/2\alpha)_{cr}$，$l_s/h < (l_s/h)_{cr} \fallingdotseq 0.65$に存在するキャビティの長さが短い等長キャビテーションは安定となる．

Fig.3.2(a)に示される交互翼キャビテーションに対して行った安定解析により得られた不安定モードのストローハル数および翼間位相差をFig.3.3(b),(c)に示す．翼間位相差は長いキャビティが偶数番の翼群に存在するものとして定義されている．Fig.3.3(c)からモードII～Vのキャビティ変動の翼間位相差は$\sigma/2\alpha$により変化するため，同モードであっても$\sigma/2\alpha$により振動形態が変化する．これらのモードは，$\sigma/2\alpha$が$(\sigma/2\alpha)_{cr}$に近付いた場合，等長キャビテーションのそれぞれのモードにつながる．等長キャビテーションの場合に見られたダイバージェンス型のモードは見られなかった．従って弦節比の大きな翼列の交互翼キャビテーションは安定である．

以上の検討から，以下のことが推察される．弦節比の大きな($C/h \geqq 1.5$)翼列では，等長キャビテーションが安定である$\sigma/2\alpha$の大きな領域から$\sigma/2\alpha$が低下し，$l_s/h = (l_s/h)_{cr} \fallingdotseq 0.65$となる$(\sigma/2\alpha)_{cr}$に達すると交互翼キャビテーションの定常解があらわれる．$(\sigma/2\alpha)_{cr}$以下では等長キャビテーションは不安定，交互翼キャビテーションは安定であるので交互翼キャビテーションが発達する．交互翼キャビテーションは短い方のキャビティが0付近に達するまで発達する．それ以下の$\sigma/2\alpha$では安定な定常解はなくなる．このような過程は黄らの実験結果[1]と一致し，実験では安定な定常解が存在しない領域において，交互翼キャビテーションのキャビティが羽根車回転周波数の0.025～0.15倍の周波数で翼弦方向に大きく伸縮する現象が観察された．



(a) Strouhal number for equal length cavitation

(b) Strouhal number for alternate blade cavitation

(c) Phase angle for alternate blade cavitation

Fig.3.4 Destabilizing roots for the cascade with C/h=1.0 and β=80°

以上の安定解析により得られたダイバージェンス型のモードIに基く安定性をFig.3.2(a)中に記してある．

3.7.2 弦節比の小さい翼列(C/h=1.0,β=80°)に生じるキャビテーションの安定性

Fig.3.2(b)にC/h=1.0,β=80°の翼列に発生するキャビテーションの，キャビテーション係数に対する定常キャビティの長さを示す．キャビテーション係数の減少に伴い等長キャビテーション(Fig.3.2(b)中，白丸○および黒丸●)のキャビティ長が長くなり，$l_s/C=(l_s/C)_{cr}$≒0.65に近づくと突然l_s/C≒0.0とl_s/C≒1.0の交互翼キャビテーション解(Fig.3.2(b)中，白三角△)が現れる．そして$(\sigma/2\alpha)_{cr}$=2.63≦$\sigma/2\alpha$≦2.90の範囲に存在する交互翼キャビテーションは，徐々に等長キャビテーションに近付く．

Fig.3.2(b)に示される等長キャビテーションに対して行った安定解析により得られた不安定モードのストローハル数をFig.3.4(a)に示す．翼間位相差$\theta_{0,1}$はモードI，III，Vの場合180(°)(一方の翼群のキャビティが短くなると他方の翼群のキャビティが長くなるモード)，モードII，IVの場合0(キャビテーションサージのモード)である．モードIに相当するダイバージェンス型の不安定根は$\sigma/2\alpha$≦$(\sigma/2\alpha)_{cr}$において存在する．したがって，弦節比が大きい場合と同様に弦節比が小さい場合においても，$\sigma/2\alpha$≦$(\sigma/2\alpha)_{cr}$，l_s/C≧$(l_s/C)_{cr}$≒0.65のキャビティの長さが長い等長キャビテーションは不安定，$\sigma/2\alpha$>$(\sigma/2\alpha)_{cr}$，l_s/C<$(l_s/C)_{cr}$≒0.65に存在するキャビティの長さが短い等長キャビテーションは安定となる．キャビティの長さが長いキャビテーションの不安

定は単独翼で知られている$l_s/C>0.75$の不安定につながるものと考えられる．

モードIII，IV，Vのストローハル数は，$\sigma/2\alpha$の変化に対して一定となり，その値もFig.3.3(a)に示すC/h=2.0の翼列に対するものと等しい．また，入口管長Lを変化させてもストローハル数は変化しない．モードIVはかなり小さなl_s/Cから現れ始め，単独翼で見られるもの[5]ともストローハル数が一致する．このことから，これらは単独翼でも観察されている短いキャビテーションのキャビテーション振動[6]と関係しているものと思われる．

入口管長Lを変化させた場合にはモードIIの角周波数のみが$1/\sqrt{L}$に比例して変化した．そこでモードIIはキャビテーションサージを表すものと考えられる．

モードII，III，Vなどは，キャビティの長さが長いキャビテーションが現れる範囲$l_s/h>(l_s/h)_{cr}$，$l_s/C>(l_s/C)_{cr}$において生じる．また，本章で用いた解析方法により，旋回キャビテーションも解析できる．そこで旋回キャビテーションの解析を行った結果，旋回キャビテーションもほぼこの様な領域のキャビティの長さが長いキャビテーションに対して生じることがわかった．これは，交互翼キャビテーションが発生し始めるようなキャビティの長さが長いキャビテーションは動的にも不安定であり，種々の振動キャビテーションが発生し得ることを表している．

Figure3.2(b)に示される交互翼キャビテーションに対して行った安定解析のストローハル数および翼間位相差をそれぞれFig.3.4(b),(c)に示す．Figures3.4(b),(c)からダイバージェンス型のモードIに相当する根は交互翼キャビテーションの存在する全領域$(\sigma/2\alpha)_{cr}$=2.63≦$\sigma/2\alpha$≦2.90において存在し，弦節比の小さな翼列では交互翼キャビテーションはすべての範囲で不安定となる．

以上のことから，2.63＜$\sigma/2\alpha$≦2.90では，モードIに相当する不安定根を持たない等長キャビテーションは安定であり，モードIに相当する不安定根を持つ交互翼キャビテーションは不安定であることがわかる．このことから，弦節比の小さな翼列では，キャビテーション係数を減少させても交互翼キャビテーションは発生せず，等長キャビテーションのままキャビティが成長すると推察される．青木らの実験[7](未発表)によると，弦節比の小さなインデューサ(C/h=0.5,1.0)では交互翼キャビテー

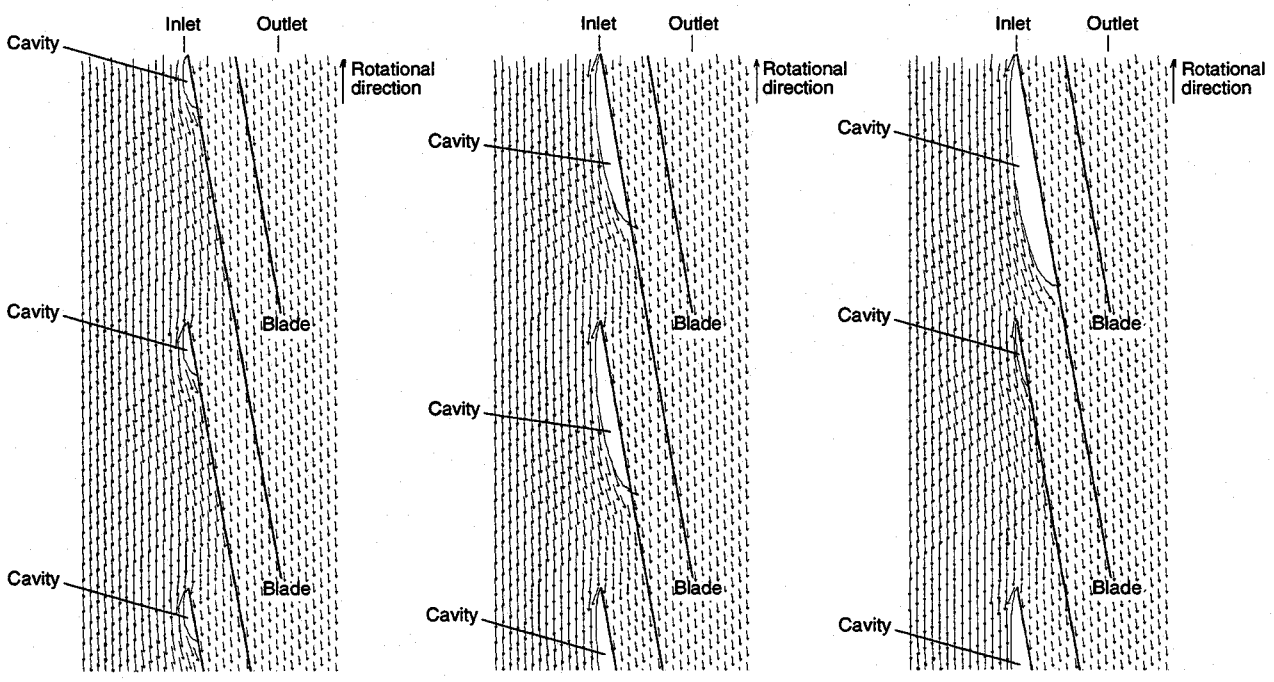


Fig.3.5 Steady cavity shapes and velocity in the cascade with C/h=2.0 and β=80.0° in the case with α=4.0°

ションは観察されなかった．

以上の安定解析により得られたダイバージェンス型のモードIに基く安定性をFig.3.2(b)中に記してある．

3.7.3 交互翼キャビテーションの発生機構

Figure3.2(a)に示すように等長キャビテーションのキャビティ長がピッチhの約65%に近付くと静的に安定な交互翼キャビテーション解が現れる．また前述したようにHuang et al.[1](1998)の実験においても交互翼キャビテーションが観察され，等長キャビテーションのキャビティ長がピッチhのおよそ65%に近付くと交互翼キャビテーションが現れることが判明している．交互翼キャビテーションが発生する原因を調べるためにFig.3.5にキャビティ付近の定常速度場を示す．Figure3.5(a)に示される短いキャビティ(l_s/h=0.202)が存在する場合においてキャビティ後端の下流で隣接翼に対する迎え角が小さくなる領域がみられる．この領域はl_s/h=0.65付近(Fig.3.5(b), l_s/h=0.640)で隣接翼の前縁と干渉し始める．このとき何らかの原因で一方のキャビティが長くなると，隣接翼に対する迎え角は減少し，Fig.3.5(c)に示すように交互翼

キャビテーションが発達する．以上の様に考えると交互翼キャビテーションはキャビティ後端下流の迎え角の小さい流れの領域が隣接翼の前縁と干渉することにより発生すると考えられる．

3.8 結言

(1) 等長キャビテーション，交互翼キャビテーションに対して安定解析を行った結果，多数の不安定モードが存在した．その最低次のモードであるモードIは，ストローハル数0で翼間位相差$\theta_{0,1}=180^\circ$ のダイバージェンス型のモードである．このモードの有無により定常キャビテーションの静的な安定性を検討した．

(2) 弦節比の大きな翼列($C/h\gtrsim1.5$)では，等長キャビテーションが安定である$\sigma/2\alpha$の大きな領域から$\sigma/2\alpha$が低下し，$l_s/h=(l_s/h)_{cr}\fallingdotseq0.65$となる$(\sigma/2\alpha)_{cr}$に達すると交互翼キャビテーションの定常解があらわれ始める．$(\sigma/2\alpha)_{cr}$以下では等長キャビテーションは不安定，交互翼キャビテーションは安定であるので交互翼キャビテーションが発達する．その後，交互翼キャビテーションは短い方のキャビティの長さが0付近に達するまで成長する．それ以下の$\sigma/2\alpha$では安定な定常解はなくなる．このような過程は黄らの実験結果[1]と一致し，実験では安定な定常解が存在しない領域において振動キャビテーションが観察された．

(3) 弦節比の小さな翼列($C/h\lesssim1.5$)では，等長キャビテーションが安定である$\sigma/2\alpha$の大きな領域から$\sigma/2\alpha$が低下し，$l_s/h=(l_s/h)_{cr}\fallingdotseq0.65$となる$(\sigma/2\alpha)_{cr}$に近づくと突然キャビティ長が大きく異なる交互翼キャビテーション解があらわれる．しかし，交互翼キャビテーション解はすべて不安定であり，これらがあらわれる領域では等長キャビテーション解が安定であるので，実際には交互翼キャビテーションは生じない．$(\sigma/2\alpha)_{cr}$に近付くと(不安定な)交互翼キャビテーション解のキャビティ長が等長キャビティのものに近付き，$(\sigma/2\alpha)_{cr}$で一致する．これと同時に等長キャビテーションも不安定となり，$\sigma/2\alpha\leqq(\sigma/2\alpha)_{cr}$では安定な定常解は無くなる．すなわち，弦節比の小さな翼列では交互翼キャビテーションは発生しない．これは青木らの観察結果[7]と一致する．

(4) モードI以外に大きなストローハル数を持つ多数の不安定モードが見られた．これらはかなりキャビティの長さが短い等長キャビテーションから存在し，弦節比に

依らず同一のストローハル数を持ち，$\sigma/2\alpha$の変化に対し一定値をとる．また，これらは部分キャビテーション振動として知られる現象と対応するものと考えられる．

(5) $l_s/h>(l_s/h)_{cr}$あるいは$l_s/C>(l_s/C)_{cr}$となると旋回キャビテーションを含む多くの高周波数のモードが不安定となり，これらの領域のキャビティの長さが長い等長キャビテーションは動的にも不安定であることを示している．

(6) 弦節比が比較的大きい翼列(C/h=2.0)では理論および実験の双方において等長キャビテーションのキャビティの長さがピッチのおよそ65%に近付くと交互翼キャビテーションが発生する．その理由はキャビティ後端の下流で隣接翼に対して迎え角が小さい領域が存在し，その領域が隣接翼の前縁と干渉するためであると考えられる．

参考文献

[1] Huang, J., D., Aoki, M. and Zhang, J. T., 1998, "Alternate Blade Cavitation on Inducer," *JSME International Journal*, Series B, Vol.41, No.1, pp.1-6.

[2] 渡邉，佐藤，辻本，上條，1998，"特異点法を用いた旋回キャビテーションの線形解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻622号，pp.1675-1682.

[3] Geurst, J. A., 1959, "Linearized Theory for Partially Cavitated Hydrofoils", *International Shipbuilding Progress*, Vol. 6, No. 60, pp. 369-384.

[4] Wade, R. B., 1967, "Linearlized Theory of a Partially Cavitating Cascade of Flat Plate Hydrofoils," *Applied Scientific Research*, Vol. 17, pp.169-188.

[5] Watanabe, S., Tsujimoto, Y., Franc, J. P. And Michel, J. M., 1998, "Linear Analyses of Cavitation Instabilities," *Proceedings of the 3rd International Symposium on Cavitation*, Vol.1, pp.347-352.

[6] Le, Q., Franc, J., P. and Michel, J., M., 1993, "Partial Cavities: Global Behavior and Mean Pressure Distribution," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.115, pp.243-248.

[7] 黄，青木，張，1993，"吸込性能予測のための基礎実験（ヘリカルインデューサの場合）"，荏原総合研究所研究報告書，ETR93-22，pp.1-52.

第4章　不等翼弦長インデューサに生じるキャビテーションの理論解析（翼の不等化の影響）

4.1　本章の目的

4枚翼インデューサで吸込圧力を低下させるとまず交互翼キャビテーションが生じその後に旋回キャビテーション，固着キャビテーションが生じた後にブレークダウン(揚程の急低下)[1]が生じる．一方，3枚翼インデューサでは交互翼キャビテーションが生じないのでより高い吸込圧力で旋回キャビテーション[2],[3]が生じると考えられている．以上の背景がARIANE-5で4枚翼インデューサが採用された1つの理由となっている．

本研究の着眼点は軸振動防止の観点から4枚翼のインデューサの翼を不等にすることにより積極的に交互翼キャビテーションを発生させ旋回キャビテーションの発生域を縮小しようという点にある．そこで本章においてその試みを理論解析により行う．ここでは翼1枚おきに翼前縁を切除し，翼前縁位置を変えることにより不等性を与えた場合を検討する．

本章では第2章，第3章の特異点法を用いた翼面部分キャビテーションの理論解析モデル[4],[5]を翼弦長が翼1枚毎に交互に異なることを許すように拡張する．この解析モデルにより不等翼弦長翼列に生じるキャビテーションの定常解析および安定解析を行い，定常キャビテーションとその安定性について論じる．また，等翼弦長翼列に生じるキャビテーションとの比較から翼の不等化による旋回キャビテーションの抑制効果について述べる．

4.2 基礎式

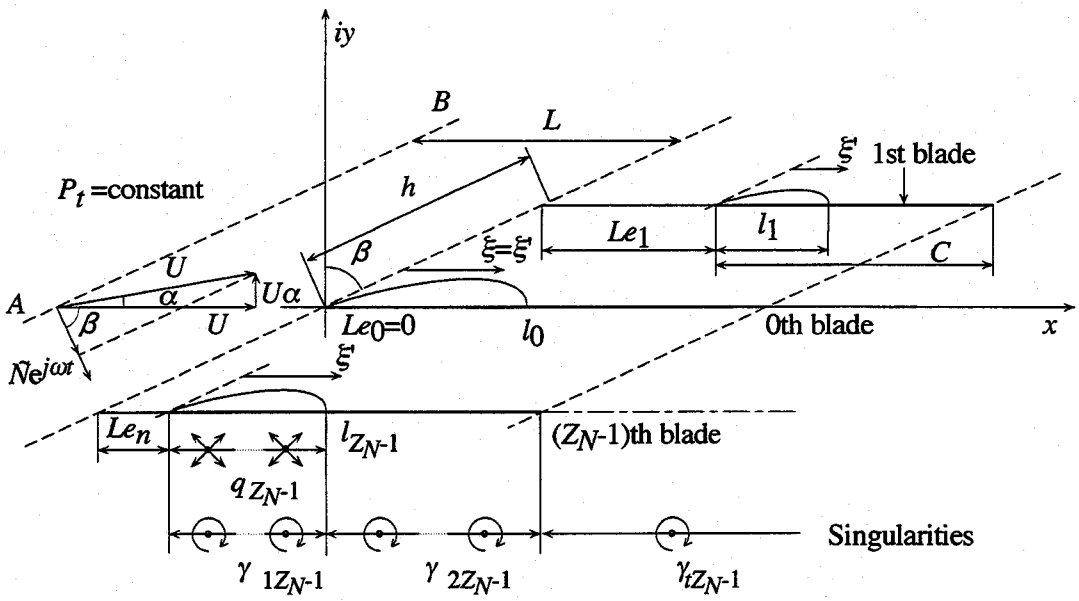


Fig.4.1 Model for present analysis

Figure4.1に示すように，上流で平均流速U，迎え角αを持つ流れが，翼弦長C_n，ピッチh，食違い角βの平板翼列に流入する場合を考える．第3章の解析モデルと異なる点は，翼弦長C_nが各翼で異なる点である．本章の解析では翼弦長が翼1枚毎に交互に異なるように設定する．それ以外は第3章と基本的に同じである．

第3章と同様に流れ場を，(i)一様流と(ii)キャビティを表す吹き出しq_n，(iii)翼を表す渦γ_{1n}, γ_{2n}および(iv)自由渦γ_{tn}による流れの重ね合わせで表現する．流れの変動が十分小さいと仮定し，すべての特異点は翼面上および翼延長線上に分布するものとする．このとき，複素速度ポテンシャル$W(z, t)$は，次式で表される．

$$W(z,\ t)=Ue^{-i\alpha}z+\tilde{N}e^{j\omega t}e^{i\beta}z-Az+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\Big[\int_{Le_n}^{l_n+Le_n}q_n(\xi)F_n(z,\ \xi)d\xi$$
$$+i\int_{Le_n}^{l_n+Le_n}\gamma_{1n}(\xi)F_n(z,\ \xi)d\xi$$
$$+i\int_{l_n+Le_n}^{C_n+Le_n}\gamma_{2n}(\xi)F_n(z,\ \xi)d\xi \tag{4.1}$$
$$+\int_{C_n+Le_n}^{\infty}\gamma_{tn}(\xi)F_n(z,\ \xi)d\xi\Big]$$

$$F_n(z,\ \xi)=\log[\sin\{\frac{\pi}{Z_N h}(z-\xi)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}-\frac{n}{Z_N}\pi\}] \tag{4.2}$$

ここでAは上流の条件から求まる未知定数である．積分範囲を明確にするために翼前縁を原点とする座標系$\xi'=\xi+Le_n$を導入する．また，式(4.1)の積分の積分区間はキャビティ長l_nの時間的変化に応じて変化する．そこで積分区間が時間に依存しないよう座標系s_1, s_2を次のように定義する．

$$\xi'=l_n s_1 \qquad (0<\xi'<l_n,\ \ 0<s_1<1,\ n=0,1,\cdot\cdot\cdot Z_N\text{-}1)$$
$$\xi'=(C_n\text{-}l_n)s_2+(2l_n\text{-}C_n) \qquad (l_n<\xi'<C_n,\ 1<s_2<2,\ n=0,1,\cdot\cdot\cdot Z_N\text{-}1) \tag{4.3}$$

すべての特異点の強さを座標系s_1, s_2において定義する．以上の変換により複素速度ポテンシャル$W(z,t)$は以下のように表現できる．

$$W(z,\ t)=Ue^{-i\alpha}z+\tilde{N}e^{j\omega t}e^{i\beta}z-Az$$
$$+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\Big[\int_0^1 q_n(s_1)F_n(z,\ l_n s_1)l_n ds_1$$
$$+i\int_0^1\gamma_{1n}(s_1)F_n(z,\ l_n s_1)l_n ds_1 \tag{4.4}$$
$$+i\int_1^2\gamma_{2n}(s_2)F_n\{z,\ (C_n-l_n)s_2+(2l_n-C_n)\}(C_n-l_n)ds_2$$
$$+\int_{C_n}^{\infty}\gamma_{tn}(\xi')F_n(z,\ \xi')d\xi'\Big]$$

$$F_n(z,\ \xi')=\log[\sin\{\frac{\pi}{Z_N h}(z-\xi'-Le_n)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}-\frac{n}{Z_N}\pi\}] \tag{4.5}$$

流れ場の速度$w(z, t)=u-iv$は複素速度ポテンシャル$W(z, t)$をzで偏微分することにより次のように表される．

$$
\begin{aligned}
w(z, t)=u-iv=\frac{\partial W}{\partial z}=U\mathrm{e}^{-i\alpha}+\tilde{N}\mathrm{e}^{j\omega t}\mathrm{e}^{i\beta}-A \\
+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[\int_0^1 q_n(s_1)f_n(z, l_n s_1)l_n ds_1 \\
+i\int_0^1 \gamma_{1n}(s_1)f_n(z, l_n s_1)l_n ds_1 \\
+i\int_1^2 \gamma_{2n}(s_2)f_n\{z, (C_n-l_n)s_2+(2l_n-C_n)\}(C_n-l_n)ds_2 \\
+\int_{C_n}^{\infty}\gamma_{tn}(\xi')f_n(z, \xi')d\xi']
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

$$
f_n(z, \xi')=\frac{\partial F_n}{\partial z}=\frac{\pi}{Z_N h}\mathrm{e}^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}\cot\{\frac{\pi}{Z_N h}(z-\xi'-Le_n)\mathrm{e}^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}-\frac{n}{Z_N}\pi\}
\tag{4.7}
$$

ここで$z_{AB}=A'\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)}-L$ (A'：定数)で

$$
w(z_{AB}, t)=U\mathrm{e}^{-i\alpha}+\tilde{N}\mathrm{e}^{j\omega t}\mathrm{e}^{i\beta}
\tag{4.8}
$$

を満たさなければならない．このとき定数Aは次のように求まる．

$$
\begin{aligned}
A=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[\int_0^1 q_n(s_1)f_n(z_{AB}, l_n s_1)l_n ds_1 \\
+i\int_0^1 \gamma_{1n}(s_1)f_n(z_{AB}, l_n s_1)l_n ds_1 \\
+i\int_1^2 \gamma_{2n}(s_2)f_n\{z_{AB}, (C_n-l_n)s_2+(2l_n-C_n)\}(C_n-l_n)ds_2 \\
+\int_{C_n}^{\infty}\gamma_{tn}(\xi')f_n(z_{AB}, \xi')d\xi']
\end{aligned}
\tag{4.9}
$$

本研究では，ダクト長Lが翼弦長C_nに対して十分長いものと仮定している．そこで第2章，第3章と同様に

$$
z_{AB}=a\mathrm{e}^{i(\pi-\beta)}+b\mathrm{e}^{i(\pi/2-\beta)}
\tag{4.10}
$$

を式(4.7)に代入し$a\to\infty$とすることにより$f_n(z,\xi')$の無限上流における極限値を求め

る．このとき$f_n(z,\xi')$は次の値に漸近する．

$$\lim_{a\to\infty}\{f_n(ae^{i(\pi-\beta)}+be^{i(\pi/2-\beta)},\ t)\}=-\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta} \tag{4.11}$$

したがって未知定数Aは

$$\begin{aligned}A=-\frac{1}{2\pi}\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[\int_0^1 q_n(s_1)l_n ds_1+i\int_0^1\gamma_{1n}(s_1)l_n ds_1\\ +i\int_1^2\gamma_{2n}(s_2)(C_n-l_n)ds_2+\int_{C_n}^{\infty}\gamma_{tn}(\xi')d\xi']\end{aligned} \tag{4.12}$$

以上より，複素速度$w(z,t)$を次のように表すことができる．

$$\begin{aligned}w(z,\ t)&=Ue^{-i\alpha}+\tilde{N}e^{j\omega t}e^{i\beta}\\ &+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[\int_0^1 q_n(s_1)\{f_n(z,\ l_n s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_n ds_1\\ &+i\int_0^1\gamma_{1n}(s_1)\{f_n(z,\ l_n s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_n ds_1\\ &+i\int_1^2\gamma_{2n}(s_2)\{f_n\{z,\ (C_n-l_n)s_2+(2l_n-C_n)\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}(C_n-l_n)ds_2\\ &+\int_{C_n}^{\infty}\gamma_{tn}(\xi')\{f_n(z,\ \xi)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}d\xi']\end{aligned} \tag{4.13}$$

ここで第3章と同様に特異点の強さとキャビティ長を以下のように定常成分と非定常成分に分離して表す．

$$\begin{aligned}&q_n(s_1)=q_{sn}(s_1)+\tilde{q}_n(s_1)e^{j\omega t}\\ &\gamma_{1n}(s_1)=\gamma_{1sn}(s_1)+\tilde{\gamma}_{1n}(s_1)e^{j\omega t}\\ &\gamma_{2n}(s_2)=\gamma_{2sn}(s_2)+\tilde{\gamma}_{2n}(s_2)e^{j\omega t}\\ &\gamma_{tn}(\xi')=\tilde{\gamma}_{tn}(\xi')e^{j\omega t}\\ &l_n=l_{sn}+\tilde{l}_n e^{j\omega t}\quad(n=0,1,\cdots,Z_N-1)\end{aligned} \tag{4.14}$$

各成分のオーダは第3章と全く同じであり，1≫定常成分(εのオーダ)≫非定常成分(δのオーダ)と仮定する．ただし，キャビティ長に関しては定常成分が1のオーダ，非定常

成分がεのオーダと仮定する．

これらを式(4.13)に代入し，以上の仮定に基き線形化を行うと，速度は一様流$Ue^{-i\alpha}$と一様流からの偏差成分(u_s, v_s)および非定常成分$(\tilde{u}, \tilde{v})$に分離して以下のような形で表現することができる．

$$
\begin{aligned}
u &= U + u_s + \tilde{u}e^{j\omega t} \\
v &= U\alpha + v_s + \tilde{v}e^{j\omega t}
\end{aligned}
\tag{4.15}
$$

$|u_s|, |v_s|$および$|\tilde{u}|, |\tilde{v}|$は上述の仮定によりεのオーダおよびδのオーダである．αおよびUのオーダはそれぞれεおよび1と仮定している．本章における線形化は以上の仮定に基いて行われる．

4.3 線形化

キャビティ厚みが十分薄いものと仮定し，境界条件をキャビティが存在する翼面上とキャビティの存在しない翼面上で適用する．

静止系でのキャビティ後縁近傍の点では，キャビティ長の伸縮によりキャビティの有無が時間的に変化する．このため静止系に固定した点で境界条件を適用するのは困難である．そこで境界条件を適用する点$z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m$の位置$\xi'$に関して次の変数変換を行う．

・$0<\xi'<l_m$で

$$\xi' = \xi_0'(1+\frac{l_m e^{j\omega t}}{l_{sm}}) \qquad (0<\xi_0'<l_{sm}) \tag{4.16}$$

・$l_m<\xi'<C_m$で

$$\xi' = \xi_0' + \frac{C_m-\xi_0'}{C_m-l_{sm}} l_m e^{j\omega t} \qquad (l_{sm}<\xi_0'<C_m) \tag{4.17}$$

以上の変換により，$0<\xi_0'<l_{sm}$はキャビティが常に存在する領域となり，$l_{sm}<\xi_0'<C_m$はキャビティが常に存在しない領域となる．

境界条件を適用する点z_mが$\{mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m \pm 0i, 0<\xi'<l_m\}$のとき，式(4.16)を考慮し各変数のオーダに基いて式(4.13)に示す複素速度を線形化すると，複素速度の定常成分および非定常成分はそれぞれ以下のように表される．

・定常成分

$$
\begin{aligned}
w(z_m)=Ue^{-i\alpha}+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[\int_0^1 q_{sn}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1 \\
+i\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1 \\
+i\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)[f_n\{\xi_0',\, (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}](C_n-l_{sn})ds_2] \\
\begin{cases}
\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m+0i, 0<\xi'<l_m\} \\
+\gamma_{1sm}(\xi_0'/l_{sm})/2-iq_{sm}(\xi_0'/l_{sm})/2 \\
\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m-0i, 0<\xi'<l_m\} \\
-\gamma_{1sm}(\xi_0'/l_{sm})/2+iq_{sm}(\xi_0'/l_{sm})/2
\end{cases}
\end{aligned}
$$

・・・ (4.18)

・非定常成分

$$
\begin{aligned}
w(z_m)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[\int_0^1 \tilde{q}_n(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1 \\
+i\int_0^1 \tilde{\gamma}_{1n}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1 \\
+i\int_1^2 \tilde{\gamma}_{2n}(s_2)[f_n\{\xi_0',\, (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}](C_n-l_{sn})ds_2 \\
+i\int_{C_n}^{\infty} \tilde{\gamma}_{tn}(\xi')\{f_n(\xi_0',\, \xi')+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}d\xi' \\
+\tilde{l}_n\int_0^1 q_{sn}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}+g_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)s_1\}ds_1 \\
+i\tilde{l}_n\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}+g_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)s_1\}ds_1 \\
-i\tilde{l}_n\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)[f_n\{\xi_0',\, (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta} \\
+g_n\{\xi_0',\, (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n\}(2-s_2)(C_n-l_{sn})]ds_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{l_m}{l_{sm}}\xi_0'\int_0^1 q_{sn}(s_1)g_n(\xi_0',\ l_{sn}s_1)l_{sn}ds_1 \\
&-i\frac{l_m}{l_{sm}}\xi_0'\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)g_n(\xi_0',\ l_{sn}s_1)l_{sn}ds_1 \\
&-i\frac{l_m}{l_{sm}}\xi_0'\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)g_n(\xi_0',\ (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n)(C_n-l_{sn})ds_2]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m+0i, 0<\xi'<l_m\} \\
+\tilde{\gamma}_{1m}(\xi_0'/l_{sm})/2-i\tilde{q}_m(\xi_0'/l_{sm})/2 \\
\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m-0i, 0<\xi'<l_m\} \\
-\tilde{\gamma}_{1m}(\xi_0'/l_{sm})/2+i\tilde{q}_m(\xi_0'/l_{sm})/2
\end{cases}
\qquad \cdots \quad (4.19)
$$

$$
f_n(\xi_0',\ \xi')=\frac{\pi}{Z_N h}e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}\cot\{\frac{\pi}{Z_N h}(\xi_0'+Le_m-\xi'-Le_n)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}+(\frac{m}{Z_N}-\frac{n}{Z_N})\pi\} \qquad (4.20)
$$

$$
g_n(\xi_0',\ \xi')=\left(\frac{\pi}{Z_N h}\right)^2 e^{-i(\pi-2\beta)}\mathrm{cosec}^2\{\frac{\pi}{Z_N h}(\xi_0'+Le_m-\xi'-Le_n)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}+(\frac{m}{Z_N}-\frac{n}{Z_N})\pi\} \qquad \cdots \quad (4.21)
$$

ただし非定常成分はすべて$e^{j\omega t}$の積となっているため，$e^{j\omega t}$の記述は省略している．

また,境界条件を適用する点z_mが$\{mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m\pm 0i,\ l_m<\xi'<C_m\}$の場合には，式(4.16)を考慮して線形化を行った複素速度の定常成分および非定常成分は以下のように表せる．

・定常成分

$$
\begin{aligned}
w(z_m)=Ue^{-i\alpha}+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[&\int_0^1 q_{sn}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1\\
&+i\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1\\
&+i\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)[f_n\{\xi_0',\, (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}](C_n-l_{sn})ds_2]\\
&\begin{cases}\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m+0i,\ l_m<\xi'<C_m\}\\ +\gamma_{2sm}(\xi_0'/l_{sm})/2\\ \{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m-0i,\ l_m<\xi'<C_m\}\\ -\gamma_{2sm}(\xi_0'/l_{sm})/2\end{cases}
\end{aligned}
$$

・・・ (4.22)

・非定常成分

$$
\begin{aligned}
w(z_m)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{Z_N-1}[&\int_0^1 \tilde{q}_n(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1\\
&+i\int_0^1 \tilde{\gamma}_{1n}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}l_{sn}ds_1\\
&+i\int_1^2 \tilde{\gamma}_{2n}(s_2)[f_n\{\xi_0',\, (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}](C_n-l_{sn})ds_2\\
&+i\int_{C_n}^{\infty} \tilde{\gamma}_{tn}(\xi')\{f_n(\xi_0',\, \xi')+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\}d\xi'\\
&+\bar{l}_n\int_0^1 q_{sn}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}+g_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)s_1\}ds_1\\
&+i\bar{l}_n\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)\{f_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}+g_n(\xi_0',\, l_{sn}s_1)s_1\}ds_1\\
&-i\bar{l}_n\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)[f_n\{\xi_0',\, (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n\}+\frac{\pi}{Z_N h}e^{i\beta}\\
&\quad+g_n\{\xi_0',\, (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n\}(2-s_2)(C_n-l_{sn})]ds_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{C_n-\xi_0'}{C_n-l_{sm}}\bar{l}_m\int_0^1 q_{sn}(s_1)g_n(\xi_0',\ l_{sn}s_1)l_{sn}ds_1 \\
&-i\frac{C_n-\xi_0'}{C_n-l_{sm}}\bar{l}_m\int_0^1 \gamma_{1sn}(s_1)g_n(\xi_0',\ l_{sn}s_1)l_{sn}ds_1 \\
&-i\frac{C_n-\xi_0'}{C_n-l_{sm}}\bar{l}_m\int_1^2 \gamma_{2sn}(s_2)g_n(\xi_0',\ (C_n-l_{sn})s_2+2l_{sn}-C_n)(C_n-l_{sn})ds_2] \\
&\begin{cases}\{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m+0i,\ l_m<\xi'<C_m\} \\ +\tilde{\gamma}_{2m}(\xi_0'/l_{sm})/2 \\ \{\text{In the case with } z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+\xi'+Le_m-0i,\ l_m<\xi'<C_m\} \\ -\tilde{\gamma}_{2m}(\xi_0'/l_{sm})/2\end{cases}
\end{aligned}
\qquad \cdots \quad (4.23)
$$

$$
f_n(\xi_0',\ \xi')=\frac{\pi}{Z_N h}e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}\cot\{\frac{\pi}{Z_N h}(\xi_0'+Le_m-\xi'-Le_n)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}+(\frac{m}{Z_N}-\frac{n}{Z_N})\pi\}
$$

=(式(4.20))

$$
g_n(\xi_0',\ \xi')=\left(\frac{\pi}{Z_N h}\right)^2 e^{-i(\pi-2\beta)}\mathrm{cosec}^2\{\frac{\pi}{Z_N h}(\xi_0'+Le_m-\xi'-Le_n)e^{-i(\frac{\pi}{2}-\beta)}+(\frac{m}{Z_N}-\frac{n}{Z_N})\pi\}
$$

=(式(4.21))

4.4 境界条件と付帯条件

境界条件はキャビティ長の変化に伴い伸縮する座標系s_1,s_2で適用する．

4.4.1 キャビティ表面上で圧力一定

キャビティ表面上での圧力は一定でかつ飽和蒸気圧p_vに等しいと仮定する．キャビティの厚みが十分薄いという仮定に基づき線形化したキャビティ表面上[$z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+Le_m+0i$, $0<s_1<1$]の運動方程式は次式で表される．

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{U}{l_{sm}}\frac{\partial u}{\partial s_1}=-\frac{1}{\rho}\frac{1}{l_{sm}}\frac{\partial p}{\partial s_1}=0 \tag{4.24}$$

キャビティ表面上の速度を$U+u_{cm}$と仮定し，式(4.24)を解くとu_{cm}は以下のように求められる．

$$u_{cm}(s_1,t)=u_{cs}+\tilde{u}_{cm}^{-j\frac{\omega l_{sm}}{U}s_1}e^{j\omega t} \quad ,u_{cs}=(一定) \tag{4.25}$$

式(4.19)から得られる速度$u=\mathrm{Real}\{w[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+Le_m+0i]\}$と式(4.25)を連立させることにより，以下のキャビティ表面上の境界条件が得られる．

$$\mathrm{Real}\left\{w\left[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+Le_m+0i\right]\right\}=\mathrm{U}+u_{cs}+\tilde{u}_{cm}^{-j\frac{\omega l_{sm}}{U}s_1}e^{j\omega t} \qquad (0<s_1<1) \tag{4.26}$$

$\xi'=-L-Le_m$上の直線ABと翼前縁$\xi'=0$の間で非定常のBernoulliの式を適用することにより，キャビティ表面上の速度と$\xi=-L$での圧力p_{-L}の関係が次のように導かれる．

$$u_{cs}=\frac{p_{-Ls}-p_v}{\rho U}=\frac{\sigma U}{2} \tag{4.27}$$

$$\frac{\partial\left[\mathrm{Real}\{W(mhe^{i(\pi/2-\beta)}-L)-W(mhe^{i(\pi/2-\beta)}+Le_m)\}\right]}{\partial t}+U\tilde{u}_{cm}-U\tilde{N}\cos\beta=\frac{\tilde{p}_{-L}}{\rho} \tag{4.28}$$

ここで，p_{-Ls}，$\tilde{p}_{-L}$はそれぞれ$\xi=-L$での静圧の定常および非定常成分，p_vは飽和蒸気圧である．$\sigma=2(p_{-Ls}-p_v)/\rho U^2$はキャビテーション係数である．翼前縁から距離$L$だけ離れた位置にある直線$AB$で，全圧$p_t$が一定(静圧も一定)の空間につながるものと仮定する．この空間とダクト入口AB間でBernoulliの式を適用すると以下の式が得られる．

$$p_{-Ls}=p_t-\frac{\rho}{2}U^2 \tag{4.29}$$

$$\tilde{p}_{-L}=-\rho U\tilde{N}\cos\theta \tag{4.30}$$

以上の式(4.27)，(4.28)および(4.30)から，式(4.26)中のキャビティ表面上の接線方向速度が決定される．

4.4.2 キャビティの存在しない翼面上でv=0

キャビティの存在しない翼面上[$z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+Le_m-0i, 0<s_1<1$]および[$z_m=mhe^{i(\pi/2-\beta)}+(C_m-l_m)s_2+(2l_m-C_m)+Le_m\pm 0i,\ 1<s_2<2$]では，翼に垂直な速度成分が0であることから次式が成立する．

$$\mathrm{Imag}\left\{w\left[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+Le_m-0i\right]\right\}=0 \qquad (0<s_1<1) \tag{4.31}$$

$$\mathrm{Imag}\left\{w\left[mhe^{i(\pi/2-\beta)}+(C_m-l_m)s_2+(2l_m-C_m)+Le_m\pm 0i\right]\right\}=0 \qquad (1<s_2<2) \tag{4.32}$$

4.4.3 キャビティの閉鎖条件

キャビティの厚み$\eta_n(s_1)$は次の運動学的境界条件を満足する．

$$\frac{\partial\eta_m}{\partial t}+\frac{1}{l_m}\left(U-s_1\frac{dl_m}{dt}\right)\frac{\partial\eta_m}{\partial s_1}=v(mhe^{i(\pi/2-\beta)}+l_m s_1+Le_m+0i)=q_m(s_1) \qquad (0<s_1<1) \tag{4.33}$$

ここで，キャビティ厚みを次のように定常成分と非定常成分に分離する．

$$\eta_m(s_1)=\eta_{sm}(s_1)+\tilde{\eta}_m(s_1)e^{j\omega t} \tag{4.34}$$

式(4.33)を線形化した後，定常成分と非定常成分に分離し，それらの方程式を積分することにより次式が得られる．

$$\eta_m(s_1)=\frac{l_{sm}}{U}\int_0^{s_1}q_m(s_1')ds_1' \tag{4.35}$$

$$\tilde{\eta}_m(s_1)=\frac{l_{sm}}{U}\int_0^{s_1}\tilde{q}_m(s_1')\mathrm{e}^{-j\frac{\omega l_{sm}}{U}(s_1-s_1')}ds_1' + \frac{\tilde{l}_m}{U}\int_0^{s_1}(1+j\frac{\omega l_{sm}}{U}s_1')q_{sm}(s_1')\mathrm{e}^{-j\frac{\omega l_{sm}}{U}(s_1-s_1')}ds_1' \tag{4.36}$$

このとき，キャビティの閉鎖条件は次式で表される．

$$\eta_m(1)=0 \tag{4.37}$$

4.4.4 Kuttaの条件

翼列後縁の圧力面と負圧面間で圧力が連続であると仮定すると，運動方程式からKuttaの条件は以下のように表される．

$$\frac{d}{dt}\left[\int_0^1\gamma_{1m}(s_1)l_m ds_1+\int_1^2\gamma_{2m}(s_2)(C_m-l_m)ds_2\right]+U\gamma_{2m}(2)=0 \tag{4.38}$$

これはKelvinの循環定理と等価であり，翼の循環変化に対応して強さ$\gamma_{2n}(2)$の自由渦が放出されることを意味している．

自由渦が主流に沿って流れるとすると，自由渦分布は次のようになる．

$$\tilde{\gamma}_{tm}=\tilde{\gamma}_{2m}(2)\exp\left[-j\frac{\omega l_{sm}}{U}(\xi'-C_m)/l_{sm}\right] \tag{4.39}$$

4.4.5 下流の条件

翼列下流のダクトの長さが無限である場合を考える．この場合，下流の流量変動は無限大の慣性力の効果により抑制される．このとき連続の式から以下の関係式が導かれる．

$$\tilde{N}+\frac{1}{Z_N h}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\left[\int_0^1\tilde{q}_n(s_1)l_n ds_1\right]=0 \tag{4.40}$$

4.5 解析方法

流れ場の未知量は，各特異点の強さ$q_n(s_1)$，$\gamma_{1n}(s_1)$，$\gamma_{2n}(s_2)$の定常・非定常成分，キャビティ長l_n，キャビティ表面速度u_cおよび入口速度変動の大きさ$\tilde{N}$である．これらの未知量は，式(4.25)-(4.28),(4.30)-(4.32),(4.35)-(4.38),(4.40)を定常成分と非定常成分に分離して得られる式を解くことにより求まる．ここで，第3章と同様に各特異点の定常成分の強さに関して以下の量を定義する．

$$
\begin{aligned}
C_{qn}(s_1) &= q_{sn}(s_1)/U\alpha \\
C_{\gamma 1n}(s_1) &= \gamma_{1sn}(s_1)/U\alpha \\
C_{\gamma 2n}(s_2) &= \gamma_{2sn}(s_2)/U\alpha
\end{aligned}
\tag{4.41}
$$

次に特異点分布の離散化を行う（分割点S_{1k}，S_{2k}を第3章と同様に定義する．分割点の分布形態や分割点数およびキャビティ前・後縁の特異性も同様であるので第3章6節を参照されたい）．そして，分割点における特異点の強さを未知量として各境界条件および付帯条件を表現すると，境界条件および付帯条件は次のように表される．

・定常成分に関して

$$
\begin{bmatrix} & & \\ & A_s(l_{sn}) & \\ & & \end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} C_{qn}(S_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 1n}(S_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 2n}(S_{21}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \sigma/2\alpha \end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix} \\ B_s \\ \\ \end{Bmatrix}
\tag{4.42}
$$

$(n=0,1,\ldots,Z_N-1)$

・非定常成分に関して

$$
\begin{bmatrix} \\ \\ \\ A_u(l_{sn},\ \omega) \\ \\ \\ \end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} \tilde{q}_n(S_{11}) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{1n}(S_{11}) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{2n}(S_{21}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \tilde{u}_{cn} \\ \vdots \\ \alpha l_n \\ \vdots \\ \tilde{N} \end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix} \\ \\ \\ 0 \\ \\ \\ \end{Bmatrix}
\tag{4.43}
$$

$(n=0,1,\ldots,Z_N\text{-}1)$

ここで，$A_s(l_{sn})$，$A_u(l_{sn},\omega)$は係数行列，B_sは定数ベクトルである．

第3章と同様，定常流れ場は式(4.42)を解くことにより求まる．また，変動の角周波数ωは式(4.43)の行列式が0という条件から決定される．

本解析においてはZ_N=2とすることにより，4枚翼インデューサに相当する翼列に生じるキャビテーションの安定性をダイバージェンス型のモードに基いて調べる．これはZ_N=4とし，$\tilde{q}_2(s_1)=\tilde{q}_0(s_1)$，$\tilde{q}_3(s_1)=\tilde{q}_1(s_1)$などと位相を仮定して未知量の数を減少させた場合と全く等価である．このとき，奇数番，偶数番の翼からなる翼群でそれぞれ同相の変動を仮定した場合に相当する．ここでは変動の翼列軸方向の波長を$Z_N h$，Z_N=2として周波数ωを次のように無次元化した．

$$
k=k_R+jk_I=\frac{\dfrac{\omega}{2\pi}\cdot Z_N h}{U_T} \qquad (Z_N=2) \tag{4.44}
$$

また，旋回キャビテーションの解析の場合にはサージモードを除外するため上流での速度変動$\tilde{N}e^{j\omega t}e^{i\beta}$を0と仮定した．これはダクト長$L$が無限大であるとした場合と等価である．ここでは4枚翼の等翼弦長および不等翼弦長インデューサに生じるセル数1の旋回キャビテーションを考え，交互翼キャビテーションおよび1枚おきに前縁

を切除した翼列に生じるキャビテーションが興味の対象であるのでZ_N=4とし，$\tilde{q}_2(s_1)=-\tilde{q}_0(s_1)$，$\tilde{q}_3(s_1)=-\tilde{q}_1(s_1)$などと位相を仮定して，翼1枚おきに180°の位相差があると仮定して解析を行う．変動の波長$Z_N h$(Z_N=4)を用いて角周波数ωを

$$k=k_R+jk_I=\frac{\frac{\omega}{2\pi}\cdot Z_N h}{U_T} \qquad (Z_N=4) \tag{4.45}$$

と無次元化すると，k_Rは擾乱の周方向伝播速度の周速に対する比となる．不等翼弦長翼列の場合，奇数番と偶数番の翼群の間の変動の”位相差”は単純には定義できないが，ここでは伝播の様子を調べるために解析の結果として得られる偶数番の翼群に対する奇数番の翼群のキャビティ長の変動の位相$\theta_{0,1}(=\theta_{2,3})$を位相差として用いる．たとえば$k_R$が正(負)の場合，この位相差$\theta_{0,1}$が$0<\theta_{0,1}<\pi$であれば変動は回転と同(逆)方向に，$-\pi<\theta_{0,1}<0$であれば回転と逆(同)方向に伝わると考えて良いであろう．そこで

$$k_R^*=1+k_R \quad (0<\theta_{0,1}<\pi)$$

$$k_R^*=1-k_R \quad (-\pi<\theta_{0,1}<0) \tag{4.46}$$

とすればk_R^*は静止系から見た擾乱の伝播速度(周速方向正)と周速の比となる．

本論文中では，交互翼キャビテーションに対するモードの安定性に関する解析では式(4.44)，旋回キャビテーションの解析では式(4.45)，(4.46)で示される無次元周波数k_R，k_R^*を用いて結果を整理する．

4.6 解析結果と考察

4.6.1 定常キャビテーション

Figure.4.2にC/h=2.0,β=80°の等翼弦長翼列に生じる等長，交互翼キャビテーションのキャビティ長を実線と破線で，この翼列の前縁を交互に0.2hだけ切除した翼列の長い方の翼列に生じるキャビティの長さを○●で，短い方の翼に生じるキャビティの長さを△▲で示す．なお本章におけるすべての不等翼弦長翼列は翼前縁を交互に0.2hだけ切除したものである．等翼弦長翼列の交互翼キャビテーションの発生と対応して，不等翼弦長翼列の交互翼キャビテーションの長さは複雑に変化する．図中に前縁からのスロートまでの長さ$L0$，$L1$も示している．また，Fig.4.2中の(a)～(g)におけるキャビティ形状をFig.4.3(a)～(g)に示す．

まず，$\sigma/2\alpha$が大きいところから徐々に$\sigma/2\alpha$を低下させた場合を考える．$\sigma/2\alpha$が大きい場合には長い翼のキャビティの方が長い(Figs.4.2,4.3の(a),(b))．そして，$\sigma/2\alpha$の低下に伴い両方のキャビティが成長するが，短い翼のキャビティの長さが0.65$L1$に達するとこれが急激に伸び始め，一方長い方のキャビティの長さが急激に減少する(Figs.4.2,4.3の(c),(d))．このようにキャビティが変化する理由は，第3章と同様にキャビティ後端の下流に存在する迎え角の小さい流れの領域が隣接翼の前縁と干渉するためであると考えられる．この部分の挙動は交互翼キャビテーションと関係していると考えられるが等長キャビテーションに相当する解から連続的につながり1つの$\sigma/2\alpha$に対し1組の解しか得られないことからここでは等長キャビテーションに相当するものとして扱う．

次に，$\sigma/2\alpha$が小さい部分から$\sigma/2\alpha$を増加させた場合を考える．$\sigma/2\alpha$が小さいときにはいずれのキャビティもスロートまでの距離$L0$，$L1$の65%よりも長く，キャビティ後端下流の迎え角の小さい流れの領域がそれぞれの隣接翼に干渉している状態にあると考えられる(Figs.4.2,4.3の(e))．$\sigma/2\alpha$を増加させるといずれのキャビティの長さも減少するが，短い翼のキャビティが先にスロートまでの距離の65%に達し(Figs.4.2,4.3の(f))，隣接翼に対して干渉作用を持った状態からぬけ出す．このとき

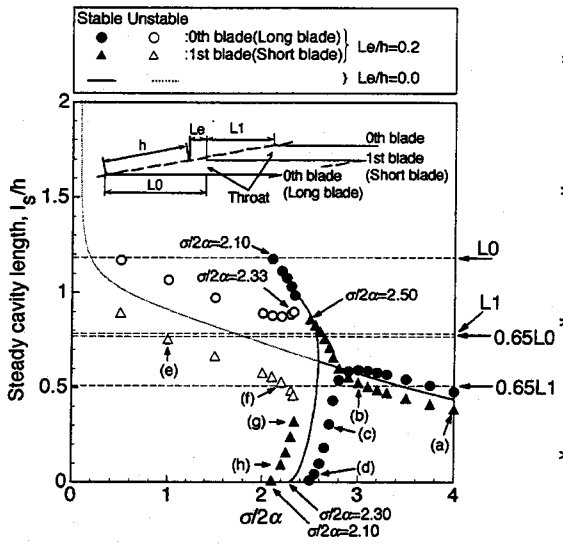


Fig.4.2 Steady cavity length and its stability for the cascade with C/h=2.0, β=80.0°, Le/h=0.0 and 0.2

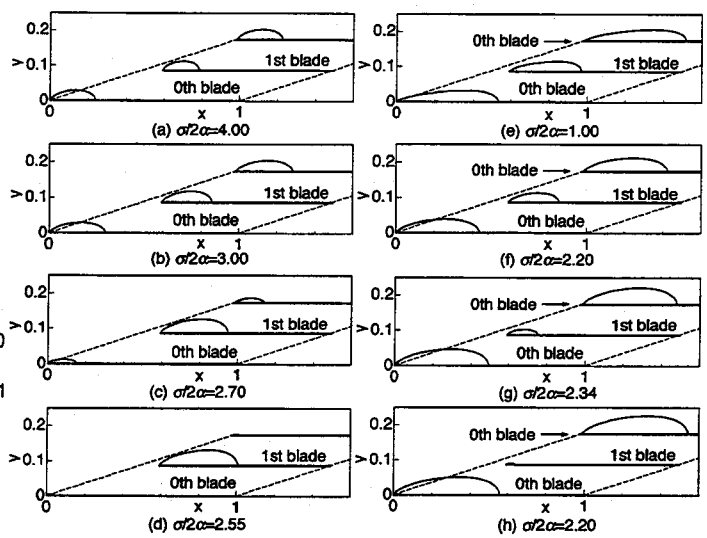


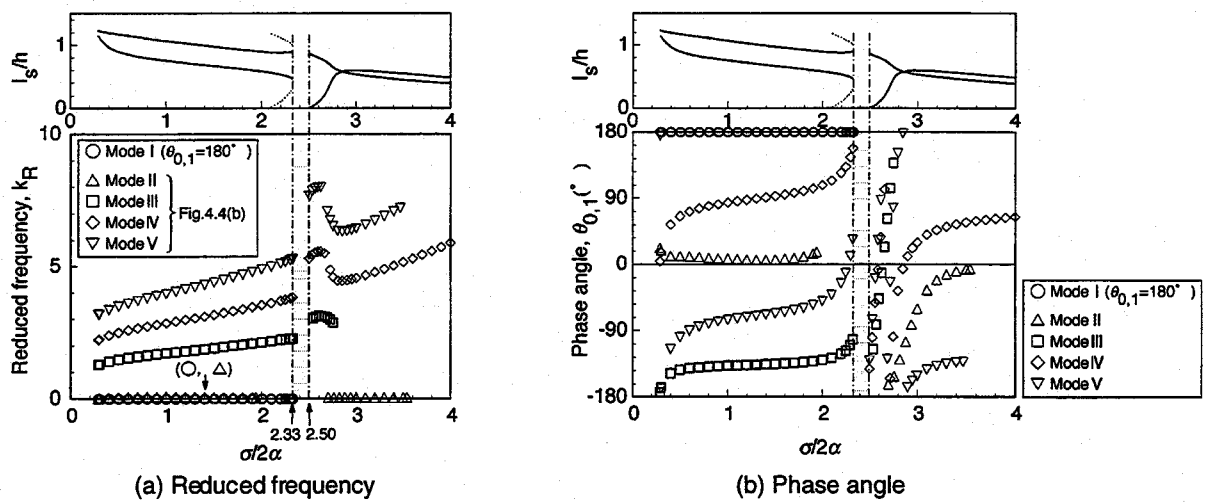
Fig.4.3 Steady cavity shape for the cascade with C/h=2.0, β=80.0° and Le/h=0.2 in the case with α=4°

キャビティ長は急激に0に近付き，一方長い方の翼のキャビティは急激に成長する(Figs.4.2,4.3の(g),(h))．小さな$\sigma/2\alpha$からつながる曲線は，この部分では$\sigma/2\alpha$の小さな側に曲がった曲線となる．本章では1つの$\sigma/2\alpha$に対して2組のキャビティ長が得られる部分で長さの差が大きい方の組を“交互翼キャビテーション解”，それ以外を“等長キャビテーション解”と呼ぶ．以上のように，キャビティ後端下流の迎え角の小さい流れの領域が隣接翼の前縁と干渉すると考えるとこの解析結果はうまく理解できる．

$\sigma/2\alpha$の大きな側からつながる曲線と小さな側からつながる曲線は連続ではなく，定常解が存在しない$\sigma/2\alpha$の区間($2.33<\sigma/2\alpha<2.50$)が見られる．

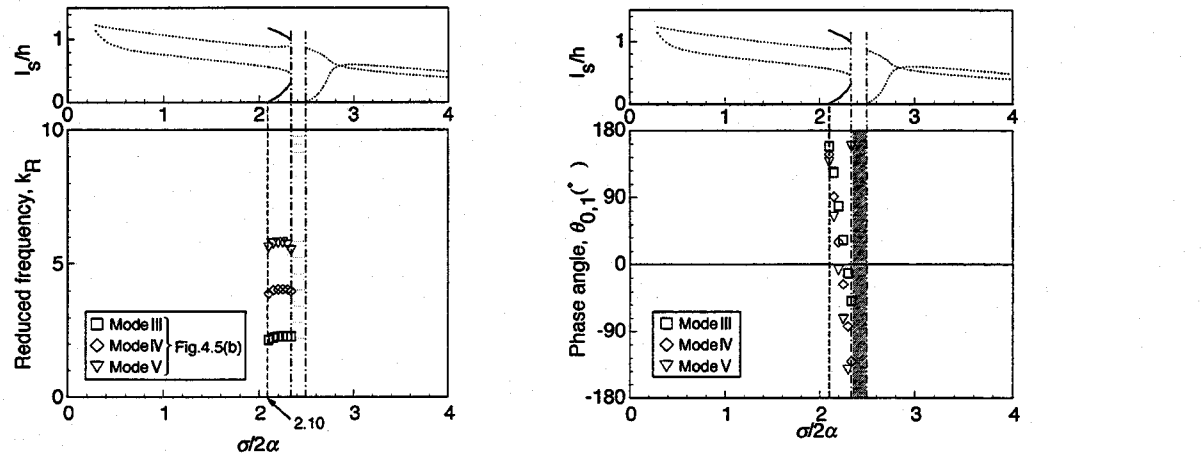
4.6.2 定常解の安定性

Figure4.4(a)に，Fig.4.2の等長キャビテーションに相当する解に対する不安定モードの周波数を，Fig.4.4(b)にキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(=\theta_{2,3})$を示す．モードIは周波数が0でキャビティ長の変動位相差は180°となり，交互翼キャビテーションに遷移するようなダイバージェンス型のモードの不安定を表す．モードIは$\sigma/2\alpha\leq 2.33$で見られ，この範囲の等長キャビテーション解が不安定，それ以外の部分では



(a) Reduced frequency (b) Phase angle

Fig.4.4 Destabilizing roots for the cavitation equivalent to equal length cavitation in the cascade with unequal length blade, Le/h=0.2, C/h=2.0 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=0.



(a) Reduced frequency (b) Phase angle

Fig.4.5 Destabilizing roots for the cavitation equivalent to alternate blade cavitation in the cascade with unequal length blade, Le/h=0.2, C/h=2.0 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=0.

安定であることを表す．モードII～Vの位相差はFig.4.4(b)に示すように複雑に変化する．このうちモードIIは$\sigma/2\alpha$が小さい部分では位相差が小さく，サージモードの変動に近い．それ以外のものは第3章の等翼弦長翼列でも見られた高周波数振動と関係するものと考えられる．

Figure4.5(a)に，交互翼キャビテーションに相当する解に対する不安定モードの周波数を，Fig.4.5(b)にキャビティ長の変動の翼間位相差を示す．周波数0のダイバージェンス型のモードの不安定は全くあらわれない．このことから交互翼キャビテーション解は安定であることがわかる．

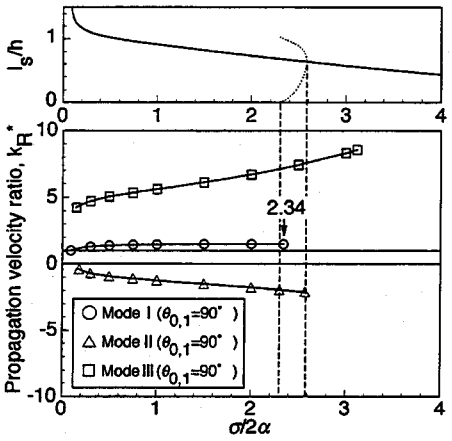


Fig.4.6 Propagation velocity ratio for equal length cavitation in the cascade with equal length blades, C/h=2.0 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=180° .

4.6.3 等翼弦長翼列との比較

Figure4.2に等翼弦長翼列に対して行った解析でダイバージェンス型のモードの存在から判定した安定なキャビティの長さを実線で，不安定なキャビティの長さを破線で示している．等翼弦長翼列では$\sigma/2\alpha$を大きなところから減少させると等長キャビテーションのキャビティの長さが増大し，これがピッチの65%に達すると等長キャビテーションが不安定となり，同時に交互翼キャビテーションが成長し始める．交互翼キャビテーションが成長し短い方のキャビティの長さが0，長い方のキャビティの長さが1に近付くと交互翼キャビテーションも不安定となり，安定なキャビティは存在しなくなる．

Figure4.2で不等翼弦長翼列における安定なキャビティを(●,▲)で，不安定なキャビティを(○,△)で示している．等翼弦長翼列におけるキャビテーションの安定域の下限の$\sigma/2\alpha$は2.30であるのに対して，不等翼弦長翼列におけるキャビテーションの安定域の下限の$\sigma/2\alpha$は2.10である．この結果は，前縁を交互に切除することによって安定域を拡大させ得ることを示唆する．しかしながら，定常キャビテーションが存在しない領域(2.33＜$\sigma/2\alpha$＜2.50)が現れる．この領域では，定常流れが存在せず何らかの不安定の発生が予想される．

4.6.4 旋回キャビテーション

Figure4.6に等翼弦長翼列に生じる等長キャビテーションに対して行った旋回キャ

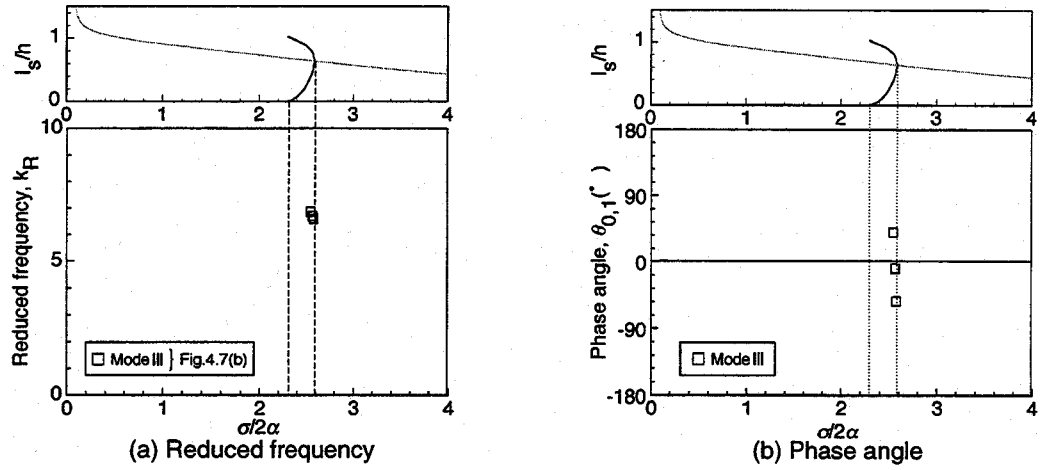


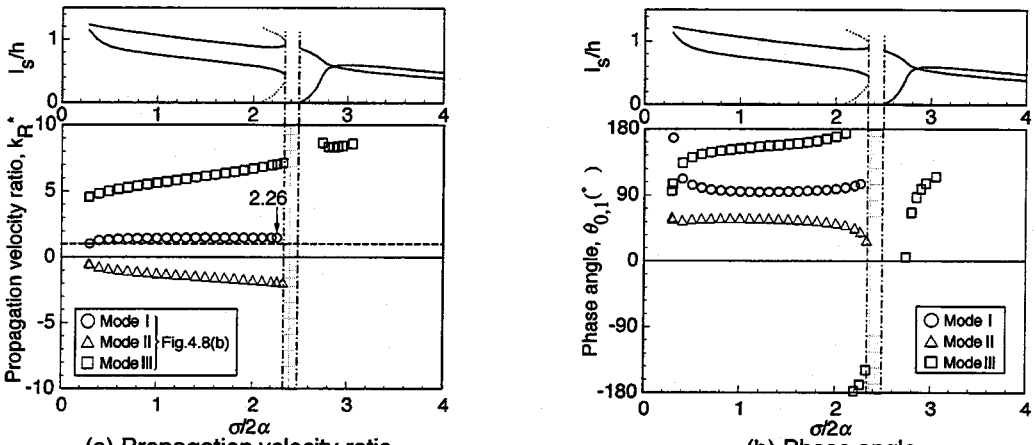
Fig.4.7 Destabilizing roots for alternate blade cavitation in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.2, C/h=2.0 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=180° .

ビテーションの解析結果を示す．モードI～IIIすべてに対しキャビティ長の変動の翼間位相差は90°となった．モードIは前まわりの旋回キャビテーション，モードIIは後ろまわりの旋回キャビテーション，モードIIIは前まわりの高次のモードである．これらは従来から知られていたもの[6]である．

Figure4.7に等翼弦長翼列に生じる交互翼キャビテーションに対して行った旋回キャビテーションの解析により得られた不安定モードを示す．キャビティ長の変動の翼間位相差がキャビテーション係数の変化に伴い大きく変化するので伝播速度比k_R*になおさず，無次元周波数k_Rのままで示した．このモードはその周波数から等長キャビテーションのモードIIIに相当するものと考えられる．

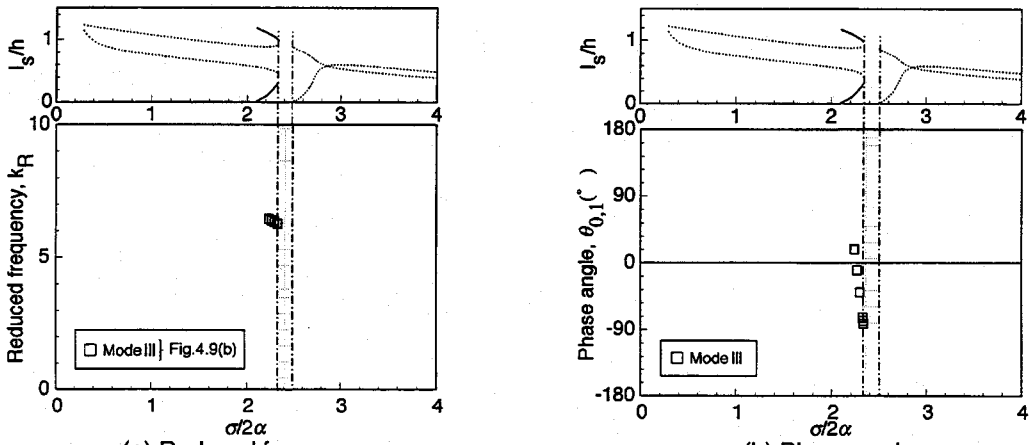
等長および交互翼キャビテーションに対するこれらの解析により，旋回キャビテーションは交互翼キャビテーションが発生するようなキャビティ長(l_s/h≒0.65)よりキャビティの長さが長いキャビテーションに対して発生することが明確となった．また，変動の翼間位相差の一部を前もって仮定しない本章の解析法によっても旋回キャビテーションが正しく予測できることがわかった．

Figure4.8に不等翼弦長翼列に生じる等長キャビテーションに相当する解に対して行った旋回キャビテーションの解析により得られた不安定モードを示す．Figure4.8(b)においてすべてのモードのキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}$が大部分で0°<$\theta_{0,1}$(=$\theta_{2,3}$)<180°の範囲内にあることから，周波数は伝播速度比k_R*=k_R+1で示し



(a) Propagation velocity ratio (b) Phase angle

Fig.4.8 Destabilizing roots for the cavitation equivalent to equal length cavitation in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.2, C/h=2.0 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=180° .



(a) Reduced frequency (b) Phase angle

Fig.4.9 Destabilizing roots for the cavitation equivalent to alternate blade cavitation in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.2, C/h=2.0 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=180° .

た．このとき，モードIの伝播速度比k_R*は1より少し大きな値をとる．これは通常の旋回キャビテーションと同じで，不等翼弦長翼列にも旋回キャビテーションが発生し得ることを示している．その発生域の上限の$\sigma/2\alpha$は2.26で，Fig.4.6に示す等翼弦長翼列での発生域の上限の$\sigma/2\alpha$が2.34であることに比べてわずかに小さい．すなわち翼列に不等性を与えることにより，旋回キャビテーションの発生範囲をせばめることができるといえる．また，モードII，IIIはその伝播速度比の大きさから等翼弦長翼列のモードII，IIIに対応していると考えられるが，キャビティ長の変動の翼間位相差は等翼弦長翼列のものと異なる．以上のことから翼の不等化は各モードの周波数

にあまり影響を与えないもののキャビティ長の変動の翼間位相差に大きな影響を与えることが明らかになった．また，交互翼キャビテーションに相当するキャビテーションに対しても旋回キャビテーションの解析を行った．この旋回キャビテーションの解析により得られた不安定モードをFig.4.9に示す．これらの不安定モードの周波数は無次元周波数k_Rで示している．このモードはその周波数の大きさから等長キャビテーションに相当する解のモードIIIに相当するものと考えられる．しかし通常の旋回キャビテーションに対応する解は見られない．

4.7 結言

(1) 不等翼弦長翼列において，キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合，キャビティ長が翼前縁からスロートまでの距離の65%以上になるとキャビティ後端下流の迎え角の小さい流れの領域が隣接翼の前縁と干渉するために，短い翼のキャビティが急成長し，長い翼のキャビティは縮小する．キャビテーション係数を小さい側から増加させた場合，短い翼のキャビティの長さが翼前縁からスロートまでの距離の65％に先に達し隣接翼に対して干渉作用を持った状態から抜け出すと，キャビティ長は急に0に近づき，長い翼のキャビティは急成長する．

以上の結果は，キャビティ長がスロートまでの距離の65%以上に達するとキャビティ後端下流の迎え角の小さい流れの領域が隣接翼の前縁と干渉すると考えるとうまく理解できる．

(2) 翼を交互に切除することにより，$\sigma/2\alpha$に関して安定なキャビテーションの存在域を拡大させ得ることが判明した．しかしながら，定常キャビテーションが存在しない領域が発生する．この領域では流れの不安定が発生することが予想される．

(3) 本解析により不等翼弦長翼列でも旋回キャビテーションが発生し得ることが判明した．その発生域は等翼弦長翼列に対するものよりわずかではあるが小さくなることが明らかになった．しかしながら旋回キャビテーションやダイバージェンス型のモードの不安定以外にも，交互翼キャビテーションが発生し得るようなキャビテーション係数よりも小さいキャビテーション係数の領域では他に多くの不安定モードが存在するため，このような領域ではキャビテーションは基本的に不安定であることがわかった．

参考文献

[1] Goirand, B., Merts, A.L., Joussellin, F. and Rebattet, C., 1992, "Experimental Investigations of Radial Loads Induced by partial Cavitation with a Liquid Hydrogen Inducer," *IMechE*, C453/056, pp.263-269.

[2] Tsujimoto, Y., Kamijo, K. and Yoshida, Y., 1993, "A Theoretical Analysis of Rotating Cavitation in Inducers," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.115, No.1, pp.135-141.

[3] Kamijo, K., Yoshida, M. and Tsujimoto, Y., 1993, "Hydraulic and Mechanical Performance of LE-7 LOX Pump Inducer," *AIAA Journal of Propulsion and Power*, Vol.9, No.6, pp.819-826.

[4] 堀口，渡邉，辻本，青木，1998，"インデューサの交互翼キャビテーションに関する理論解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻623号，pp.1997-2003.

[5] 堀口，渡邉，辻本，青木，1998，"インデューサに生じる交互翼キャビテーションの安定解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻627号，pp.3737-3744.

[6] 渡邉，佐藤，辻本，上條，1998，"特異点法を用いた旋回キャビテーションの線形解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻622号，pp.1675-1682.

第5章　不等翼弦長インデューサに生じるキャビテーションの理論解析（翼前縁切除量の影響）

5.1　本章の目的

第4章では翼前縁を切除しない翼列と切除した翼列に発生するキャビテーションとその安定性について議論した．その結果，翼を切除することによりキャビテーションの安定域が拡大し，さらに旋回キャビテーションが若干ではあるが抑制されることが判明した．

本章では翼前縁の切除量が異なる翼列に生じるキャビテーションとその安定性について論じる．

第4章と同様，特異点法を用いて定常キャビテーションとその安定性を解析する．第4章での翼前縁の切除量Le/hが0.2の翼列に生じるキャビテーションに対する計算結果に加え，Le/h=0.4，0.6および0.8の翼列に対する計算結果を示し切除量の影響を論じる．

5.2 解析

本解析における基礎式および解析方法は第4章と同様である．解析により得られた周波数の無次元化も第4章と同様であるが，本章でも説明を加える．

本解析では翼枚数が4枚のインデューサの交互翼キャビテーションに対するモードの安定性を調べる場合には，第4章と同様に翼枚数Z_N=4とし，$\tilde{q}_2(s_1)=\tilde{q}_0(s_1)$, $\tilde{q}_3(s_1)=\tilde{q}_1(s_1)$などと位相を仮定して未知量の数を減少させている．この場合には変動の翼列軸方向の波長を$Z_N h$，Z_N=2として角周波数ωを以下のように無次元化する．

$$k=k_R+jk_I=\frac{\frac{\omega}{2\pi}\cdot Z_N h}{U_T} \qquad (Z_N=2) \tag{5.1}$$

ここでk_Rは擾乱の周方向伝播速度の周速に対する比を表す．

旋回キャビテーションの解析の場合もまた第4章と同様に，4枚翼の等翼弦長および不等翼弦長インデューサに生じるセル数1の旋回キャビテーションを考える．この場合Z_N=4とし，$\tilde{q}_2(s_1)=-\tilde{q}_0(s_1)$，$\tilde{q}_3(s_1)=-\tilde{q}_1(s_1)$などと位相を仮定，つまり翼1枚おきに180°の位相差があると仮定して解析を行う．ここでは変動の波長$Z_N h$(Z_N=4)を用いて角周波数ωを

$$k=k_R+jk_I=\frac{\frac{\omega}{2\pi}\cdot Z_N h}{U_T} \qquad (Z_N=4) \tag{5.2}$$

と無次元化する．このk_Rも，式(5.1)中のk_Rと同様に擾乱の周方向伝播速度の周速に対する比を表す．また，解析の結果として得られる偶数番(n=0,2)の翼群に対する奇数番(n=1,3)の翼群のキャビティ長の変動の位相$\theta_{0,1}(=\theta_{2,3})$を位相差として用いる．

本章では，交互翼キャビテーションに対するモードの安定性に関する解析では式(5.1)で示される無次元周波数k_R，旋回キャビテーションの解析では式(5.2)で示される無次元周波数k_Rを用いて結果を整理する．

5.3 解析結果と考察

5.3.1 翼前縁切除量が定常キャビテーションに与える影響

Figure5.1に弦節比C/h=2.0，食違い角β=80°で翼前縁の切除量Le/hがそれぞれ0.2，0.4，0.6，0.8の翼列に対して行った定常解析の結果(○,△,●,▲)を示す．また，Fig.5.1には翼前縁を切除しない翼列に対する結果を実線と点線，弦節比C/h=1.0，食違い角β=80°の翼前縁を切除しない翼列に対する結果を破線と2点鎖線で示してある．Figure5.1(a)のLe/h=0.2の翼列に対する結果では，$\sigma/2\alpha$を大きい側から減少させた場合，翼前縁を切除していない長い翼で長いキャビティが，翼前縁を切除している短い翼では短いキャビティが発生した状態から，長い翼で短いキャビティ，短い翼で長いキャビティが発生した状態に移行する．この移行の原因としては，第4章でも述べたように，短い翼のキャビティが長い翼のキャビティよりも先にスロートまでの距離$L1$の65%(0.65$L1$)に達しキャビティ後端下流の迎え角の小さい流れの領域が隣接翼の前縁と干渉するためであることが考えられる．$\sigma/2\alpha$を小さい側から増加させた場合，キャビティ下流の迎え角が小さい流れの領域がそれぞれの隣接翼に干渉している状態から，短い翼のキャビティが先に隣接翼に対して干渉作用を持った状態から抜け出す．Figure5.1(b)のLe/h=0.4の翼列においてもLe/h=0.2の翼列の場合と同様の傾向が見られる．また，Le/h=0.2の翼列と比べてLe/h=0.4の翼列では定常解が存在しない領域が拡大している．

Figure5.1(b)のLe/h=0.4の翼列とFig.5.1(c)におけるLe/h=0.6の翼列の間でキャビティの発達形態に大きな変化が見られる．Le/h=0.2や0.4の翼列で説明されるように，翼前縁の切除量が小さい場合，短い翼に存在するキャビティの後端下流の迎え角の小さい流れの領域が隣接翼の前縁と干渉することがキャビティの発達に重要な役割を果たす．一方，Le/h=0.6のように翼前縁の切除量が大きい場合，長い翼に存在するキャビティの後端下流の領域の隣接翼前縁との干渉がキャビティの発達に関して支配的である．Le/h=0.6の翼列では，$\sigma/2\alpha$を大きい側から減少させた場合，短い翼のキャビティの長さが0.65$L1$より大きくなっても，短い翼のキャビティの後端下流に

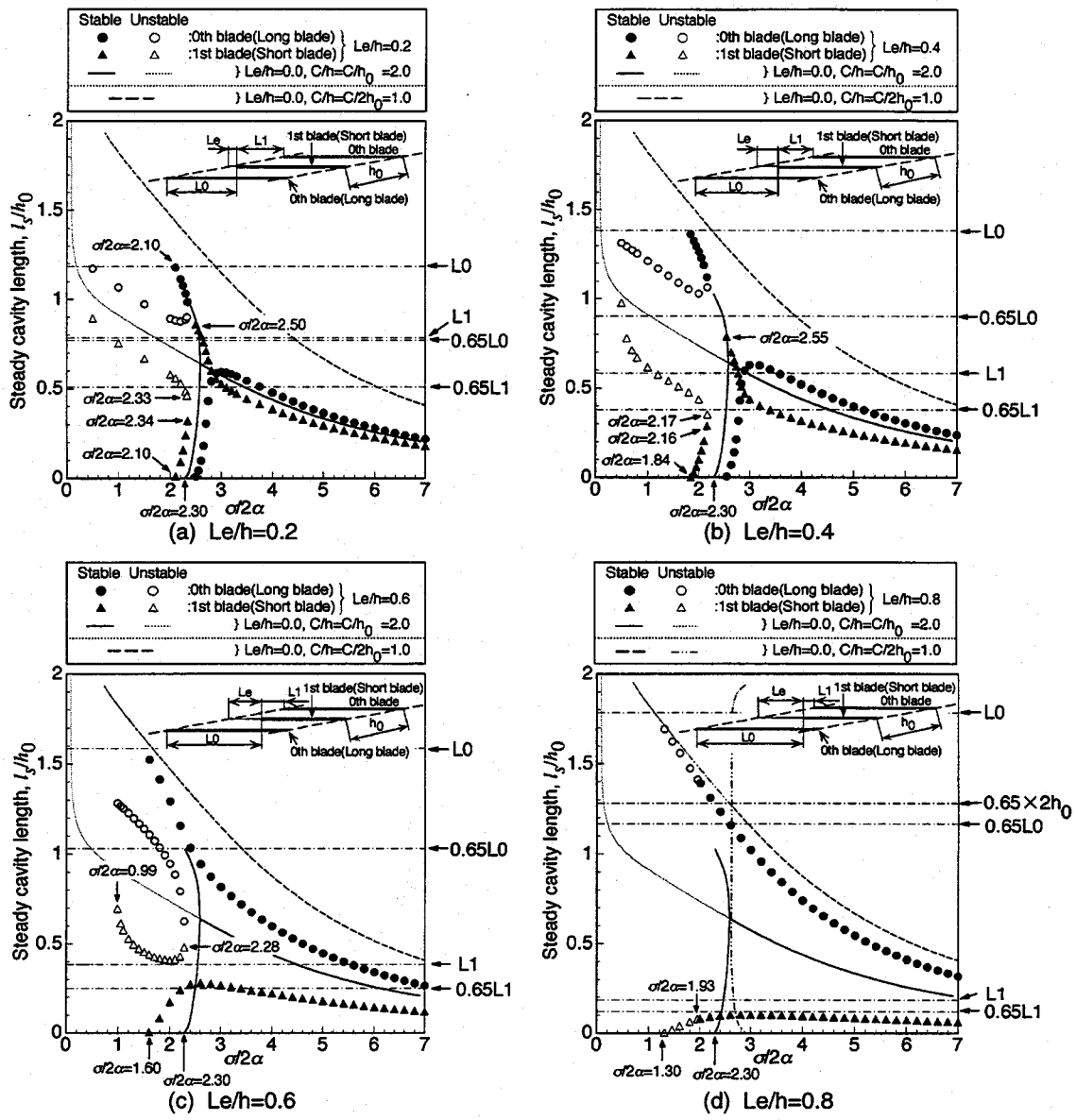
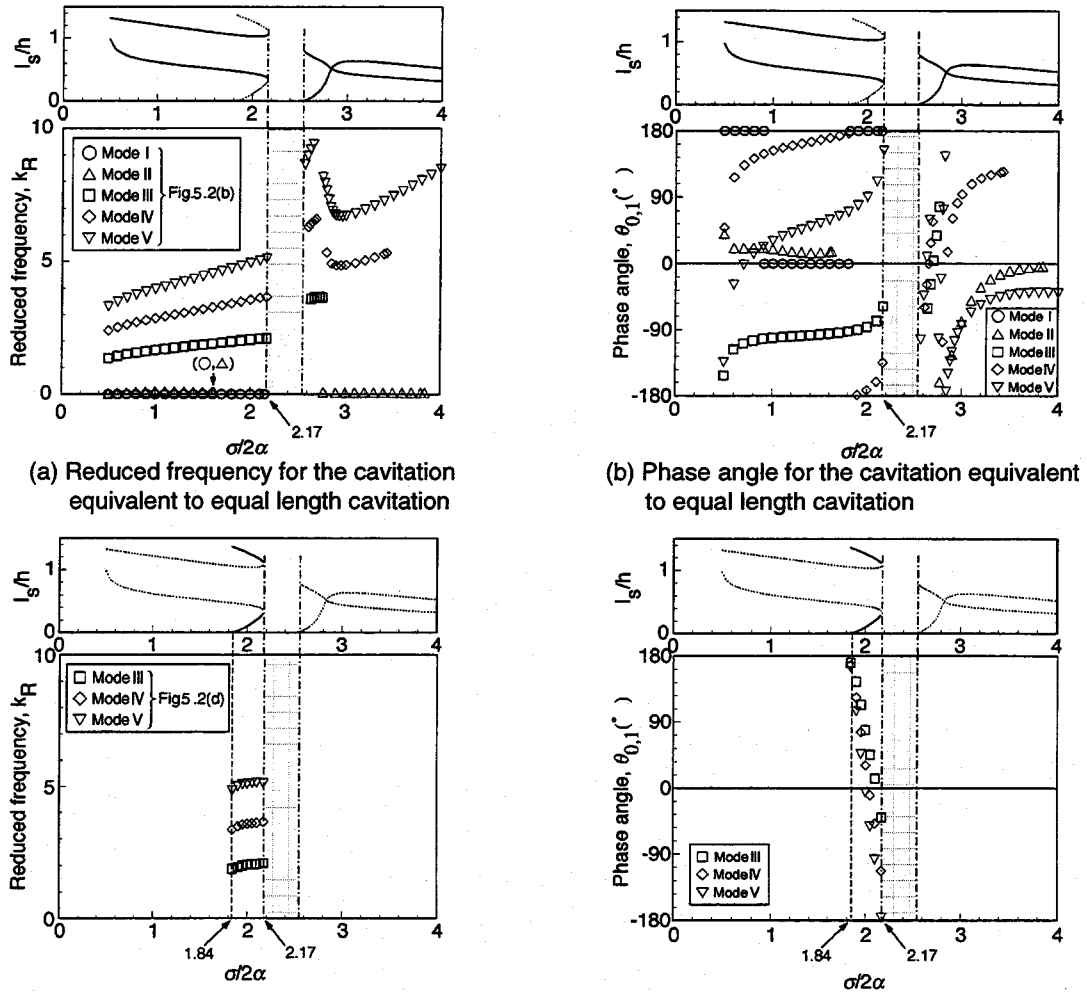


Fig.5.1 Steady cavity length and its stability for the cascade with C/h=0.2, β=80°, Le/h=0.2, 0.4, 0.6 and 0.8

存在する迎え角の小さい流れの領域は隣接翼に対して大きな影響力は持たず，長い翼のキャビティの長さが$0.65L0$より長くなると長い翼のキャビティの長さが急激に長くなり，短い翼のキャビティは短くなる．この理由はおそらく，短い翼のキャビティの長さが$0.65L1$に近付いてもその大きさが小さくキャビティ後端下流の迎え角の小さい領域が隣接翼前縁と干渉を起こすほど十分大きくないためであると考えられる．より小さい$\sigma/2\alpha$すなわち$\sigma/2\alpha$=1.0付近では，長い翼のキャビティの後端下流の迎え角の小さい流れの領域は短い翼のキャビティの成長を抑えていると考えられる．このとき短い翼のキャビティはスロートよりも下流へ伸びている．この状態か



(a) Reduced frequency for the cavitation equivalent to equal length cavitation

(b) Phase angle for the cavitation equivalent to equal length cavitation

(c) Reduced frequency for the cavitation equivalent to alternate blade cavitation

(d) Phase angle for the cavitation equivalent to alternate blade cavitation

Fig.5.2 Destabilizing roots in the cascade with unequal length blades, C/h=2.0, Le/h=0.4 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=0.

ら$\sigma/2\alpha$が増加し長い翼のキャビティが0.65$L0$より短くなると隣接翼に対する干渉作用を持った状態から抜け出し，これに対応して短い翼のキャビティの長さが増大する．さらに翼前縁の切除量を増やすと，Fig.5.1(d)のLe/h=0.8の翼列に対する結果に見られるように，長い翼のキャビティの長さはもとの弦節比の半分の弦節比(C/h=1.0)をもつ翼列で見られるキャビティの長さに近付く．

5.3.2 定常解の安定性

Figure5.2にFig.5.1(b)のLe/h=0.4の翼列に生じるキャビテーションに対する不安定モードを示す．このうちFigures5.2(a),(b)はそれぞれ等長キャビテーションに相当する解に対する不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}$を示

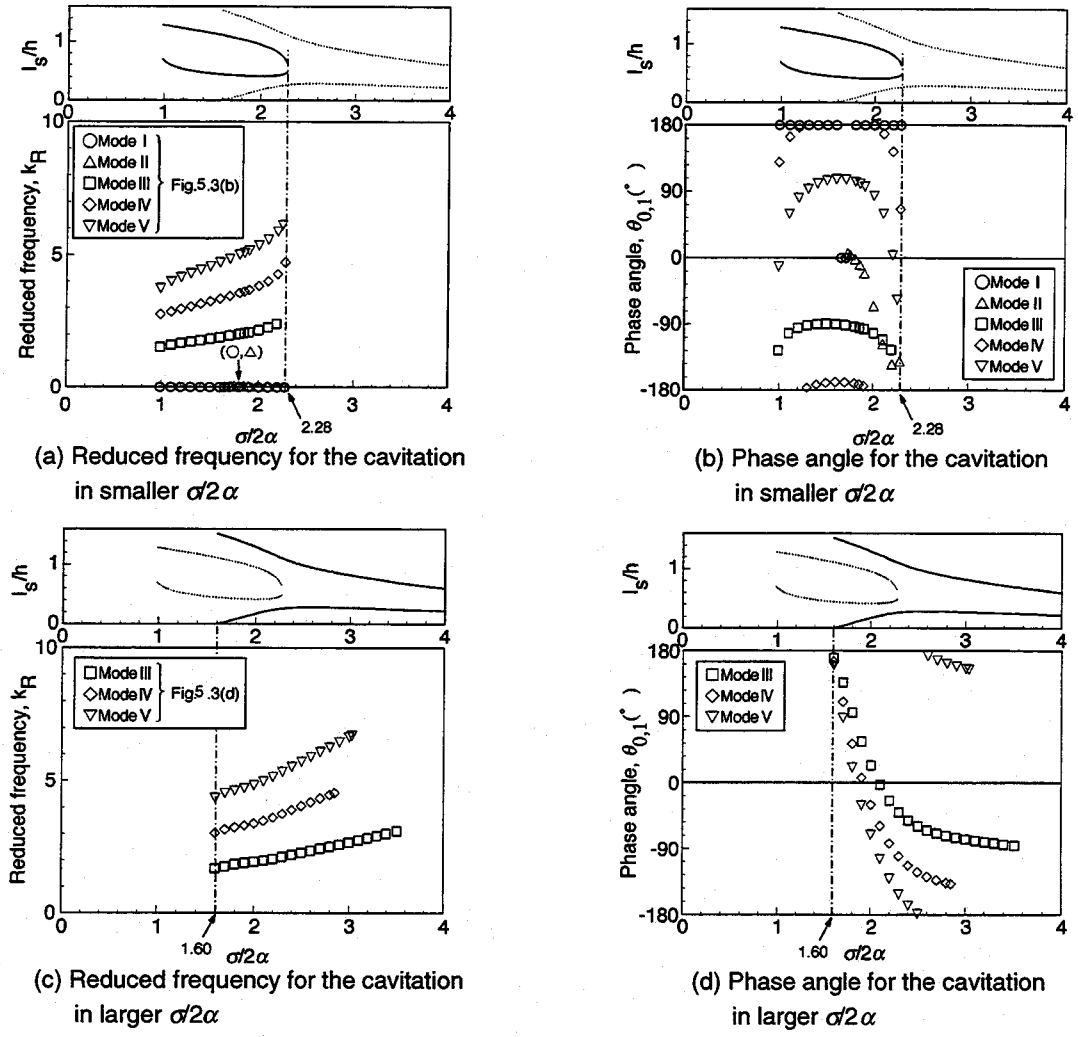
す．モードIはその周波数が0で，キャビティ長の変動の翼間位相差が180°あるいは0°のモードである．位相差が180°の場合，キャビティ長は時間的に振動することなく一方が長くなると他方が短くなるモードであり，交互翼キャビテーションに移りうるモードを意味する．位相差が0°の場合，キャビティ長は時間的に振動することなく全ての翼上で長くあるいは短くなるモードを意味する．この位相差が0°のモードは等翼弦長翼列やL_e/h=0.2の不等翼弦長翼列においては見られなかったモードである．このように位相差が180°あるいは0°のモードはその振動形態がそれぞれ異なるので別のモードと考えることも可能であるが，時間的に振動しないダイバージェンス型のモードを意味するという共通点を持っていることから本論文では1つのモードして取り扱った．また，このモードIは静的に不安定であることを意味することから，本章ではこのダイバージェンス型のモードIにより定常キャビテーションの安定性を判別する．

等長キャビテーションに相当する解に対しては，$\sigma/2\alpha \leqq 2.17$でモードIが存在した．このことからこの範囲，すなわち定常解が存在しない領域よりもキャビテーション係数が小さい範囲に存在する等長キャビテーションに相当する解は不安定であるといえる．

Figures5.2(c),(d)は交互翼キャビテーションに相当する解に対する不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差である．この結果においてモードIは見られなかった．このことから交互翼キャビテーションに相当する解は安定である．以上の安定性に関する結果はFig.5.1(b)に記してある．

Figure5.1(b)のL_e/h=0.4の翼列に生じるキャビティの安定性をFig.5.1(a)のL_e/h=0.2の翼列に生じるキャビティの安定性と比較すると，L_e/h=0.4の翼列では定常解が存在しない領域が拡大しているものの，キャビティが静的に安定に存在する領域の下限の$\sigma/2\alpha$はL_e/h=0.2の翼列では2.10であるのに対してL_e/h=0.4の翼列では1.84と小さくなっている．

Figure5.3にFig.5.1(c)のL_e/h=0.6の翼列に生じるキャビテーションに対する不安定



(a) Reduced frequency for the cavitation in smaller $\sigma/2\alpha$

(b) Phase angle for the cavitation in smaller $\sigma/2\alpha$

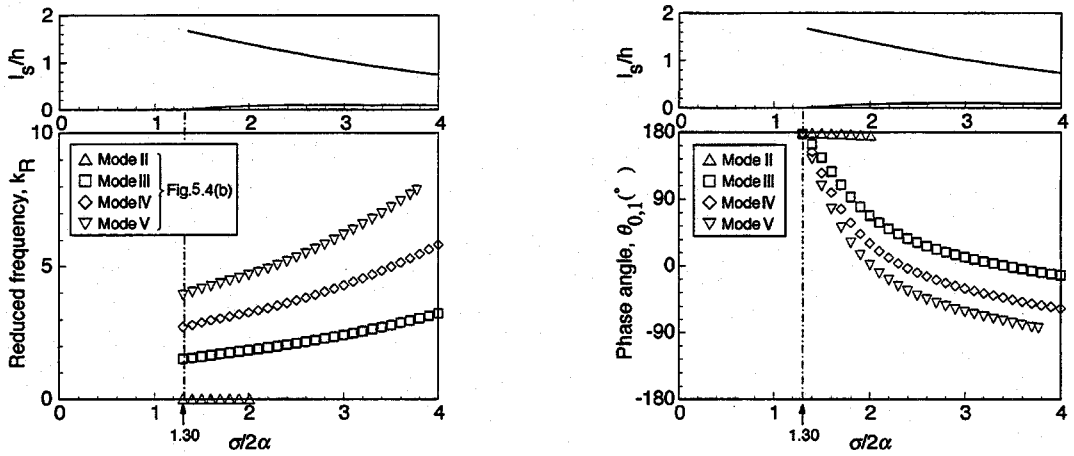
(c) Reduced frequency for the cavitation in larger $\sigma/2\alpha$

(d) Phase angle for the cavitation in larger $\sigma/2\alpha$

Fig.5.3 Destabilizing roots in the cascade with unequal length blades, C/h=2.0, Le/h=0.6 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=0.

モードの周波数とキャビティ長の変動の翼間位相差を示す．Figures5.3(a),(b)は$\sigma/2\alpha$の小さい側からつながるキャビテーションに対する不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差である．モードIは$\sigma/2\alpha \leqq 2.28$で見られる．Figures5.3(c),(d)は$\sigma/2\alpha$の大きい側からつながるキャビテーションに対する不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差である．この結果においてモードIは見られない．

以上のことからLe/h=0.6の翼列では，$\sigma/2\alpha \leqq 2.28$に存在する$\sigma/2\alpha$の小さい側からつながるキャビテーションが不安定となり，その他の領域に存在するキャビテーショ



(a) Reduced frequency (b) Phase angle

Fig.5.4 Destabilizing roots in the cascade with unequal length blades, C/h=2.0, Le/h=0.8 and β=80.0° underthe assumption of $\theta_{n,n+2}$=0.

ンは安定であるといえる．この結果はFig.5.1(c)に記してある．

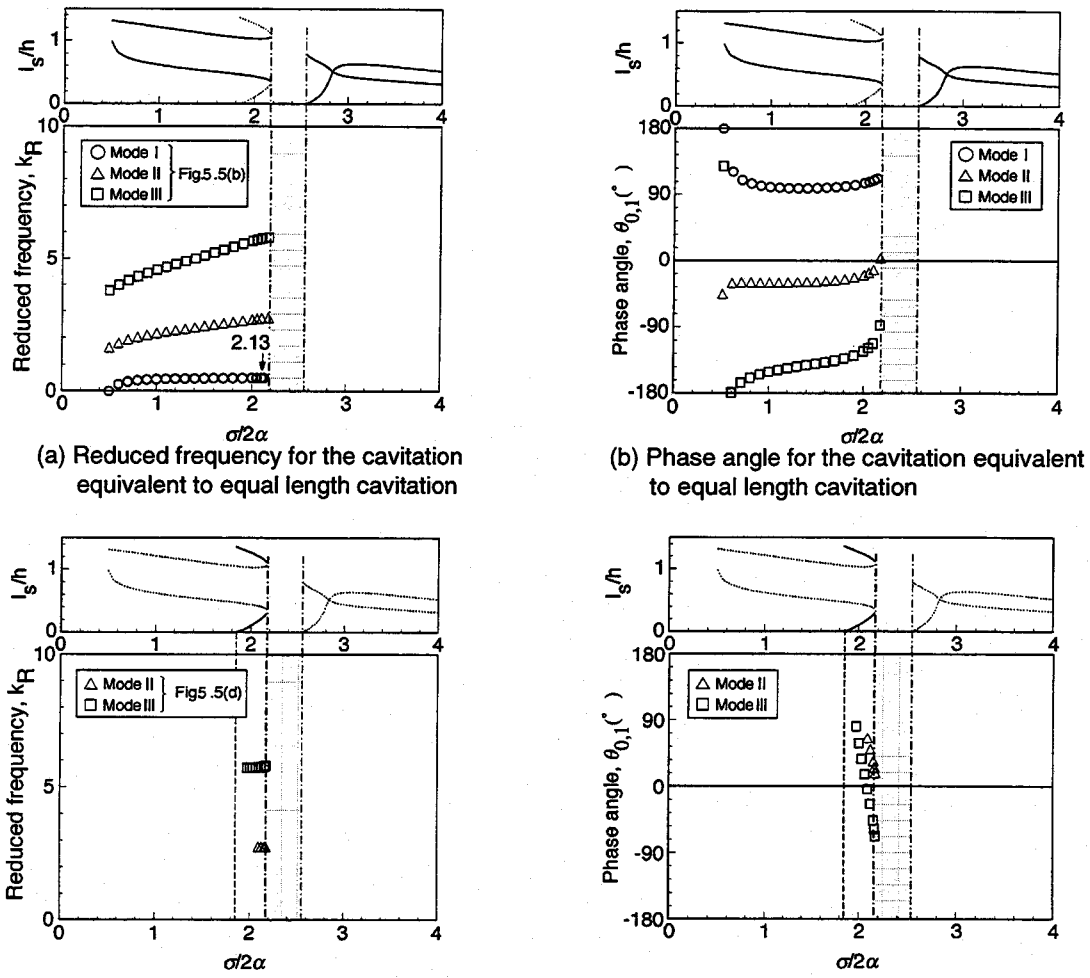
これまでの安定性に関する結果から，翼前縁の切除量*Le/h*を0.0，0.2，0.4，0.6と増加させるにしたがってキャビティが安定に存在する領域の下限の$\sigma/2\alpha$を2.30から1.60へと減少させることが可能であることが判明した．

Figure5.4にFig.5.1(d)の*Le/h*=0.8の翼列に生じるキャビテーションに対する不安定モードを示す．この結果においてモードIは見られなかった．このことから*Le/h*=0.8の翼列に生じるキャビテーションは安定であるといえる．しかしながら，後述する旋回キャビテーションの解析でこれまでのダイバージェンス型のモードIとは異なるダイバージェンス型のモードが存在したので*Le/h*=0.8の翼列に生じるキャビテーションの安定性に関する議論は後述する．

本章ではキャビテーションに対する安定解析の結果においてモードIを含めて最低次のモードから5つのモードを示した．これらの中でFigures5.2～5.4の(a),(b)のモードII～VおよびFigs.5.2，5.3の(c),(d)のモードIII～Vはその周波数の大きさから，*Le/h*=0.0，0.2の翼列におけるモードII～VおよびモードIII～Vにそれぞれ相当するものと考えられる．これらのモードにおいてキャビティ長の変動の翼間位相差は翼前縁切除量により大きく変化することが明らかになった．

5.3.3 旋回キャビテーション

Figure5.1(b)の*Le/h*=0.4の翼列に生じるキャビテーションに対して行った旋回キャビ



(a) Reduced frequency for the cavitation equivalent to equal length cavitation

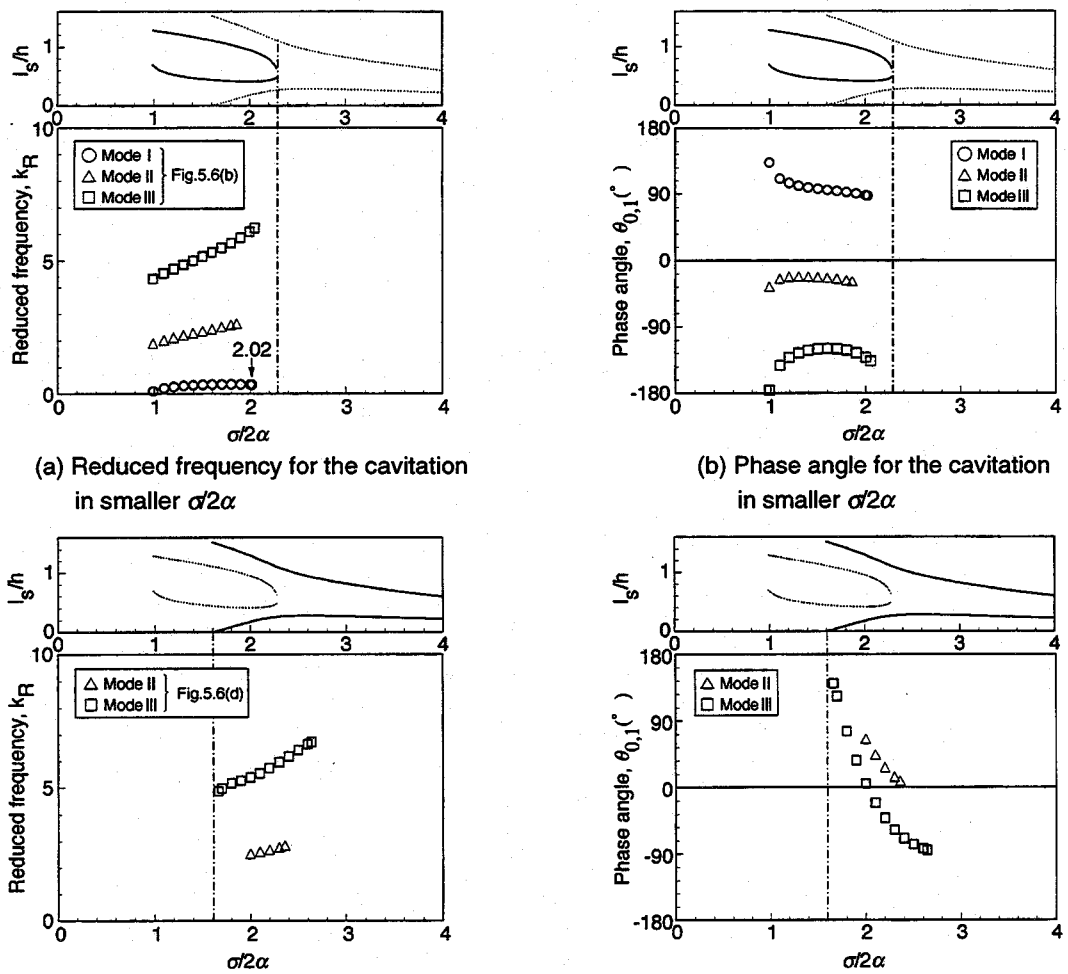
(b) Phase angle for the cavitation equivalent to equal length cavitation

(c) Reduced frequency for the cavitation equivalent to alternate blade cavitation

(d) Phase angle for the cavitation equivalent to alternate blade cavitation

Fig.5.5 Destabilizing roots in the cascade with unequal length blades, C/h=2.0, Le/h=0.4 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=180° .

テーションの解析により得られた不安定モードをFig.5.5に示す．このうちFigures5.5(a),(b)はそれぞれ等長キャビテーションに相当するキャビテーションに対する不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差を示す．ところで，第4章のLe/h=0.2の翼列では不安定モードの周波数を伝播速度比で整理したが，翼前縁の切除量Le/hが0.4以上の翼列ではキャビティ長の変動の翼間位相差が0°<$\theta_{0,1}$(=$\theta_{2,3}$)<180° の範囲内におさまらないために，本章ではその周波数を無次元周波数k_Rのままで整理している．Figures5(a),(b)中でみられるモードIはそのモードが存在する大部分の領域で位相差$\theta_{0,1}$がほぼ90° であり通常の旋回キャビテーションに対応するものと考えられる．次に，交互翼キャビテーションに相当するキャビテー



(a) Reduced frequency for the cavitation in smaller $\sigma/2\alpha$

(b) Phase angle for the cavitation in smaller $\sigma/2\alpha$

(c) Reduced frequency for the cavitation in larger $\sigma/2\alpha$

(d) Phase angle for the cavitation in larger $\sigma/2\alpha$

Fig.5.6 Destabilizing roots in the cascade with unequal length blades, C/h=2.0, Le/h=0.6 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=180° .

ションに対する不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差をそれぞれFigs.5.5(c),(d)に示す．等長キャビテーションに相当するキャビテーションに対する結果でみられたようなモードIに相当する解は存在しない．以上の結果から通常の旋回キャビテーションを意味するモードIが存在する領域の上限の$\sigma/2\alpha$はLe/h=0.4の翼列では2.13である．この値は第4章で得られた等翼弦長翼列の2.34やLe/h=0.2の翼列の2.26に比べて小さいことがわかる．

Figure5.6はFig.5.1(c)のLe/h=0.6の翼列に生じるキャビテーションに対して行った旋回キャビテーションの解析により得られた不安定モードである．このうちFigures5.6(a),(b)はそれぞれ小さい$\sigma/2\alpha$からつながるキャビテーションに対する不安

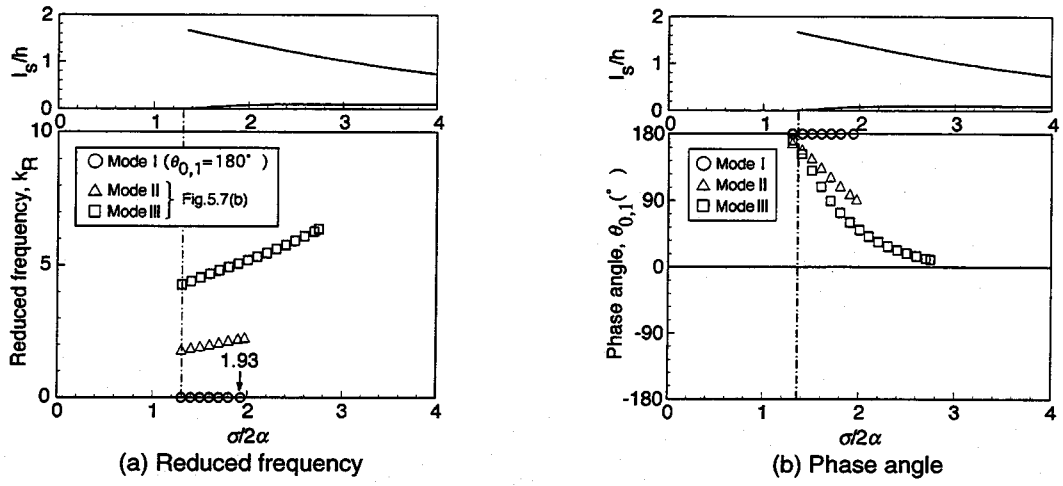


Fig.5.7 Destabilizing roots in the cascade with unequal length blades, C/h=2.0, Le/h=0.8 and β=80.0° under the assumption of $\theta_{n,n+2}$=180° .

定モードの周波数とキャビティ長の変動の翼間位相差を示す．また，Figures5.6(c), (d)はそれぞれ大きい$\sigma/2\alpha$からつながるキャビテーションの不安定モードの周波数とキャビティ長の変動の翼間位相差を示す．これらの不安定モードの中で，通常の旋回キャビテーションに相当するモードIは小さい$\sigma/2\alpha$からつながるキャビテーションにおいて見られ，そのモードが現れている領域の上限の$\sigma/2\alpha$は2.02である．この値は等翼弦長翼列($\sigma/2\alpha$=2.34)やLe/h=0.2($\sigma/2\alpha$=2.26)，0.4($\sigma/2\alpha$=2.13)の翼列の値に比べて小さくなっている．

Figure5.7にFig.5.1(d)のLe/h=0.8の翼列に生じるキャビテーションに対して行った旋回キャビテーションの解析により得られた不安定モードを示す．このうちFigures5.7(a),(b)はそれぞれ不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差を示す．これらの結果において，長い翼のキャビティの長さが極端に長く，短い翼のキャビティの長さが極端に短くなる領域で周波数が0で翼間位相差が180°のモードIが見られる．この結果から，旋回キャビテーションの解析により得られたモードIの周波数は翼前縁の切除量Le/hが0，0.2，0.4，0.6と大きくなるにしたがい，少しずつ小さくなり，Le/h=0.8で0になると考えられる．このモードは0番目の長い翼と3番目の短い翼のキャビティの長さが同相で変動し，また1番目の短い翼と2番目の長い翼のキャビティの長さが同相で0番目と3番目とは逆位相で変動するモードであ

る．したがって，このモードは長い方の翼だけに着目すれば隣接する長い翼のキャビティの長さの変動の翼間位相差は180°であり，これは長い翼のみからなるC/h=1.0の翼列に対する交互翼キャビテーションの発生を意味するものと考えられる．

このようにLe/h=0.8の翼列におけるモードIは周波数0のダイバージェンス型のモードであるので，このモードが存在する領域ではキャビティは静的に安定に存在し得ない．したがってこのモードが存在する領域ではキャビティは静的に不安定である．5.3.2での安定性に関する議論においてはLe/h=0.8の翼列に生じるキャビテーションは安定であるように考えられたが，旋回キャビテーションに対する解析でモードIが現れる$\sigma/2\alpha \leqq 1.93$の範囲における長い翼のキャビティが極端に長く，短い翼のキャビティが極端に短いキャビテーションは不安定となる．この結果はFig.5.1(d)に記してある．

Figure5.1(d)に弦節比1.0，食違い角80°の翼前縁を切除しない翼列に生じるキャビテーションの安定性を示す．破線が静的に安定な定常解，2点鎖線が静的に不安定な定常解を表す．等長キャビテーションのキャビティの長さが弦節比1.0の翼列のピッチ$h=2h_0$のおよそ65%($0.65\times 2h_0$)よりも長くなると定常解は静的に不安定となる．Le/h=0.8の翼列に生じるキャビテーションも，長い翼のキャビティに着目すると，そのキャビティ長が弦節比1.0の翼列のピッチのおよそ65%以上に達すると不安定になる．このように翼前縁の切除量が大きい場合には，定常キャビテーション解のみならずキャビテーションの安定性も元の弦節比の半分の弦節比をもつ翼列における結果に近付くことがわかる．

以上の旋回キャビテーションの解析を通して，翼前縁の切除量を大きくすることにより旋回キャビテーションを抑制することが可能であることが判明した．ところで旋回キャビテーションの解析結果であるFigs.5.5～5.9の(a),(b)には，モードIを含めて最低次のモードから3つのモードが示してある．これらの中のモードII，IIIは，その周波数の大きさから第4章のFigs.4.6，4.8に示すLe/h=0.0，0.2の翼列での後ろまわり旋回キャビテーション，前まわりの高次の旋回キャビテーションを表すモードII，IIIにそれぞれ相当するものと考えられる．これらのモードの周波数はほぼ一定であ

るものの翼前縁切除量の変化に対してキャビティ長の変動の翼間位相差は大きく変化し，スムーズな伝播が見られなくなることが明らかになった．

5.4 結言

(1) Le/h=0.2,0.4のように翼前縁の切除量が小さい翼列の場合，短い翼のキャビティの後端下流の迎え角の小さい流れの領域による隣接翼への干渉がキャビティの発達に重要な役割を果たす．一方，Le/h=0.6の翼列のように翼前縁の切除量が大きい場合，短い翼のキャビティの長さが翼前縁からスロートまでの距離の65%に近付いてもその大きさが小さくキャビティ後端下流の迎え角の小さい流れの領域が隣接翼前縁と干渉を起こすほど十分に大きくないと考えられる．一方，長い翼のキャビティの長さが翼前縁からスロートまでの距離の65%よりも長くなると長い翼のキャビティは急激に成長し，短い翼のキャビティは縮小する．

(2) 翼前縁の切除量を大きくするとLe/h=0.8の翼列に対する結果にみられるように長い翼で定常キャビティの長さは元の翼列の弦節比の半分の弦節比を持つ翼列のキャビティ長に近付く．

(3) 翼前縁の切除量を増加させることにより，キャビティが静的に安定に存在しうる領域の下限の$\sigma/2\alpha$を減少させることが可能であることが判明した．しかしながら，Le/h=0.2，0.4のように翼前縁の切除量が小さい場合には定常解が存在しない領域が拡大することが明らかになった．

(4) 翼前縁の切除量を増加させることにより，旋回キャビテーションの発生域を縮小させ得ることが判明した．

(5) 翼前縁の切除量を増加させることにより通常の旋回キャビテーションを表すモードIの周波数は徐々に小さくなり，Le/h=0.8の翼列に生じるキャビテーションに対する旋回キャビテーションの解析結果で見られるように，翼前縁の切除量が大きい場合には周波数が0でキャビティ長の変動の翼間位相差が180°となる．このモードは長い翼だけに着目すれば隣接する長い翼のキャビティの長さの変動の翼間位相差は180°であり，これは長い翼のみからなるC/h=1.0の翼列に対する交互翼キャビテーションの発生を意味するものと考えられる．

(6) もとの弦節比の半分の弦節比1.0をもつ翼列においては，等長キャビテーションのキャビティの長さがピッチのおよそ65%よりも長くなるとキャビテーションは静

的に不安定となる．また，Le/h=0.8の翼列に生じるキャビテーションも，長い翼のキャビティに着目すると，そのキャビティ長が弦節比1.0の翼列のピッチのおよそ65%以上に達すると不安定になる．

このように翼前縁の切除量が大きい場合には，定常キャビテーション解のみならずキャビテーションの安定性も元の弦節比の半分の弦節比をもつ翼列における結果に近付くことがわかる．

本解析により，翼前縁の切除量が大きい場合に長い翼で交互翼キャビテーションが発生することが予想された．しかしながら，本解析では翼1枚おきに定常キャビティ長は等しく，また変動の翼間位相差を0°もしくは180°と仮定しているため，本解析はそのようなキャビテーションの解析に対応していない．そこで第6章で定常キャビティの配置やキャビティ変動の位相差の仮定を除いた解析法で，以上のようなキャビテーションに対応した解析を試みる．

第6章　有限翼数の羽根車に生じるキャビテーションの定常流れ解析と安定解析

6.1　本章の目的

前章までに交互翼キャビテーション[1],[2]やキャビテーションサージ[3]，旋回キャビテーション[4]~[7]など翼列に生じる不安定キャビテーションの解析[8],[9]を行ってきた．これらの解析では，各不安定現象の周方向のモードから予想される変動の翼間位相差を仮定して解析を行った．この様な解析では仮定したモードを持つ現象が発生し得るか否かは判定できるが，それ以外のモードを持つ不安定現象が仮にあったとしてもそれを予測することはできない．

一方，偶数枚の翼を持つ羽根車では交互翼キャビテーションが発生することが知られている[1],[2],[5]．これは同一の翼を持つ羽根車に発生する定常キャビティの長さが必ずしも同一にならないことを示している．また第7章の実験において交互翼キャビテーション以外にもキャビテーション係数が低下した場合にセル数1の旋回キャビテーションの旋回速度が低下しこれが羽根に固着して回転するような軸まわりに非対称な定常キャビテーションが発生した．本論文ではこれを非対称キャビテーションと称する．そこで，非対称キャビテーションを表す定常解が得られるかどうかも調べておく必要がある．

本章ではこの様な立場に立って各翼を独立に扱って定常流れおよびその安定性に対する解析を2，3，4，5枚翼の羽根車に対して行う．

また，不安定モードには系に依存するものと依存しないものがあるがその差異についても論じる．

6.2 解析モデル

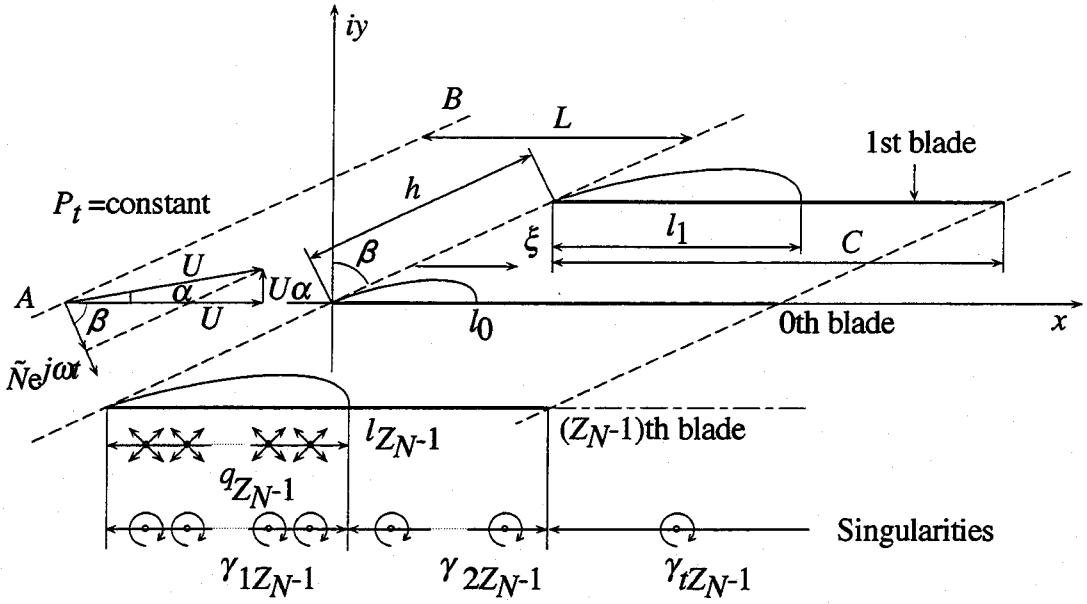


Fig.6.1 Model for present analysis

Figure6.1に示すように，第3章と同様に上流で平均流速U，迎え角αを持つ流れが，翼弦長C，ピッチh，食違い角βの平板翼列に流入する場合を考える．主流と定常の微小擾乱成分を考え，さらに$e^{j\omega t}$の形をした非定常の微小擾乱成分を仮定する．$\omega=\omega_R+j\omega_I$は複素角周波数で，実部の$\omega_R$は角周波数，虚部の$\omega_I$は減衰率である．速度の擾乱は(i)一様流と(ii)キャビティを表す吹き出しq_n，(iii)翼を表す渦γ_{1n},γ_{2n}および(iv)自由渦γ_{tn}による流れの重ね合わせで表現される．キャビティ長が変動することを考慮して，キャビティ長に固定した座標系においてこれらの特異点の強さを定義する．これらの特異点の強さおよびキャビティ長は定常成分と非定常成分から構成されるものとする．

これまでの交互翼キャビテーションやキャビテーションサージ，旋回キャビテーションなどの翼列に生じる不安定キャビテーションの解析[8]-[11]では，各不安定現象の周方向のモードから予想される変動の翼間位相差を仮定して解析を行った．この様な解析では仮定したモードを持つ現象が発生し得るか否か判定できるが，それ以外のモードを持つ不安定現象が仮にあったとしてもそれを予測することはできな

い．そこで本章では，変動の翼間位相差の仮定を設けない解析を行う．これにより従来みられたモード以外のモードを持つ不安定現象が存在するかどうかを判別することが可能となる．

下流のダクト長さは無限で下流では速度の擾乱はないものと仮定する．一方，上流のダクト長Lは有限で，その長さはx方向に$L(=1000C)$とする．また，上流のダクトはダクト入口ABで全圧一定の領域につながるものとする．ここでは，動翼を考え，ダクト入口ABではキャビティ体積変動による軸流方向の速度変動$\tilde{N}e^{j\omega t}e^{i\beta}$が生じ得るものと考える．

速度は一様流$Ue^{-i\alpha}$と一様流からの偏差成分(u_s, v_s)および非定常成分$(\tilde{u}, \tilde{v})$を用いて以下のように表される．

$$
\begin{aligned}
u &= U + u_s + \tilde{u}e^{j\omega t} \\
v &= U\alpha + v_s + \tilde{v}e^{j\omega t}
\end{aligned}
\tag{6.1}
$$

ここで，$\alpha \ll 1$および$|\tilde{u}|$, $|\tilde{v}| \ll |u_s|$, $|v_s| \ll U$を仮定する．この仮定に基づいて線形化を行う．

また，以上で述べたモデルとその定式化は翼数が異なる点を除いて第3章と同様である．

6.3 境界条件

流れの変動が十分小さいと仮定し，すべての特異点は翼面上および翼延長線上に分布するものとする．

境界条件として以下の5つの条件を課す．第3章と同様であるので説明を簡単に加えるにとどめる．

(1) キャビティ表面上の圧力が流体の飽和蒸気圧に等しい．

(2) キャビティが存在しない領域における翼面の法線方向速度が0.

(3) キャビティ後縁でのキャビティ厚みが0.

(後縁閉鎖型キャビティモデルを採用)

(4) 翼後縁で圧力面と負圧面の静圧の差が0(Kuttaの条件)

(5) 上流と下流の条件：下流のダクト長さが無限であるために，その中の流体の無限大の慣性質量により下流での流量変動が抑制される．したがって，キャビティの体積変動による流量変動は，上流部の速度変動$\tilde{N}e^{j\varpi t}e^{i\beta}$で表現される．

6.4 解析方法

キャビティと共に伸縮する座標系における離散点S_{1k} (k=1～N_C)(キャビティ存在部)およびS_{2k}(k=1～N_B)(キャビティ非存在部)で各特異点の強さを定義することにより境界条件を次のように表すことができる.

・定常成分に関して

$$\begin{bmatrix} & & \\ & A_s(l_{sn}) & \\ & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{qn}(S_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 1n}(S_{11}) \\ \vdots \\ C_{\gamma 2n}(S_{21}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \sigma/2\alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \\ B_s \\ \\ \end{Bmatrix} \tag{6.42}$$

(n=0,1,...,Z_N-1)

・非定常成分に関して

$$\begin{bmatrix} & & \\ & A_u(l_{sn},\ \omega) & \\ & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{q}_n(S_{11}) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{1n}(S_{11}) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{2n}(S_{21}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \tilde{u}_{cn} \\ \vdots \\ \alpha l_n \\ \vdots \\ \tilde{N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \\ 0 \\ \\ \end{Bmatrix} \tag{6.43}$$

(n=0,1,...,Z_N-1)

ここで$A_s(l_{sn})$および$A_u(l_{sn},\omega)$は係数行列，B_s定数ベクトルである．これまでの研究では翼間位相差などを仮定し未知量の数を実質的に減少させて解析したが本研究では

各翼に対する値を独立なものとして扱う．

定常流れは式(6.2)により決定される．式(6.2)は定常キャビティ長さl_{sn}が$\sigma/2\alpha$の関数であることを示している．式(6.3)は線形同次方程式である．入口圧力変動や流量変動等の外部からの強制擾乱を与える場合には，右辺のベクトルは0でないベクトルとなる．外部からの強制擾乱を考えない本解析では，自明でない解を持つためには係数行列の行列式が0でなければならない．

$$|A_u(l_{sn}, \omega)|=0 \tag{6.4}$$

複素角周波数$\omega=\omega_R+j\omega_I$は式(6.4)により決定される．したがって，その角周波数とキャビティの安定性はキャビティ長l_{sn}あるいは等価的に$\sigma/2\alpha$に依存する．

結果として得られた複素角周波数$\omega=\omega_R+j\omega_I$を等長キャビテーションのキャビティ長$l_{se}$を用いて以下のように無次元化する．

$$St=\frac{\omega_R/2\pi}{U/l_{se}}, \qquad St_I=\frac{\omega_I/2\pi}{U/l_{se}} \tag{6.5}$$

Stはストローハル数，St_Iは減衰率である．

また，複素角周波数$\omega=\omega_R+j\omega_I$を変動の波長$Z_Nh/m$($m$:セル数)を用いて

$$k=k_R+jk_I=\frac{\frac{\omega}{2\pi}\frac{Z_Nh}{m}}{U_T} \tag{6.6}$$

と無次元化すると，k_Rは周速に対する擾乱の周方向伝播速度の比となる．解析の結果として翼群間の変動位相差が得られるが，本解析ではm番目の翼のキャビティの長さの変動に対するn番目の翼のキャビティの長さの変動の位相を位相差$\theta_{m,n}$として用いる．k_Rが正(負)の場合，位相差$\theta_{0,1}$が$0<\theta_{0,1}<\pi$であれば変動は翼列移動方向と同(逆)方向に，$-\pi<\theta_{0,1}<0$であれば翼列移動方向と逆(同)方向に伝わると考えてよい．そこで

$$k_R^*=1+k_R \qquad (0<\theta_{0,1}<\pi)$$

$$k_R^*=1-k_R \qquad (-\pi<\theta_{0,1}<0) \tag{6.7}$$

とすれば$k_R{}^*$は静止系から見た擾乱の伝播速度と翼列移動速度(翼列移動方向を正)の比となる．以下では$k_R{}^*$を伝播速度比と称する．

キャビテーションの不安定モードを検討する6.5.2では式(6.5)で表されるストローハル数St，旋回キャビテーションに相当するモードを検討する6.5.3では式(6.7)で示される伝播速度比$k_R{}^*$を用いてすべての結果を整理する．

6.5 解析結果と考察

6.5.1 定常キャビテーション

定常キャビテーションとしては，実験的には各翼でキャビティの長さが等しい等長キャビテーションの他に，キャビティ長が翼ごとに交互に異なる交互翼キャビテーションやセル数1の旋回キャビテーションの旋回速度が羽根車と一致した非対称定常キャビテーションが知られている．ここでは翼数が2，3，4，5の羽根車について最後のものに対応する定常解が存在するか否かを調べた結果について述べる．

本解析では$\sigma/2\alpha$を与え，これに対する各翼のキャビティ長l_{sn}を決定する．実際の計算では各翼の定常キャビティ長$l_{sn}(n=0,1\ldots,Z_N\text{-}1)$を仮定し，式(6.2)のうちからキャビティの閉鎖条件を除いた関係式を用いて各翼のキャビティの後縁厚さ$\eta_n(l_{sn})$ $(n=0,1\ldots,Z_N\text{-}1)$を求め，試行計算により$\eta_n(l_{sn})=0(n=0,1\ldots,Z_N\text{-}1)$となるような$l_{sn}$ $(n=0,1\ldots,Z_N\text{-}1)$を求めればよい．このとき翼数だけのパラメータ$(l_{sn})$を決定しなければならないが，本研究では実験でみられたパターンについて調べるために次の方法を用いた．すなわちキャビティ長l_{sn}を

$$l_{sn}=a+b\sin\left(2\pi\frac{n}{Z_N}m\right) \qquad (m\text{:セル数}) \tag{6.8}$$

などと仮定しこれに対する閉鎖条件の残差

$$\frac{\delta(a,b)}{C}=\frac{1}{CZ_N}\sum_{n=0}^{Z_N-1}\left|\eta_n\left(a+b\sin\left(2\pi\frac{n}{Z_N}m\right)\right)\right| \tag{6.9}$$

を求め$\delta(a,b)/C$が極小となるa，bからキャビティ長さの近似値を求める．その後Newton法などによって閉鎖条件$\eta_n(l_{sn})=0$を満たすl_{sn}を求める．ここでmはセル数である．

Figure6.2に弦節比C/h=2.0，食違い角β=80.0°，翼数Z_Nが3，4の羽根車に相当する翼列に生じるキャビテーションに対して求めた閉鎖条件の残差$\delta(a,b)/C$を示す．$\sigma/2\alpha$は2.4である．Figures6.2(a),(b)は翼数が3,4の羽根車に対してセル数mを1としてキャビティ長を式(6.8)のように仮定した場合の閉鎖条件の残差$\delta(a,b)/C$である．

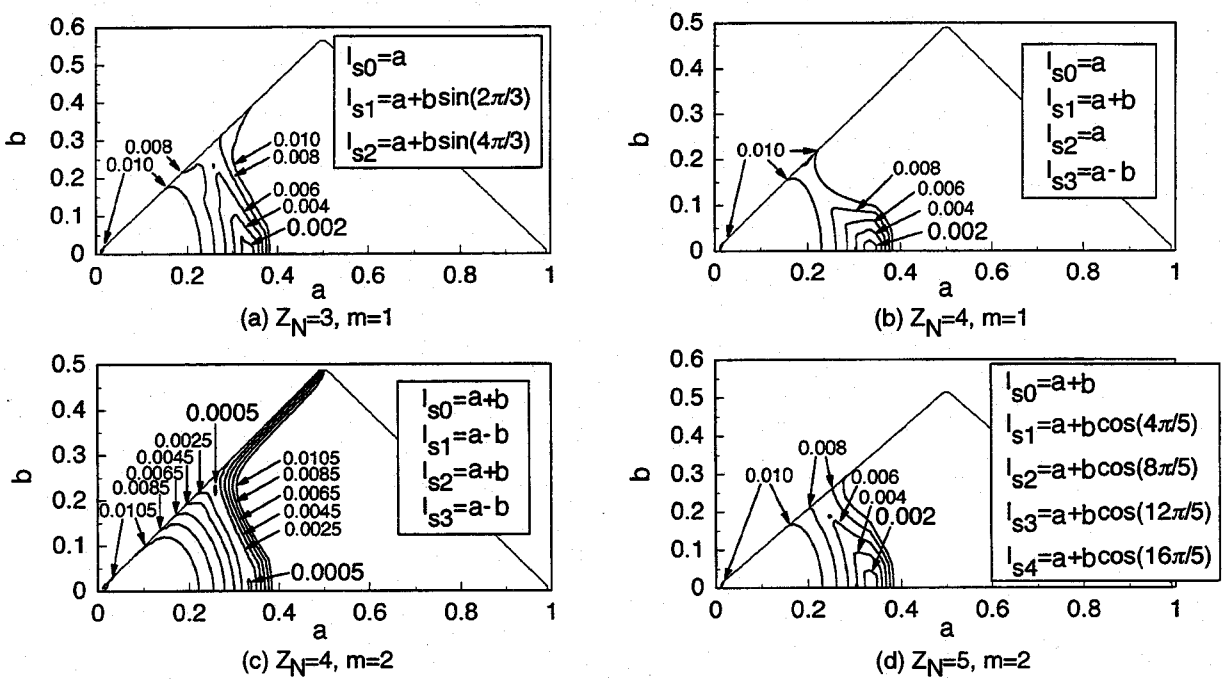


Fig.6.2 Residual of closure condition at $\sigma/2\alpha$=2.4

Figure6.2(a),(b)において残差はaが0.33，bが0の近傍で最小となる．このことから$\sigma/2\alpha$=2.4ではセル数が1のキャビテーションを仮定した場合には各翼でキャビティの長さが等しい等長キャビテーションの解のみが存在し，実験で観察されたセル数が1の非対称キャビテーションに相当する解は存在しないであろうことがわかる．Figure6.2(c),(d)は4枚翼および5枚翼の羽根車に対してセル数を2とした場合の残差を示す．Figure6.2(c)において(a=0.33，b=0)あるいは(a=0.26，b=0.22)の近傍で$\delta(a,b)/C$が極小値をとる．このことから4枚翼の羽根車においては等長キャビテーション解の他に翼ごとにキャビティ長が交互に異なる交互翼キャビテーシンが解として存在し得ることがわかる．Figure6.2(d)においてはa=0.33，b=0の近傍で$\delta(a,b)/C$が極小値をとる以外には極小点は見あたらない．このことから5枚翼の羽根車では等長キャビテーション解のみが存在し交互翼キャビテーションに相当する解は存在しないであろうことがわかる．

以上のような，あるいはより実際に近いと考えられる形を仮定した試行計算を翼数が2，3，4，5の羽根車に対して$\sigma/2\alpha$を変えて行い，解として得られるであろう定常キャビティ長l_{sn}を予測した．これらの試行計算による結果から交互翼キャビテー

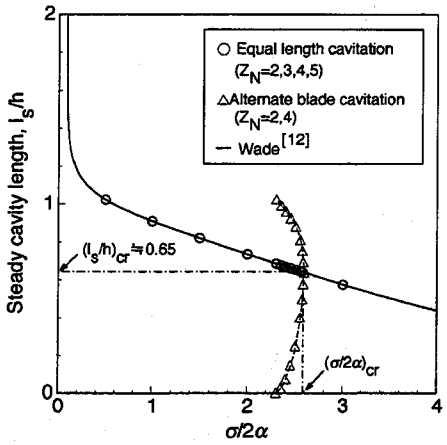


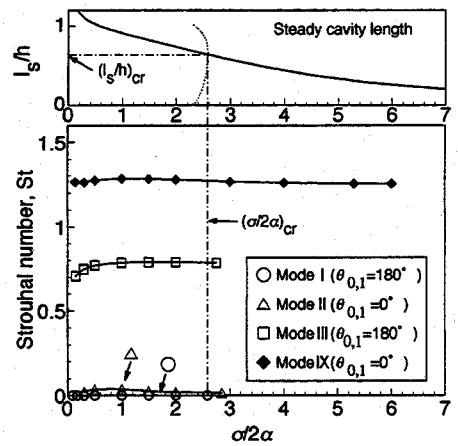
Fig.6.3 Steady cavity length for the cascade with Z_N=2,3,4,5, C/h=2.0 and β=80°

ション解は偶数枚(2，4)の翼を持つ羽根車にのみ現れ得ることが明らかになった．偶数枚の翼を持つ羽根車で交互翼キャビテーションが現れるという事実は実験による観察[2],[5]とも一致している．

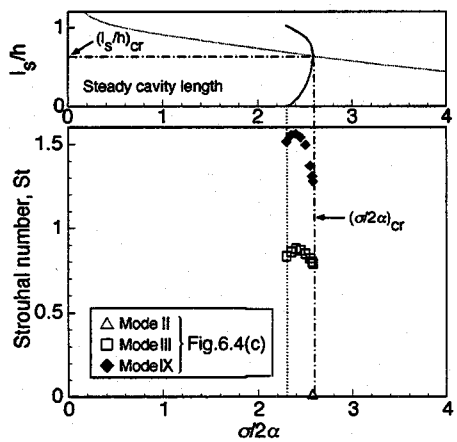
以上の方法で予測した定常キャビティ長l_{sn}の近似値を初期値として与え，閉鎖条件($\delta(a,b)/C \ll 10^{-8}$)を満足するまで定常キャビティ長の補正を繰り返して解を導出した．$\sigma/2\alpha$に対する定常キャビティ長をFig.6.3に示す．Figure6.3中の白丸(○)が等長キャビテーション解である．Figure6.3には等角写像を用いたWade[12]の結果を実線で示している．Figure6.3中の白三角△は偶数枚(2，4枚)の翼を持つ羽根車に対して得られた交互翼キャビテーション解である．

6.5.2 キャビテーションの不安定モード

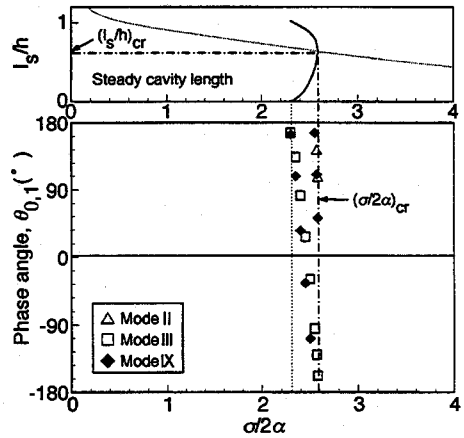
Figures6.4，6.5，6.6，6.7に翼数が2，3，4，5の羽根車に相当する翼列に生じるキャビテーションの定常解に対する不安定モードの周波数および解析の結果として得られるキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{n,n+1}$($\theta_{n,n+2}$)を示す．本解析において多数の不安定モードが得られたが，低次モードのみを示している．前章までの研究では幾つかの変動モードを想定しこれから予想される変動の翼間位相差を仮定して想定したモードの安定性を調べた．本章の方法では翼数を仮定し式(6.4)を満たす周波数を順次調べれば調べた周波数範囲のモードがすべて求められることになる．各図の上部には$\sigma/2\alpha$に対する定常キャビティ長を示す．2枚翼および4枚翼の羽根車に生じ



(a) Strouhal number for equal length cavitation



(b) Strouhal number for alternate blade cavitation



(c) Phase angle for alternate blade cavitation

Fig.6.4 Destabilizing roots for the cascade with Z_N=2, C/h=2.0 and β=80°

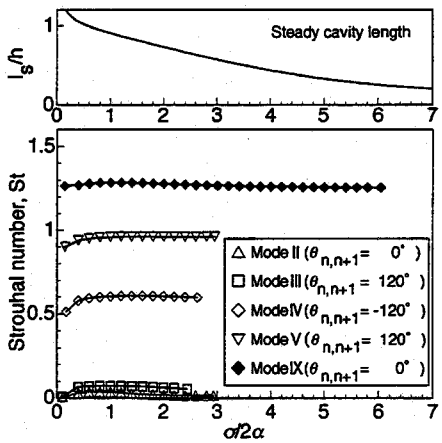
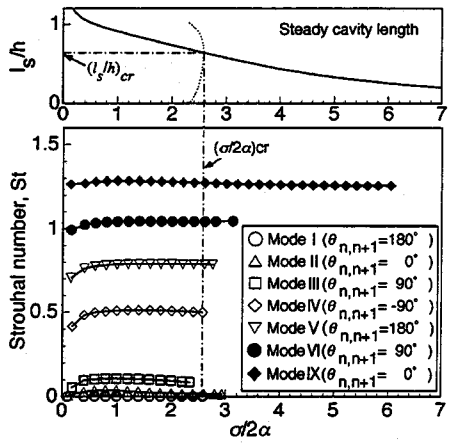
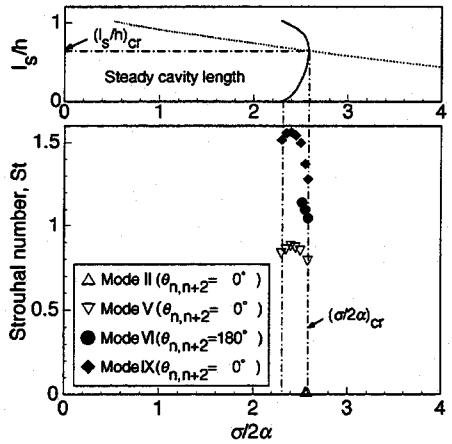


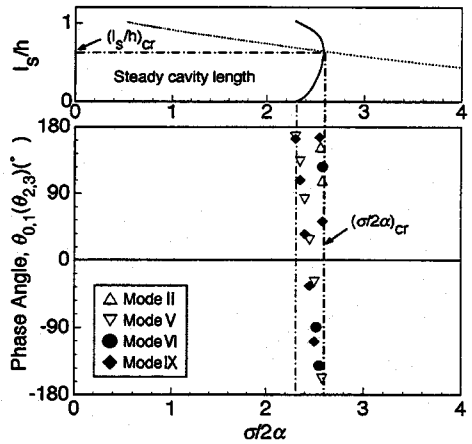
Fig.6.5 Destabilizing roots for the cascade with Z_N=3, C/h=2.0 and β=80°



(a) Strouhal number for equal length cavitation



(b) Strouhal number for alternate blade cavitation



(c) Phase angle for alternate blade cavitation

Fig.6.6 Destabilizing roots for the cascade with Z_N=4, C/h=2.0 and β=80°

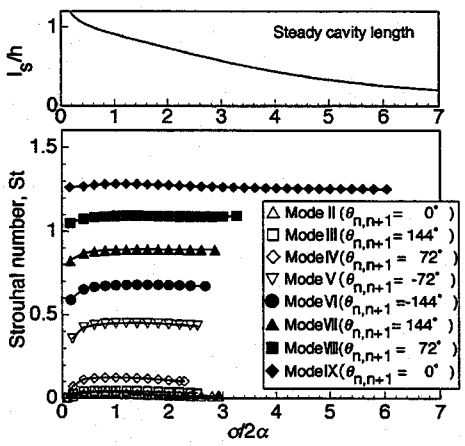


Fig.6.7 Destabilizing roots for the cascade with Z_N=5, C/h=2.0 and β=80°

る交互翼キャビテーションの定常解に対する不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差をFigs.6.4(b),(c)，Figs.6.6(b),(c)にそれぞれ示す．等長キャビテーションのキャビティの長さの変動の翼間位相差$\theta_{n,n+1}$は翼群番号nによらず同一である．Figure6.4(c)，Fig.6.6(c)に示す交互翼キャビテーションにおける翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$は，長いキャビティが0(2)番目の翼群に存在するものとして定義されている．またFig.6.6(b)中に示される翼間位相差$\theta_{n,n+2}$はn番目の翼におけるキャビティ長の変動に対する(n+2)番目の翼におけるキャビティ長の変動の翼間位相差である．交互翼キャビテーションにおける翼間位相差は長いキャビティが偶数番の翼群に存在する場合の位相差である．

偶数枚の翼を持つ羽根車に相当する翼列に対する結果であるFig.6.4(a)およびFig.6.6(a)中の白丸(○)で示されるモードIはストローハル数Stが0のダイバージェンス型のモードでありキャビティ長の変動の翼間位相差は180°である．これは時間的に振動することなくある翼の上のキャビティが指数関数的に長くなり隣接翼の上のキャビティが短くなることを表している．これは交互翼キャビテーションへ移行するモードであり，等長キャビテーションが静的に不安定であることを表している．一方，Fig.6.4(b)およびFig.6.6(b)に示される交互翼キャビテーションに対する解析結果には，ダイバージェンス型のモードがみられないことから交互翼キャビテーションは静的に安定であるといえる．奇数枚の翼を持つ羽根車に相当する翼列に対する結果であるFig.6.5およびFig.6.7では等長キャビテーションに対して周波数が0のダイバージェンス型の解が見られず，等長キャビテーションはすべての領域で静的に安定であることがわかる．

Figure6.4(a)，Fig.6.5，Fig.6.6(a)，Fig.6.7でみられる翼間位相差$\theta_{n,n+1}$が0のモードII(図中，白三角(△))，モードIX(図中，黒菱形(◆))はキャビテーションサージを意味するモードである．このうちモードIIのストローハル数は入口ダクト長Lに依存するが，高次モードであるモードIXのストローハル数は入口ダクト長に依存しない[11]．ここではその理由を検討する．$\sigma/2\alpha$=2.0(α=4.0°)の場合のモードIIおよびモードIX

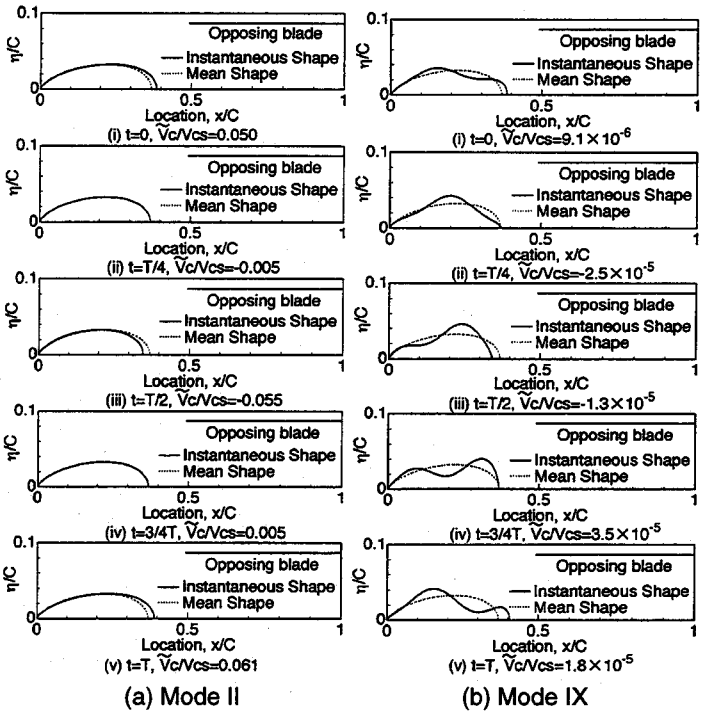


Fig.6.8 Unsteady cavity shapes in first and second modes with $\theta_{0,1}=0^\circ$ at $\sigma/2\alpha=2.0$ in the case with $\alpha=4.0^\circ$

の非定常キャビティ形状をそれぞれFigs.6.8(a),(b)に示す．キャビティ長が定常キャビティ長の1.05倍の時点(Fig.6.8の(i))から4分の1周期ごとに1周期分のキャビティ形状を示している．また定常キャビティ体積に対するキャビティ体積変動の比$\tilde{V}_c / V_{cs}$もFig.6.8中に示している．モードIXでの体積変動はモードIIの場合に比べて無視できるほど小さい．そこでモードIXでは入口ダクトの流量変動が生じず，ダクト長の影響を受けないものと考えられる．

Figures6.4～6.7のモードIII～VIIIは旋回キャビテーションを表すが，これらについては次節で論じる．またFigs.6.4～6.7でモードIIおよびモードIXは翼数によらず共通の周波数と発生範囲をもつ．

Figure6.6の結果は位相を仮定して行った2種類のモードに対する解析の結果(第3章Fig.3.3，第4章Figs.4.6，4.7)を合わせたものと一致する．このことから従来の解析で得られたモード以外の不安定モードは存在しないことが明らかになった．

6.5.3 旋回キャビテーション

旋回キャビテーションに相当する不安定モードに対する翼数の影響について考察する．そこでFigures6.4～6.7に示される，旋回キャビテーションに相当するモードIII

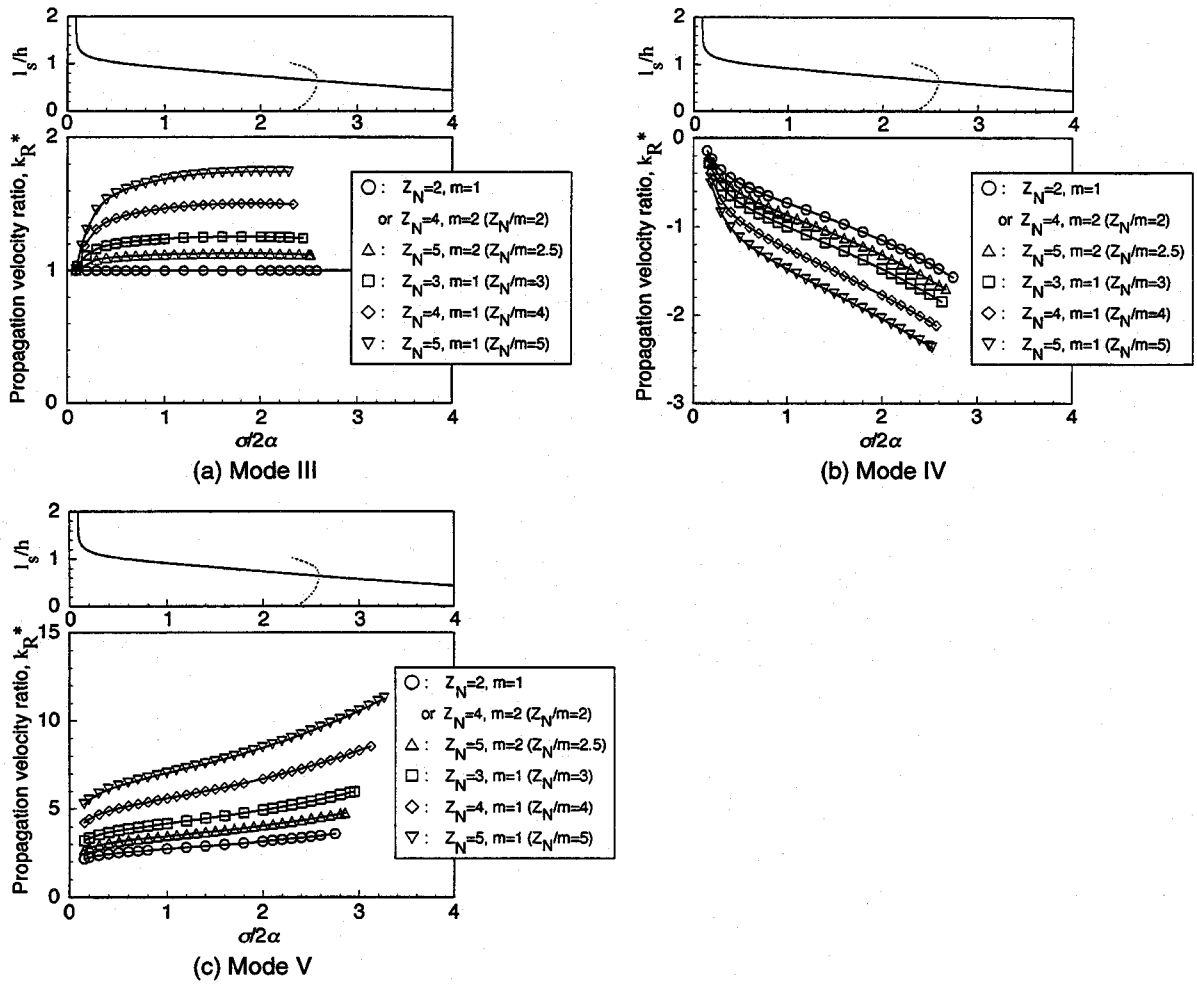


Fig.6.9 Destabilizing roots of rotating cavitation

～VIIIの中から低次モードを3つ取り出して伝播速度比k_R*に改め，それらを順にFigs.6.9(a),(b)およびFig.6.9(c)に示した．

モードIIIはその伝播速度比から通常よく見られる前まわりの旋回キャビテーション，モードIVは逆まわりの旋回キャビテーション，モードVは前まわりの高次の旋回キャビテーションである．いずれの場合もセル数に対する翼数の比Z_N/mが大きいほど，すなわち翼間位相差$2\pi m/Z_N$が小さいほど伝播速度比が大きくなっている．またZ_N/mが大きくなるとモードIII，IVの発生範囲は狭くなりモードVの発生範囲が広くなる．また，今回新たに計算結果として得られたZ_N/m=2.5以外は位相差を仮定した従来の結果と一致しており，位相差さえ適切に仮定しておけば従来の解析でも十分であることがわかる．

6.6 結言

(1) 交互翼キャビテーションは偶数翼の翼列にのみ生じ得ることが定常計算および安定解析により確認された．一方，非対称キャビテーションに相当する解は得られなかった．

(2) 各翼を独立に扱うことにより，低次のモードの範囲で生じ得るすべての不安定モードを求めた．その結果，考え得るモードについてすべて検討しておけば，翼間位相差を仮定した解析で十分な結果が得られることが判明した．

(3) 変動の翼間位相差が0のサージモードのうち最低次のものはキャビティの体積変動すなわち入口流量変動を伴うことから入口ダクト長に依存し，高次のモードはキャビティ体積変動を伴わないことから入口ダクト長に依存しないことが明らかになった．

(4) 旋回キャビテーションの伝播速度比k_R*の絶対値は翼数Z_N，セル数mにかかわらずZ_N/mが大きいほど，すなわち翼間位相差$2\pi m/Z_N$が小さいほど大きくなることが判明した．また最低次の前まわり，後ろまわりモードではZ_N/mが大きいほど旋回キャビテーションの発生範囲が狭くなるのに対し，高次の前まわりモードでは広くなることが明らかになった．

参考文献

[1] Acosta, A. J., 1965, "An Experimental Study of Cavitating Inducers," *Proceedings of the Second Symposium on Naval Hydrodynamics*, ONR/ACR-38, pp.537-557.

[2] Huang, J., D., Aoki, M. and Zhang, J. T., 1998, "Alternate Blade Cavitation on Inducer," *JSME International Journal*, Series B, Vol.41, No.1, pp.1-6.

[3] Young, W. E., 1972, "Study of Cavitating Inducer Instabilities, Final Report," *NASA-CR*, 123939.

[4] Kamijo, K., Yoshida, M. and Tsujimoto, Y., 1993, "Hydrouric and Mechanical Performance of LE-7 LOX Pump Inducer," *AIAA Journal of Propulsion and Power*, Vol.9, No.6, pp.819-826.

[5] de Bernardi, J., Joussellin, F. and Von Kaenel, A., 1993, "Experimental Analysis of Instabilities Related to Cavitation in a Turbopump Inducer," *Proceedings of the First International Symposium on Pump Noise and Vibrations*, Clamart, France, pp.1-9.

[6] Ryan, R. S., Gross, L. A., Mills, D. and Mitchell, P., 1994, "The Space Shuttle Main Engine Liquid Oxigen Pump High-Synchronous Vibration Issue, the Problem, the Resolution Approach, the Solution," *AIAA Paper* 94-3153.

[7] Tsujimoto, Y., Kamijo, K. and Yoshida, Y., 1993, "A Theoretical Analysis of Rotating Cavitation in Inducers," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.115, No.1, pp.135-141.

[8] 堀口，渡邉，辻本，青木，1998，"インデューサの交互翼キャビテーションに関する理論解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻623号，pp.1997-2003.

[9] 堀口，渡邉，辻本，青木，1998，"インデューサに生じる交互翼キャビテーションの安定解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻627号，pp.3737-3744.

[10] 渡邉，佐藤，辻本，上條，1998，"特異点法を用いた旋回キャビテーションの線形解析"，日本機械学会論文集（B編），第64巻622号，pp.1675-1682.

[11] Watanabe, S., Tsujimoto, Y., Franc J. P. and Michel J. M., 1998, "Linear Analysis of Cavitation Instabilities," *Proceedings of 3rd International Symposium on Cavitation*, Vol. 1, pp.347-352.

[12] Wade, R. B., 1967, "Linearlized Theory of a Partially Cavitating Cascade of Flat Plate Hydrofoils," *Applied Scientific Research*, Vol. 17, pp.169-188.

第7章　4枚翼等・不等翼弦長インデューサに生じる非定常キャビテーションの実験

7.1　本章の目的

第4章と第5章の等・不等翼弦長翼列に生じるキャビテーションの解析において翼の不等化により旋回キャビテーションの発生域が縮小し，翼前縁切除量の増加に伴い旋回キャビテーションの発生域の縮小量が増加することが明らかになっている．また，切除量の変化によりキャビティの発生パターンが変化することが判明している．

そこで本章では4枚翼等・不等翼弦長インデューサに生じるキャビテーションの実験を行い，翼の不等性がキャビテーションに与える影響を実験的な立場から調べる．その中でも主に旋回キャビテーションの抑制効果に着目する．ここでは第4，5章の解析で用いた翼列と同様に，不等翼弦長インデューサには翼前縁を翼1枚おきに交互に切除することにより不等性を付加している．

また，実験で用いたインデューサに相当する翼列に生じるキャビテーションの理論解析を行い，この解析により得られた定常キャビティ長とその安定性および不安定モードを，実験結果におけるキャビティ長および不安定現象と比較することにより本解析の妥当性および問題点について述べる．

7.2 実験装置

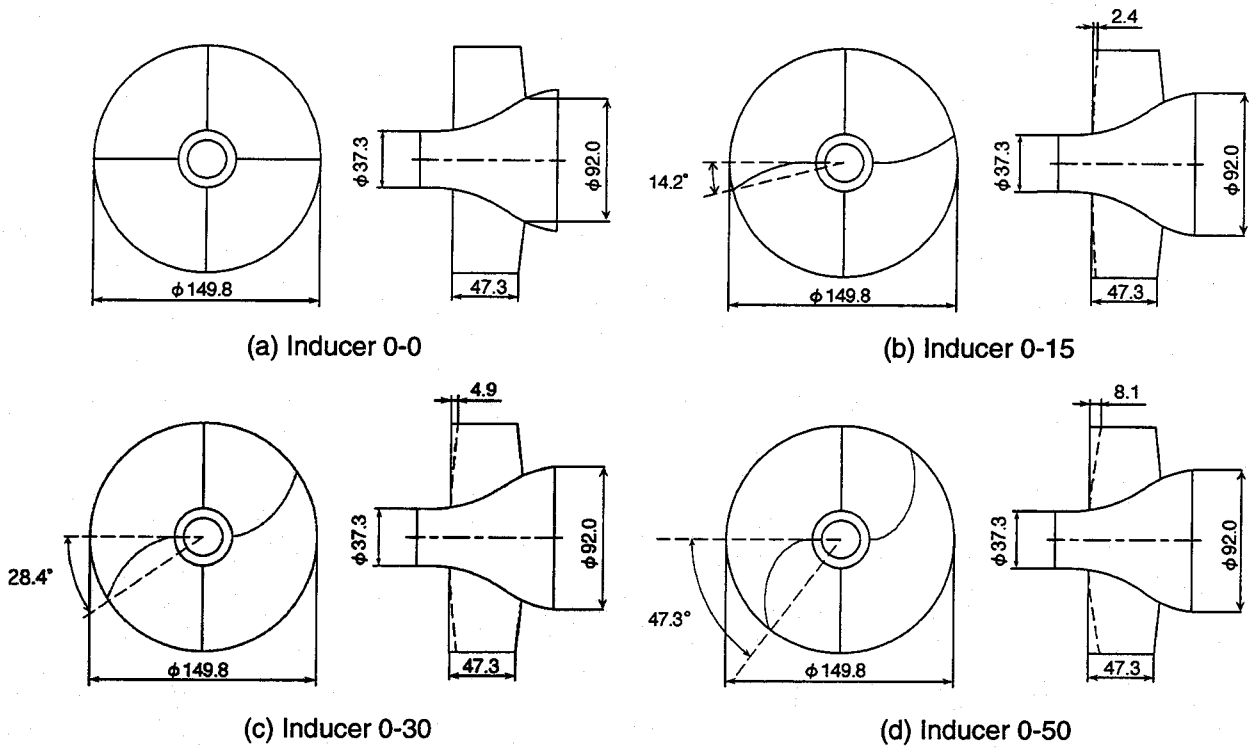


Fig.7.1 Sketch of experimental inducer

Table 7.1 Design parameters of experimental inducer

Number of blades	4
Tip diameter, D_t (mm)	149.8
Inlet tip blade angle, a (°)	7.5
Oulet tip blade angle, (°)	9.0
Hab/tip ratio at inlet	0.25
Hab/tip ratio at outlet	0.53
Solidity at tip	2.97
Tip clearance, (mm)	0.5
Inlet flow coefficient, ϕ_0	0.078

Figure7.1とTable7.1にそれぞれ供試インデューサの概略形状と主要設計諸元を示す．インデューサの材質はSUS316FBである．Fig.7.1(a)に示すインデューサ0-0はH-IIロケット(日)のLE-7エンジン用液体酸素ターボポンプの3枚翼インデューサとほとんど同じ設計方針で製作されている．インデューサ0-0以外のインデューサ0-15，0-30および0-50の翼前縁はインデューサ0-0の翼前縁から翼1枚おきに翼端でそれぞれ約

Table 7.2 Geometrical dimensions of inducer leading edge

		Inducer 0-0	Inducer 0-15	Inducer 0-30	Inducer 0-50
R(mm)	a(°)	Sweep Angle, (°)	Sweep Angle, (°)	Sweep Angle, (°)	Sweep Angle, (°)
18.65	27.77	0	0	0	0
20.00	26.25	0	0	0	0
30.00	18.20	0	0.51	1.03	1.71
40.00	13.84	0	2.92	5.85	9.47
50.00	11.16	0	5.91	11.82	19.70
60.00	9.33	0	9.14	18.28	30.47
70.00	8.02	0	12.50	25.01	41.43
74.90	7.50	0	14.18	28.37	47.28

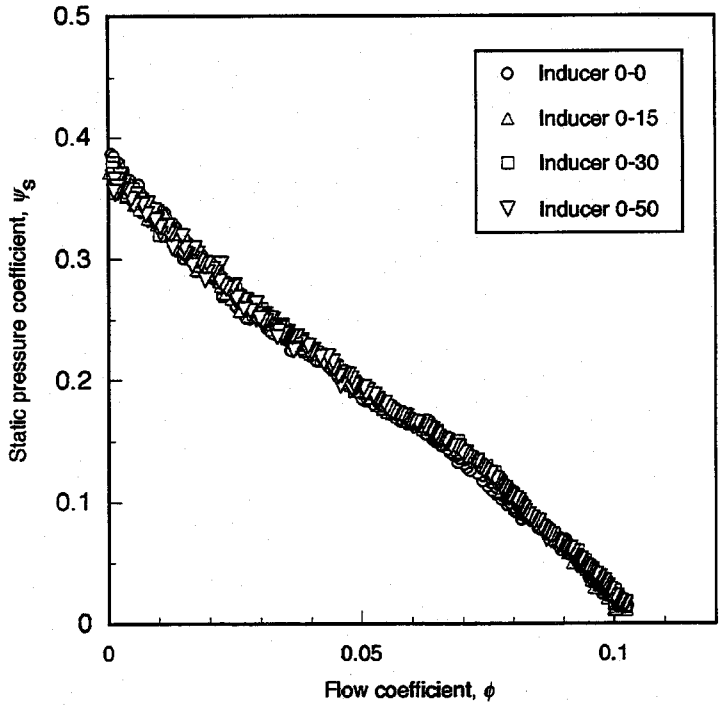


Fig.7.2 Performance curve of the inducer 0-0, 0-15, 0-30 and 0-50

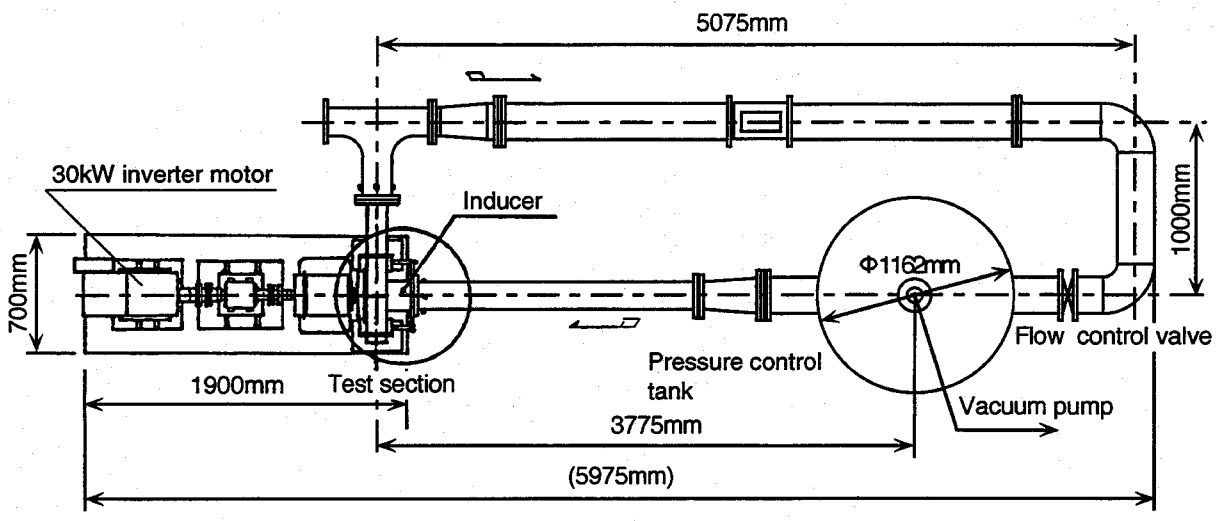
15°，30°および50°切除している．これらのインデューサの翼前縁形状をTable7.2に示す．Table7.2中のRとaはそれぞれ半径および羽根角を示す．インデューサの入口部付近の翼弦方向の翼形状を直線状にしているため，前縁切除量によらず入口部の羽根角度は同一であり翼端部分で7.5°である．翼形状が直線状の入口部から円弧状の部分を経て最終的な羽根出口角は9°となっている．また，翼はヘリカル形状としている．インデューサの外径D_tは149.8mm，ハブ比は入口部で0.25，出口部で0.53であり，翼端での翼厚みは2mm である．また，ハブ側の翼根本の応力を低減させるた

めにハブ側の翼厚みを大きくしている．キャビテーションが発生していない状態での各インデューサの性能曲線をFig.7.2に示す．この図に示されるように，各インデューサの性能はほぼ同一である．

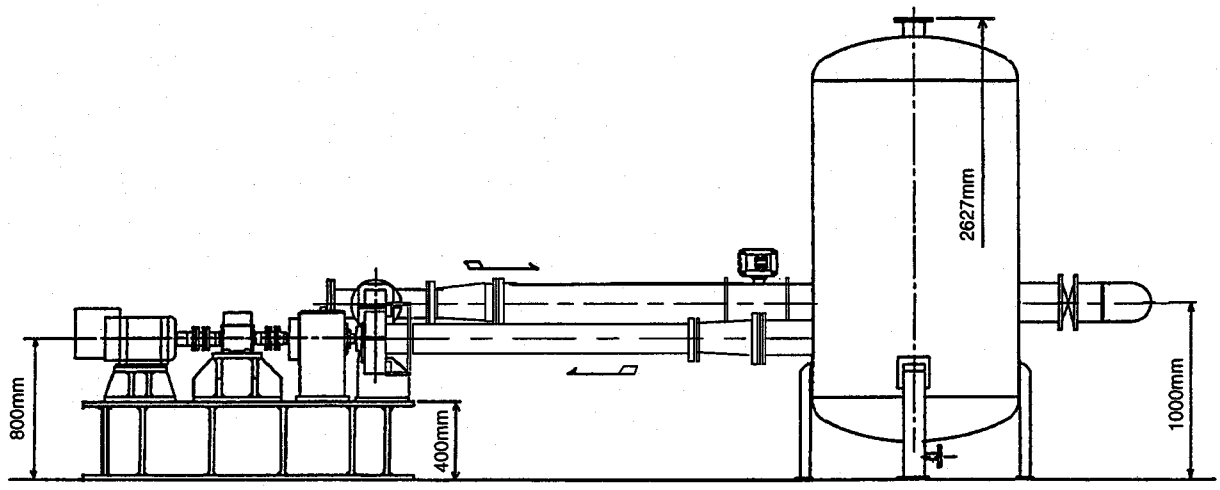
Figure7.3に実験で使用したキャビテーションタンネルのループ図とインデューサ近傍の実験装置断面図を示す．キャビテーションタンネルの全幅は約6m，ループ全長は12.150m，全高はタンク部で2.627mであり，ループは閉ループである．実験時には，このキャビテーションタンネルに，圧力制御用タンクの上部が気相となるように地上から約1.8mまで水道水を満たす．この気相を真空ポンプで減圧することにより系全体の圧力を減少させσの値を調節する．作動流体としての水は30kWのインバータモータで駆動されるインデューサにより吸込み・昇圧される．このインデューサの回転数を本実験においては3750rpmもしくは4000rpmに設定している．また，流量調整には下流に設けたバタフライ型の流量調節弁を用いている．Figure7.3(c)の斜線で示されるケーシングはキャビテーションの可視観察のためにアクリル製としている．このケーシングの内径は150.8mmであり，インデューサ翼端との隙間が0.5mmとなる．また，このケーシングにはインデューサの性能測定のための静圧測定孔P_{in}，P_{out}をそれぞれインデューサ0-0の翼前縁の上流296mm，翼後縁翼端の下流72mmの位置に設けている．インデューサ入口部の圧力変動計測ではFig.7.3(d)の斜線で示すケーシングを使用する．このケーシングには入口圧力変動の計測のためにインデューサ0-0の翼前縁の上流38mmの位置に圧力測定孔を設けている．また，このケーシングにはインデューサの性能測定のための静圧測定孔P_{in}，P_{out}をFig.7.3(d)に示すようにインデューサ0-0の翼前縁の上流165mm，翼後縁翼端の下流72mmの位置に設けている．

インデューサの運転中，流量，入口・出口圧力，軸回転数，軸トルクおよび水温を常時検出している．その系統図をFig.7.4に示す．この図に示すように，それぞれの計測データをアンプや表示器に経由させ，最終的にコンピュータ(PC-9801BX)で表示する．

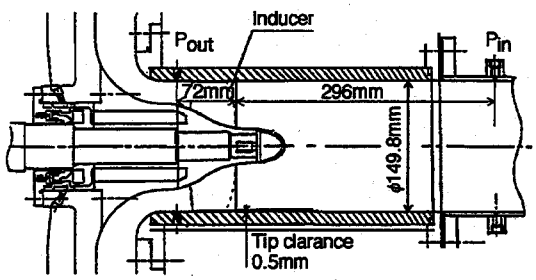
可視観察実験においては4500コマ/sの撮影機能を持つ高速度ビデオカメラ(Kodak



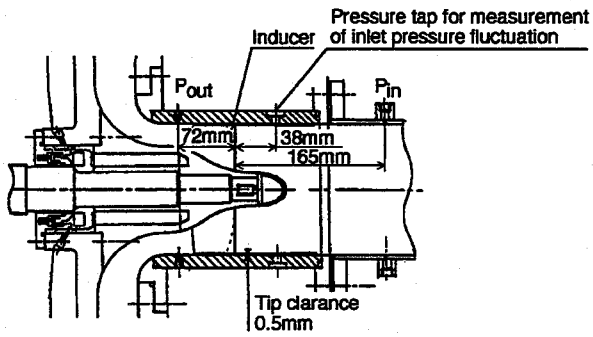
(a) Top view of cavitation tunnel



(b) Side view of cavitation tunnel



(c) Test section for visualization of unsteady cavitation



(d) Test section for measurement of performance and inlet pressure fluctuation

Fig.7.3 Experimental apparatus

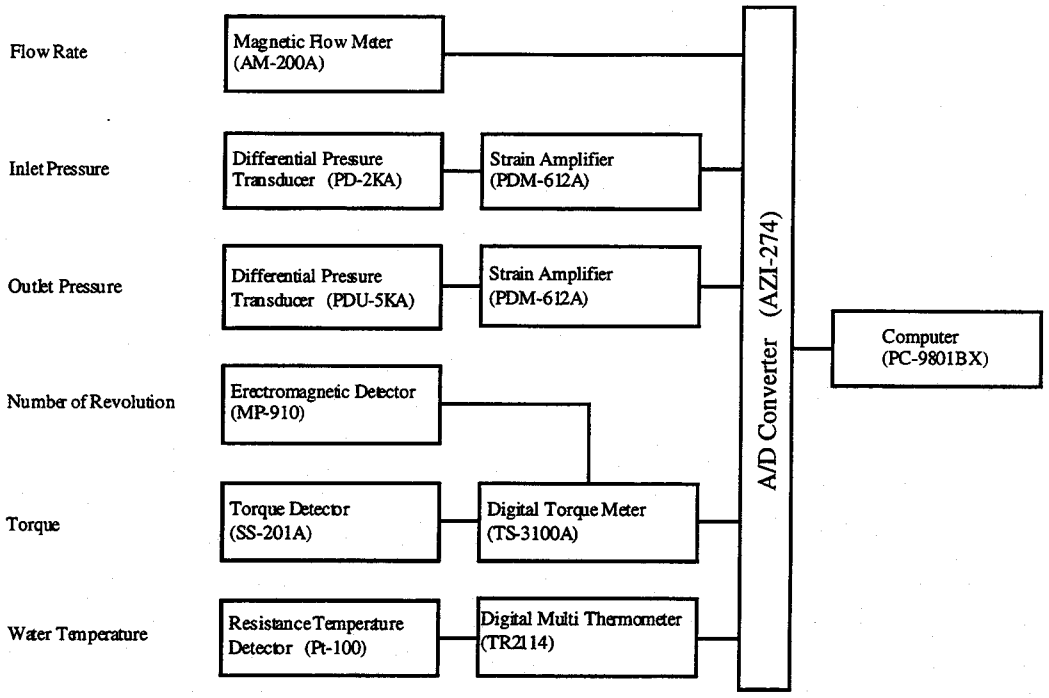


Fig.7.4 Instrumentation chain for observation of operation

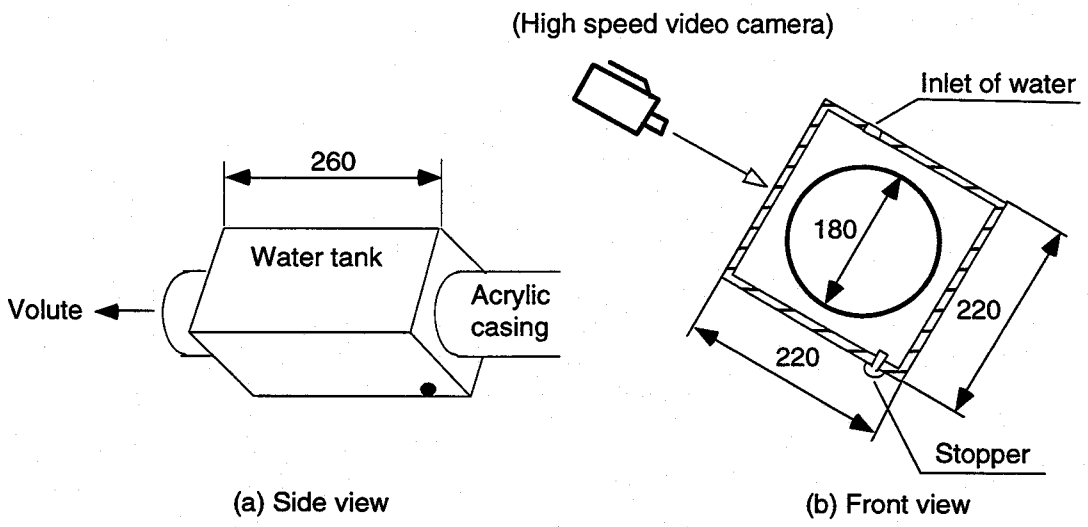


Fig.7.5 Water tank for visualization of cavitation by high speed video camera

HS-4540)によりキャビテーションの撮影を行う．このとき，ケーシングの円筒形状に起因する屈折による画像の歪みを補正するためにFig.7.5に示すアクリル製の箱でケーシングを被い，その中に水道水を充填する．

7.3 実験結果と考察

インデューサ0-0，0-15，0-30，0-50に対する実験結果をそれぞれ以下で検討する．

7.3.1 インデューサ0-0に生じるキャビテーション[1]

Figure7.6はインデューサ0-0を3750rpmで運転した場合の圧力変動スペクトルチャートを示す．圧力変動の計測位置はインデューサ0-0の翼前縁上流38mmのケーシング内壁面上である．これらは，各流量・揚程において入口圧力すなわちキャビテーション係数を小さい側から大きい側へ変化させた場合の計測結果である．これらの図の横軸は周波数f[Hz]，奥行きはキャビテーション係数σである．また，このチャートと高速度ビデオによるキャビテーションの観察からキャビテーション性能曲線上に各種非定常キャビテーションの発生領域を示したキャビテーションマップをFig.7.7に示す．この図中に●で示されている揚程はFig.7.3(b)に示すP_{in}とP_{out}の静圧差から導出されている．また，Fig.7.7中に$\sigma/2\alpha$が一定の曲線を一点鎖線で示している．この曲線は，キャビテーションの種類を分類する境界とおよそ平行であることがわかる．

圧力変動スペクトルチャート(Fig.7.6)やキャビテーションマップ(Fig.7.7)において(1)等長キャビテーション(Equal length cavitation ; E.L.C.)，(2)交互翼キャビテーション(Alternate blade cavitation ; A.B.C.)，(3)旋回キャビテーション(Rotating cavitation ; R.C.)，(4)キャビテーションサージ(Cavitation surge ; C.S.)の発生が見て取れる．ただし等長キャビテーションと交互翼キャビテーションの境界はキャビティ長さの目視観察だけでは不明確であるので，圧力変動の周波数分析結果の$2f_0$成分の振幅が$4f_0$成分を上回った時としている．

以上の観察を通して各非定常キャビテーションに関して次のことがわかった．

(1) 等長キャビテーション

圧力変動スペクトル上では軸回転周波数f_0の4倍の周波数成分として現れる．また，等長キャビテーションはキャビテーション係数が比較的大きい領域でのみ存在する．次に，高速度ビデオによるキャビテーションの可視化実験により得られた結

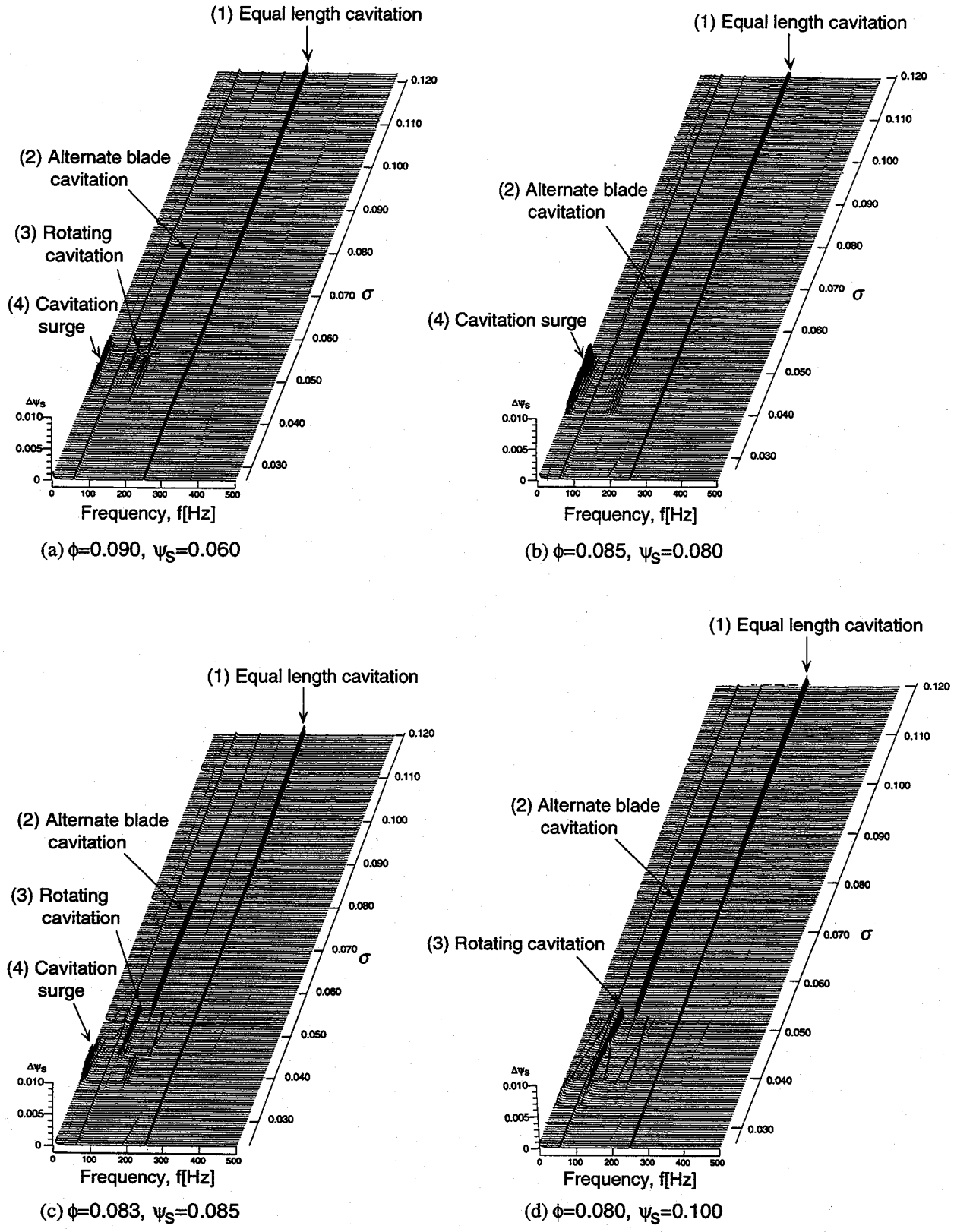
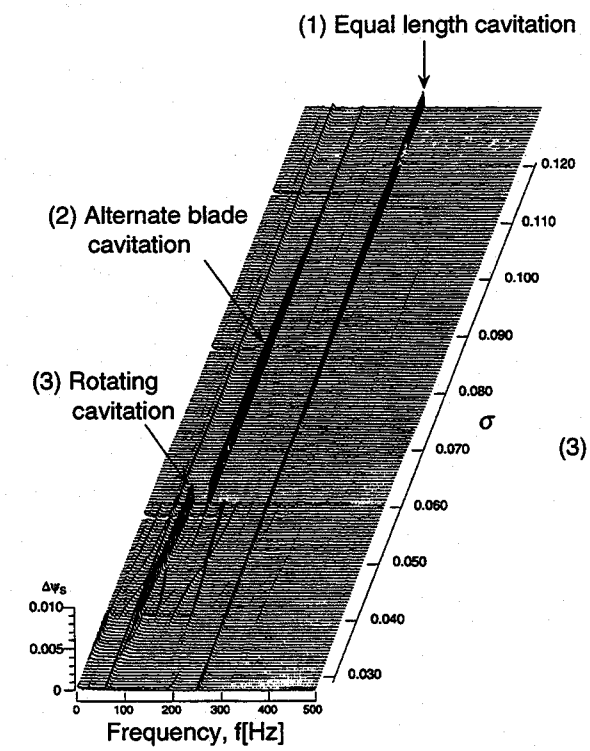
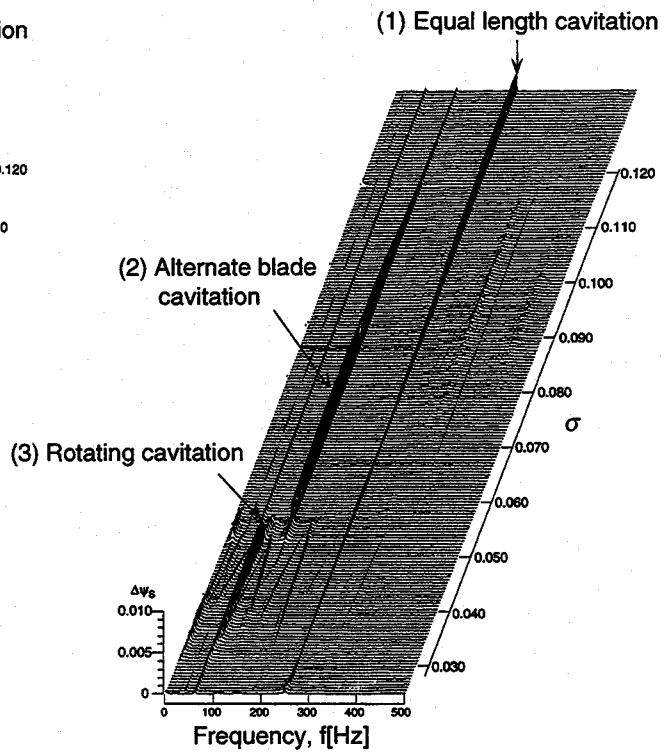


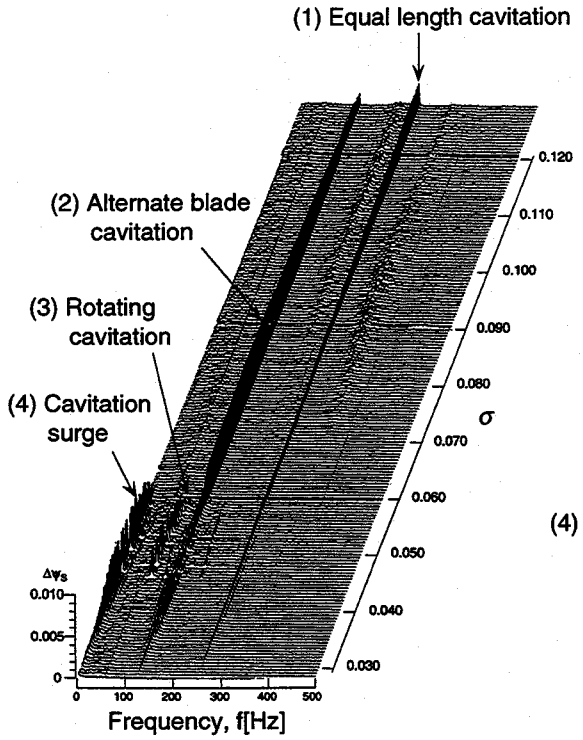
Fig.7.6 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-0 in the case with increasing σ. N=3750[rpm] (f_0=62.50[Hz])



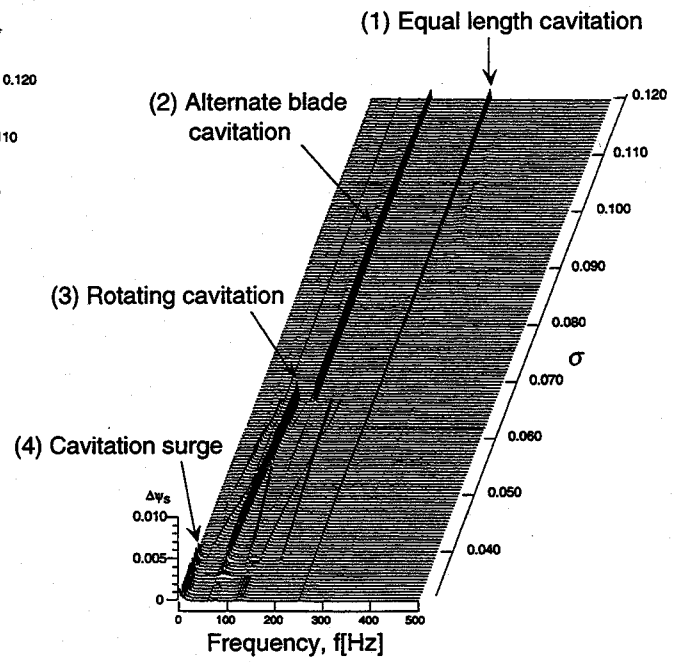
(e) ϕ=0.074, ψ_S=0.120



(f) ϕ=0.070, ψ_S=0.130



(g) ϕ=0.065, ψ_S=0.150



(h) ϕ=0.060, ψ_S=0.165

Fig.7.6 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-0 in the case with increasing σ N=3750[rpm] (f_0=62.50[Hz])

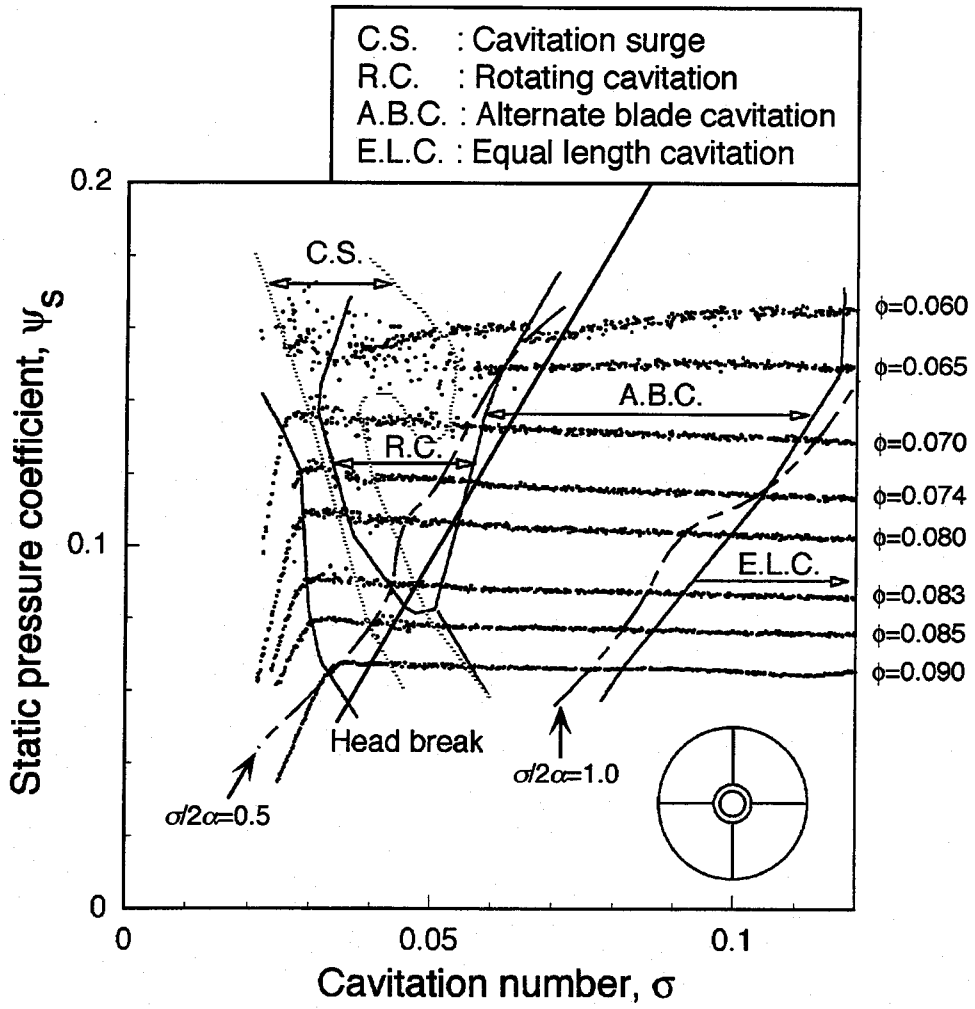


Fig.7.7 Suction performance and a map showing the occurrence regions of various cavitation in Inducer 0-0 for the case in which σincreases

果から読みとった等長キャビテーションのキャビティ長をFig.7.8に示す．このキャビティ長はインデューサの翼端の翼前縁から翼弦方向に測ったキャビティの長さであり，これをコードに対する比としてFig.7.8に示している．また，この図の横軸はインデューサ回転数である．Figure.7.8(a)はψ_s=0.100(ϕ=0.080),σ=0.100でみられた等長キャビテーションのインデューサ翼端におけるキャビティの長さである．この結果から，各翼に存在するキャビティの長さは時間的に変動することなくほぼ一定であることがわかる．ところで，等長キャビテーションはキャビテーション係数の減少に伴い，交互翼キャビテーションへと移行する．Figures7.8(b),(c)はそれぞれσ=0.090，σ=0.060の場合に生じる交互翼キャビテーションのキャビティの長さの時間的変化を示している．このキャビティの長さは等長キャビテーションの場合と同

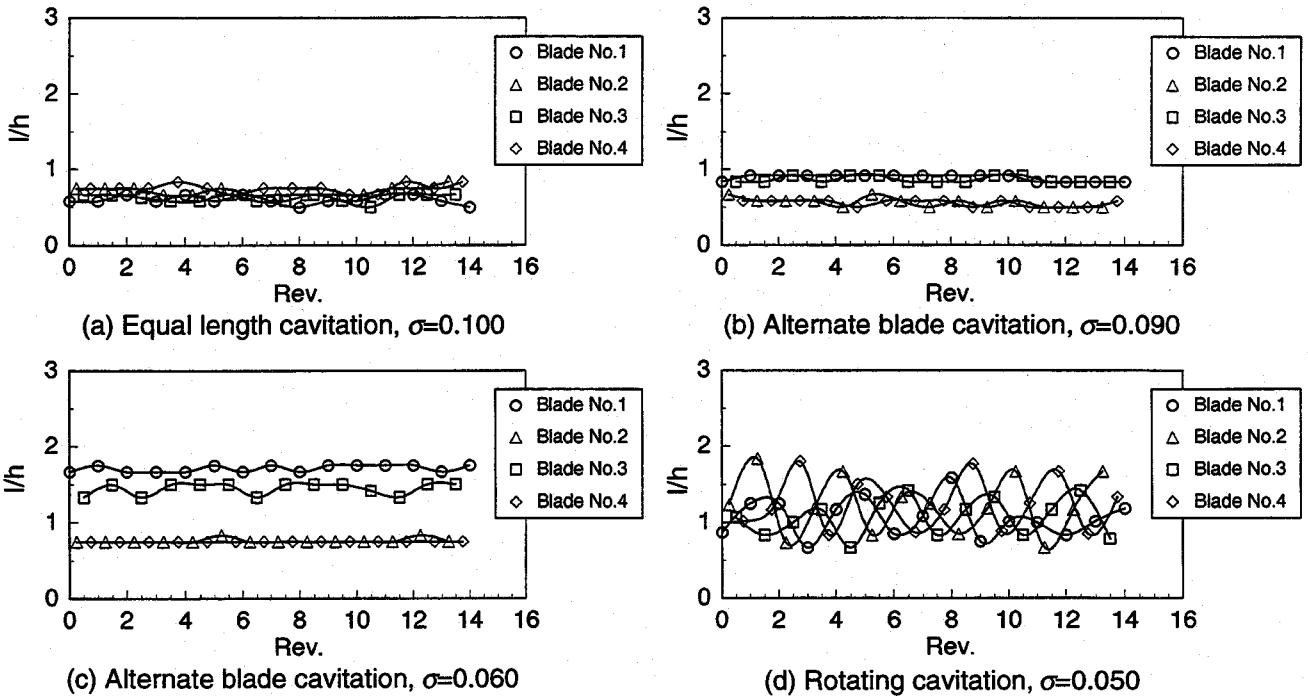


Fig.7.8 Oscillation of tip cavity length for ψ_S=0.100(ϕ=0.080)

様に時間的にほとんど変動しない．また，向かい合う1組の翼に発生しているキャビティが長く，他の1組の翼に発生しているキャビティが短くなっている．そしてσ=0.090からσ=0.060へとキャビテーション係数が減少するに伴い，長いキャビティと短いキャビティの長さの差が大きくなっている．Figure7.9に揚程ψ_sが0.165の場合のキャビテーション係数に対するインデューサ翼端のキャビティ長を示す．Figures7.9(a),(b)はそれぞれキャビテーション係数を大きい側から減少，小さい側から増加させて計測したインデューサ翼端のキャビティの長さである．これらの結果に示されるように，等長キャビテーションはそのキャビティの長さがピッチhのおよそ65%以上の領域では存在せずキャビテーションは交互翼キャビテーションとなる．また，キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合には短いキャビティの長さが0.65hを越えるときにサージが発生し，キャビテーション係数を小さい側から増加させた場合，サージから交互翼キャビテーションに移行する際の短いキャビティの長さは0.65hであることがわかる．キャビテーション発生域等に関してキャビテーション係数の時間履歴によるヒステレシスはほとんど現れない．

インデューサ0-0の翼端での翼列形状(弦節比C/h=2.97，食違い角β=82.50[°])を持

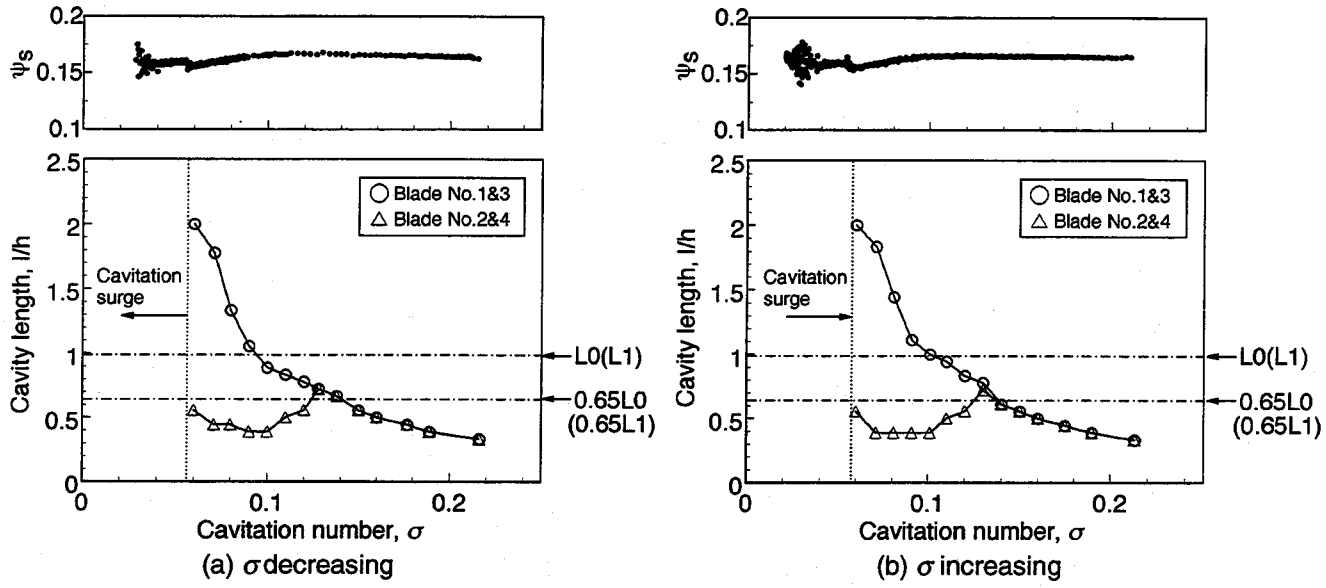


Fig.7.9 Experimental cavity length at the tip of inducer 0-0 at ψs=0.165(ϕ=0.060)

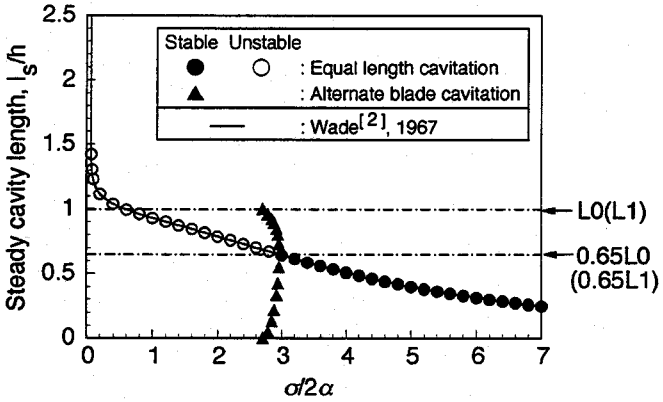


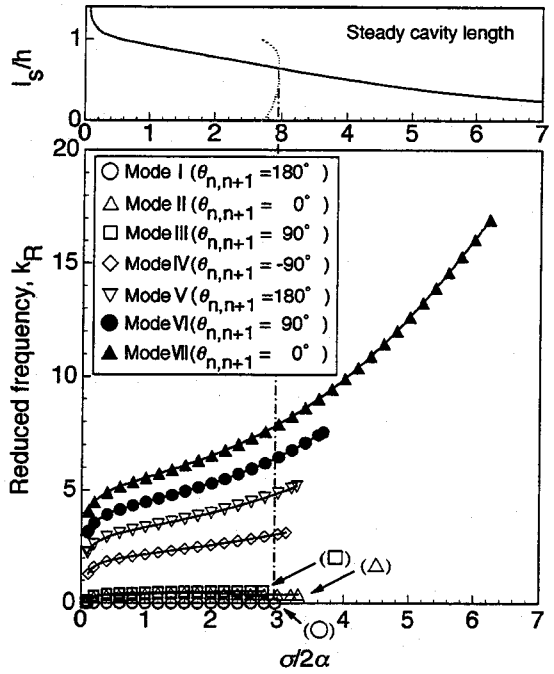
Fig.7.10 Numerical steady cavity length and its stability in the cascade with equal length blades, Le/h=0.0, C/h=2.97 and β=82.50°

つ翼列に生じる定常キャビテーションの解析結果をFig.7.10に示す．解析は定常キャビテーションのキャビティの長さのパターンを仮定しない第6章の解析モデルで行っている．解析では翼数Z_Nを4としている．Figure7.10の横軸は$\sigma/2\alpha$，縦軸は定常キャビティ長l_s/hである．実験結果との比較のために横軸をキャビテーション係数σとするべきであるが，交互翼キャビテーションの発生域が実験結果と計算結果でσに関して良い一致が得られなかった．そのため解析結果は$\sigma/2\alpha$のままで整理している．ところで，σの減少に伴うキャビティの成長過程は第2章で述べたように実験結果と解析結果でよく一致しており，またFig.7.7中の$\sigma/2\alpha$が一定の曲線はキャビテーションの種類を分類する境界線とおよそ平行である．このことから$\sigma/2\alpha$を横軸としても

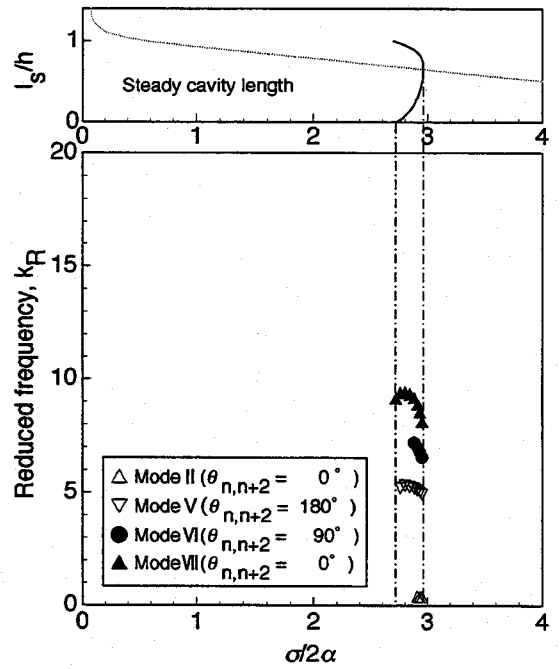
キャビティの成長過程の定性的な比較・検討は可能であろうと考えている．Figure7.10に示されるように，$\sigma/2\alpha$を大きい側から減少させた場合，等長キャビテーションのキャビティの長さがピッチhのおよそ65%に近付くと交互翼キャビテーション解が現れる．この点は実験結果をよく予測している．

Figure7.10に示されるインデューサ0-0に相当する翼列に生じる定常キャビテーション解に対して行った安定解析結果をFig.7.11に示す．この解析はキャビティ長の変動の翼間位相差を仮定しない第6章の解析モデルで行っている．また実験装置の入口ダクトの等価管長を考え，解析での入口ダクト長Lを47.61Cとしている．Figure7.11(a)は等長キャビテーション解の不安定モードの周波数k_Rを示している．また，Fig.7.11(a)中に各不安定モードのキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{n,n+1}$(n:翼群番号)を示してある．この解析により得られた不安定モードのキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{n,n+1}$は-90°，0°，90°，180°の4種類であった．これらのモードの内，モードI(Fig.7.11(a)中，白丸○)は周波数が0でキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{n,n+1}$が180°のダイバージェンス型のモードである．このモードに着目して安定性を判別するとモードIが存在する$\sigma/2\alpha \leqq 2.96$における等長キャビテーションは静的に不安定といえる．モードIIは$\theta_{n,n+1}=0$であることからキャビテーションサージを表すモードを意味する．このモードIIは後述する(Fig.7.41)ようにその周波数の大きさから実験で見られるキャビテーションサージに対応するものと考えられる．また，モードIII～VIは旋回キャビテーションのモードである．このうちモードIIIは$\theta_{n,n+1}=90°$の前まわりの旋回キャビテーションのモードであり，その周波数は実験と同程度(Fig.7.13参照)であることから，実験で見られる旋回キャビテーションに対応するモードと考えられる．このモードIIIは$\sigma/2\alpha \leqq 2.79$で見られる．また，モードVIIはキャビテーションサージの高次モードである．ところで，モード(IV～VII)に対応する変動は実験では観察されなかった．

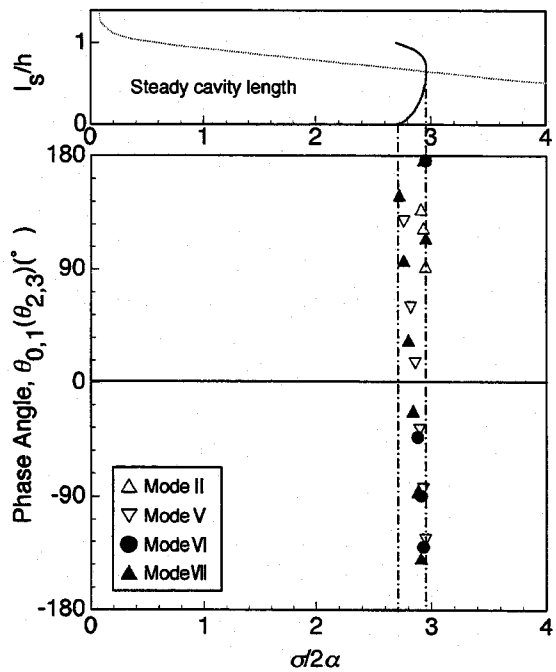
Figures7.11(b),(c)は交互翼キャビテーション解の不安定モードの周波数k_Rおよびキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$を示している．この交互翼キャビテーション解に対してはダイバージェンス型のモードはみられない．このことから交互



(a) Reduced frequency for the equal length cavitation



(b) Reduced frequency for the alternate blade cavitation



(c) Phase angle for the alternate blade cavitation

Fig.7.11 Destabilizing roots for the cavitation the cascade with equal length blades, Le/h=0.0, C/h=2.97 and β=82.50°

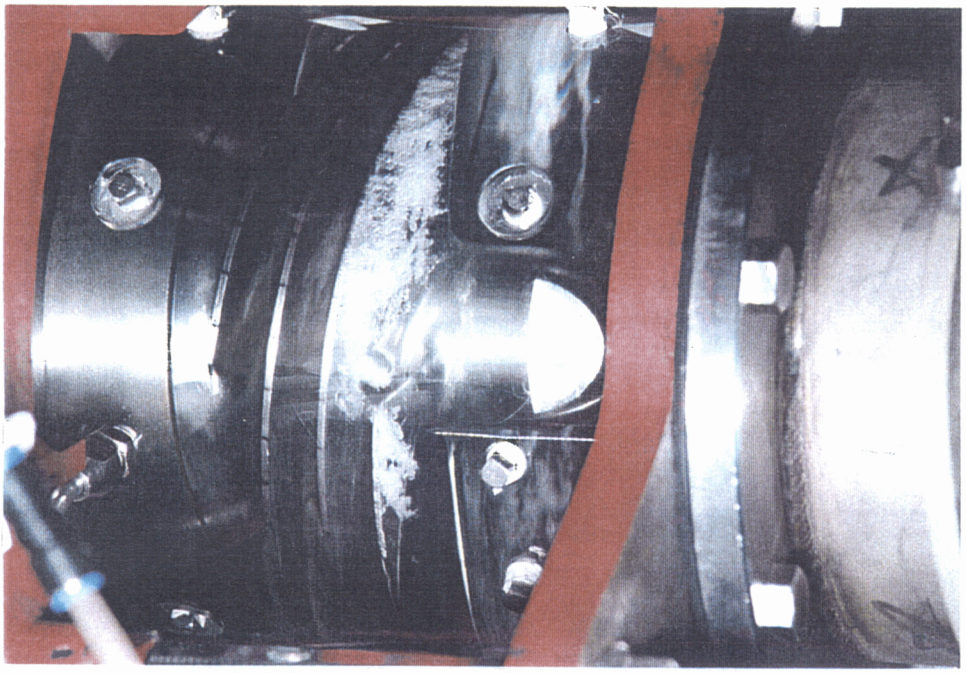


Fig.7.12 Photo of the alternate blade cavitation at ψ_S=0.165 and σ=0.090 in the Inducer0-0 for the case with decreasing σ

翼キャビテーションは静的に安定であるといえる．また，これらの不安定モードのキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$は$\sigma/2\alpha$により変化する．

モードIに着目して安定判別を行った結果をFig.7.10中に記してある．Fig.7.10中の黒丸(●)および黒三角(▲)がダイバージェンス型のモードに対して安定な定常キャビテーション解である．この結果から，$\sigma/2\alpha$を大きい側から減少させた場合に等長キャビテーションのキャビティ長がピッチのおよそ65%に達すると交互翼キャビテーションに移行し，交互翼キャビテーションが成長を終えた後の$\sigma/2\alpha$の小さい領域では，安定なキャビテーション解は存在しないことがわかる．また，これらは実験結果をよく捉えている．

(2)　交互翼キャビテーション

圧力変動スペクトル上では軸回転周波数f_0の2倍の周波数成分として現れる．キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合，等長キャビテーションのキャビティ長がピッチのおよそ65%以上になると交互翼キャビテーションが生じる．その際の移行は比較的穏やかである．また，交互翼キャビテーションのキャビティの長

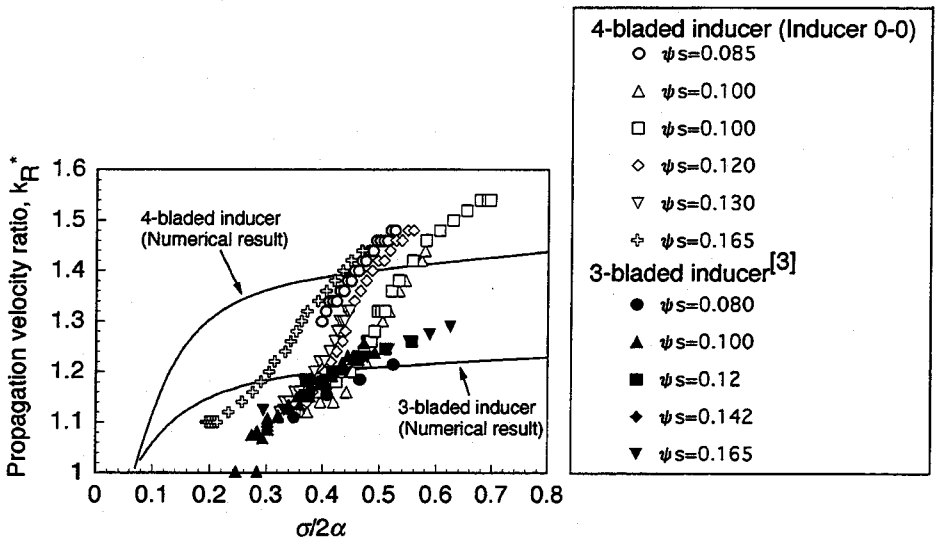


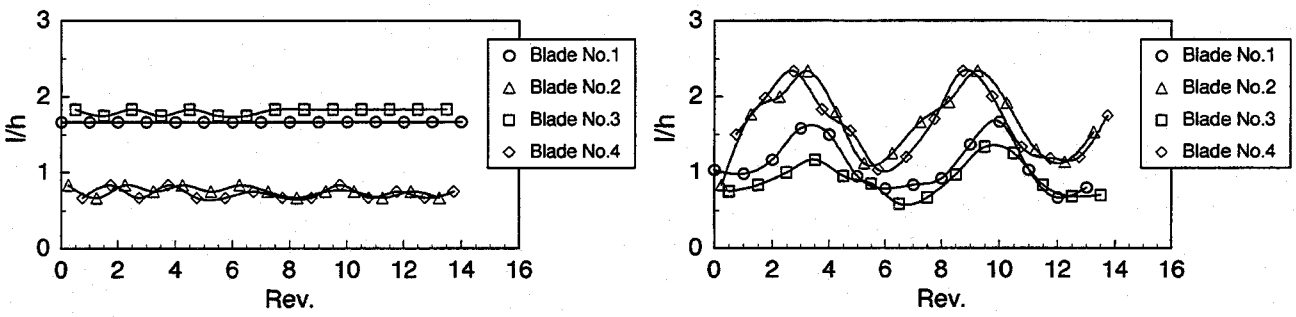
Fig.7.13 Comparison of propagation velocity ratio of rotating cavitation

さは4枚の翼の内，向かい合う1組の翼の上に生じるキャビティが長く他の1組が短くなる．交互翼キャビテーションを撮影した写真をFig.7.12に示す．一方の翼で長いキャビティが，他方の翼で短いキャビティが発生している様子がよく捉えられている．

キャビテーション係数の減少に伴い，交互翼キャビテーションは旋回キャビテーションもしくはキャビテーションサージへ移行する．これらの移行は交互翼キャビテーションの短い方のキャビティがピッチの70～80%程度の長さになると瞬時に起こる．

(3) 旋回キャビテーション

圧力変動スペクトル上では軸回転周波数f_0より高い周波数成分として観察される．旋回キャビテーションのキャビティの長さの時間的変化をFig.7.8(d)に示してある．また，旋回キャビテーションの伝播速度比を3枚翼インデューサの実験結果[3]および解析結果とともにFig.7.13に示す．この図に示されるように，各翼面上のキャビティは一定の位相差90°をもって変動していることがわかる．変動の周波数はキャビテーション係数が増加するにつれ増加する．旋回速度/羽根車周速(=伝播速度比)は3枚翼インデューサ(後退角あり)では1.2程度であるのに対して，4枚翼のインデューサ0-0では1.5以上の非常に大きいものとなっている．



(a) Alternate blade cavitation, σ=0.060　　(b) Cavitation surge σ=0.050

Fig.7.14 Oscillation of tip cavity length for ψ_S=0.080(ϕ=0.085)

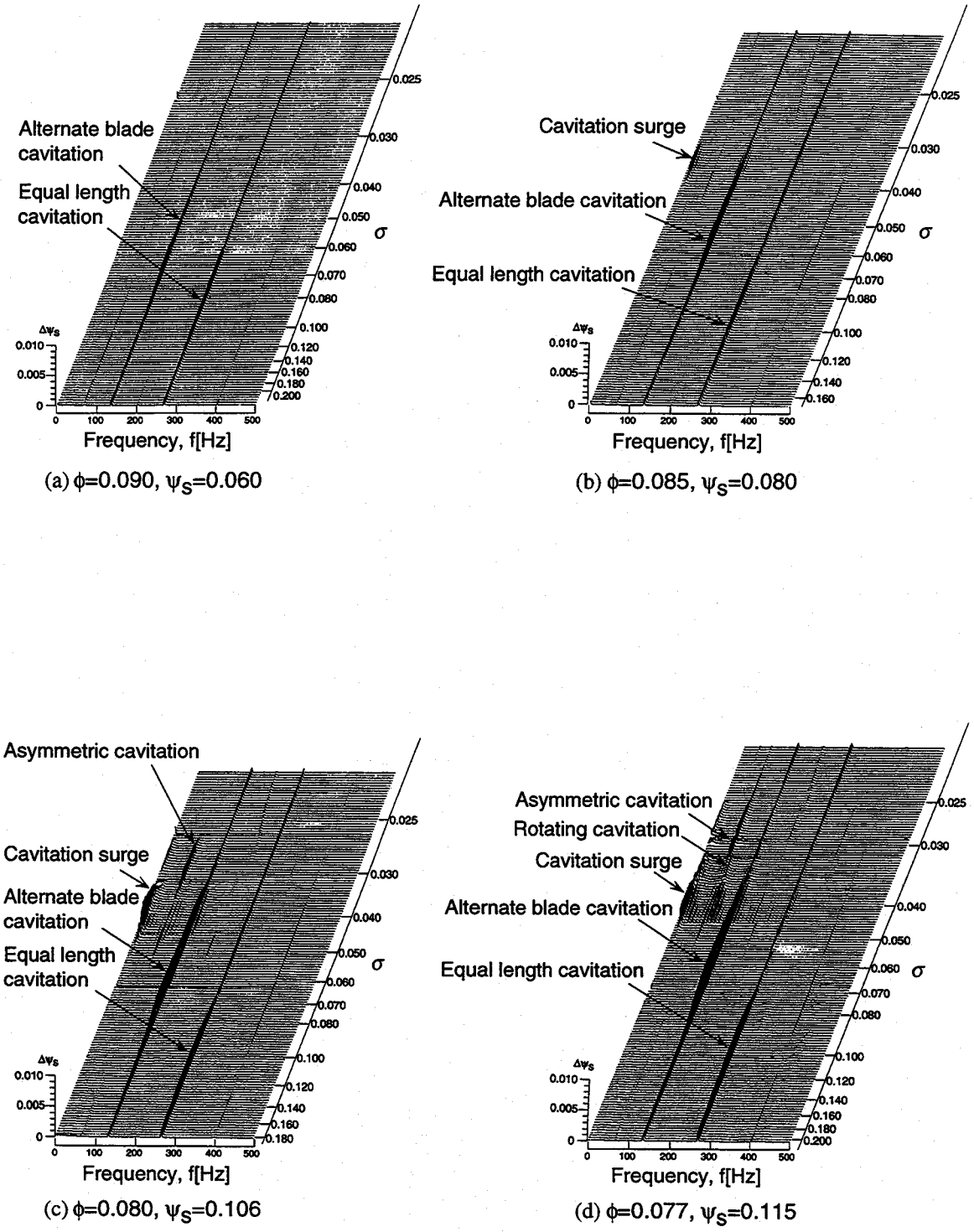
(4)　キャビテーションサージ

圧力変動スペクトル上では7Hz～10Hz程度の周波数成分としてみられる．キャビテーションサージにおける各翼面上のキャビティ長の時間的変動をFig.7.14(b)に示す．キャビテーションサージにおいては各翼面上のキャビティの長さは交互翼キャビテーションの形態を保ち，交互翼キャビテーションのキャビティ長(Fig.7.14(a))を平均値としながら変動する．

7.3.2　インデューサ0-15に生じるキャビテーション[4]

翼前縁を翼1枚おきに翼端で約15°切除したインデューサ0-15では，キャビテーション係数σを大きい側から減少させた場合と小さい側から増加させた場合の実験結果からキャビテーション係数の時間履歴による揚程およびキャビティの発生形態にヒステレシスが生じることが判明した．Figures7.15，7.16はキャビテーション係数を大きい側から減少させて実験を行った場合の圧力変動のスペクトルチャートとキャビテーションマップを，Figs.7.17，7.18はキャビテーション係数を小さい側から増加させて実験を行った場合の圧力変動のスペクトルチャートとキャビテーションマップを示す．

インデューサ0-15ではキャビテーションマップに示すようにインデューサ0-0でみられなかった非対称キャビテーション(Asymmetric cavitation;A.C.)の発生がみられる．この非対称キャビテーションでは各翼のキャビティは翼に固着し，そのパターンは非軸対称である．そのためスペクトル上では軸回転周波数f_0を持つ周波数成分として現れる．また，非対称キャビテーションは急激な揚程低下が起こる直前の小さい



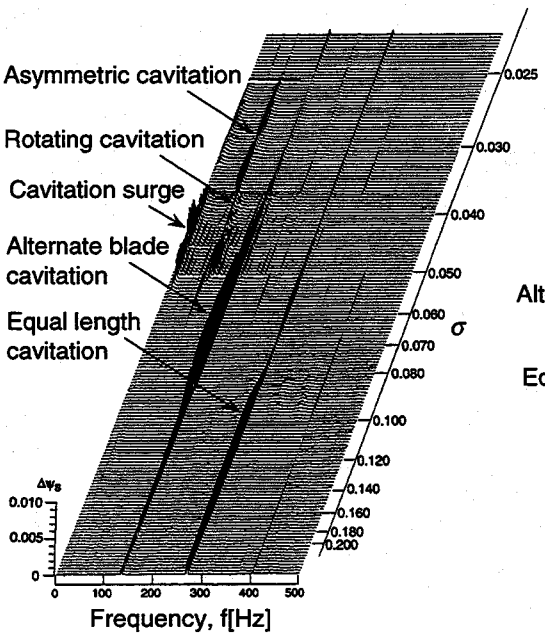
(a) ϕ=0.090, ψ_S=0.060

(b) ϕ=0.085, ψ_S=0.080

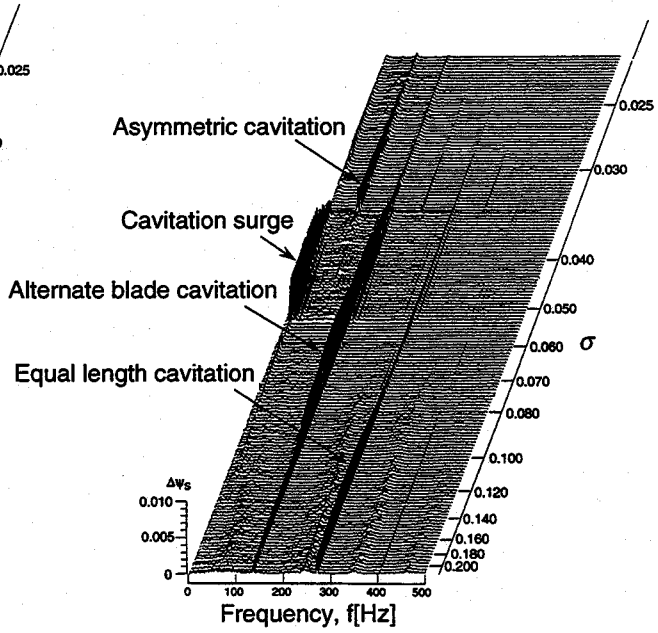
(c) ϕ=0.080, ψ_S=0.106

(d) ϕ=0.077, ψ_S=0.115

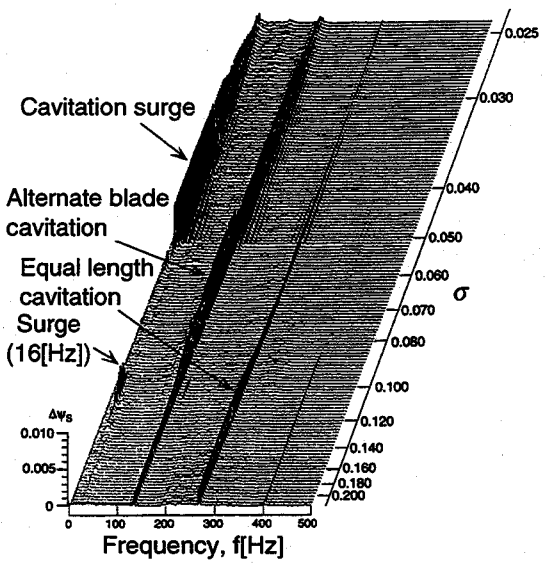
Fig.7.15 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-15 in the case with decreasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])



(e) ϕ=0.073, ψ_S=0.133



(f) ϕ=0.065, ψ_S=0.153



(g) ϕ=0.060, ψ_S=0.167

Fig.7.15 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-15 in the case with decreasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])

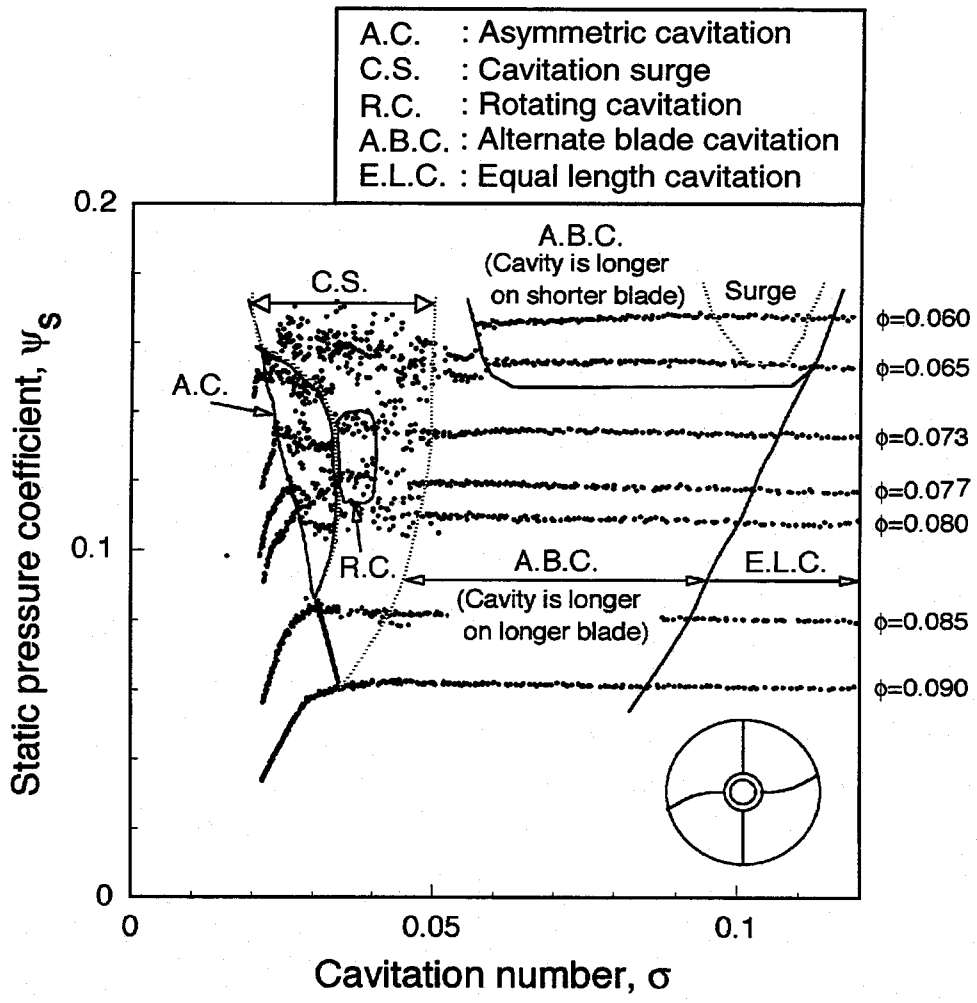
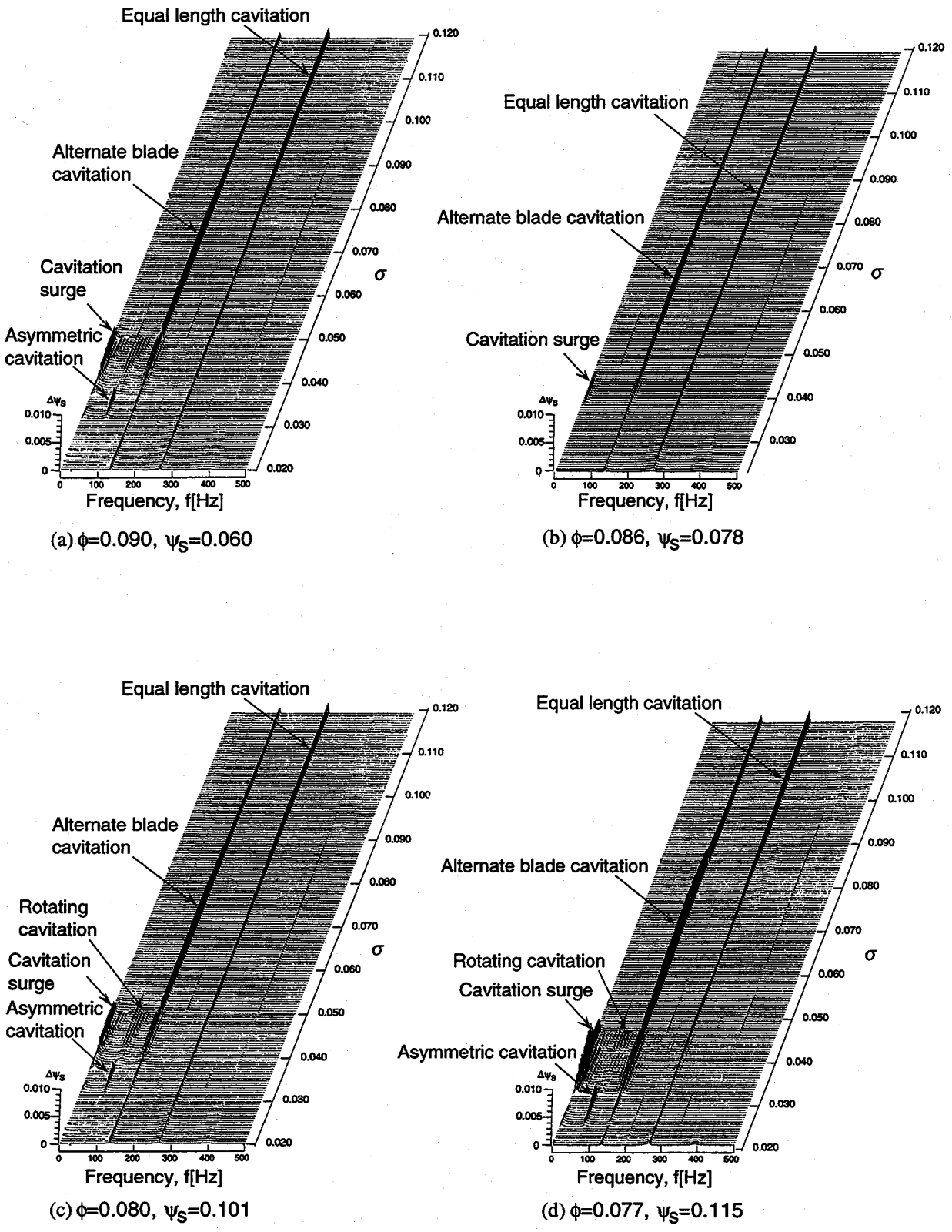


Fig.7.16 Suction performance and a map showing the occurrence regions of various cavitation in Inducer 0-15 for the case in which σ decreases



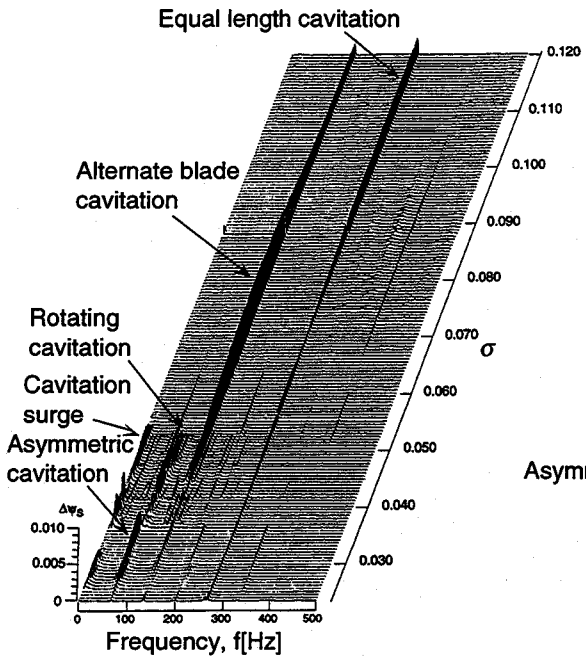
(a) ϕ=0.090, ψ_S=0.060

(b) ϕ=0.086, ψ_S=0.078

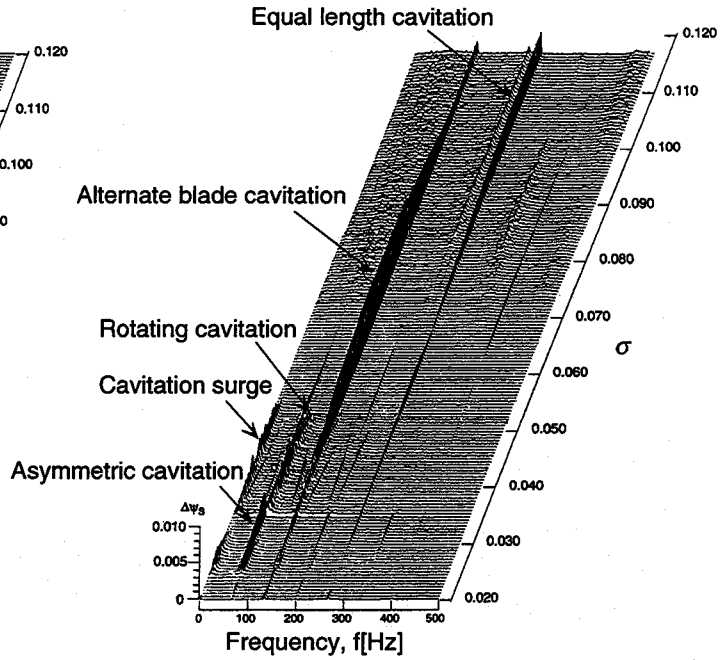
(c) ϕ=0.080, ψ_S=0.101

(d) ϕ=0.077, ψ_S=0.115

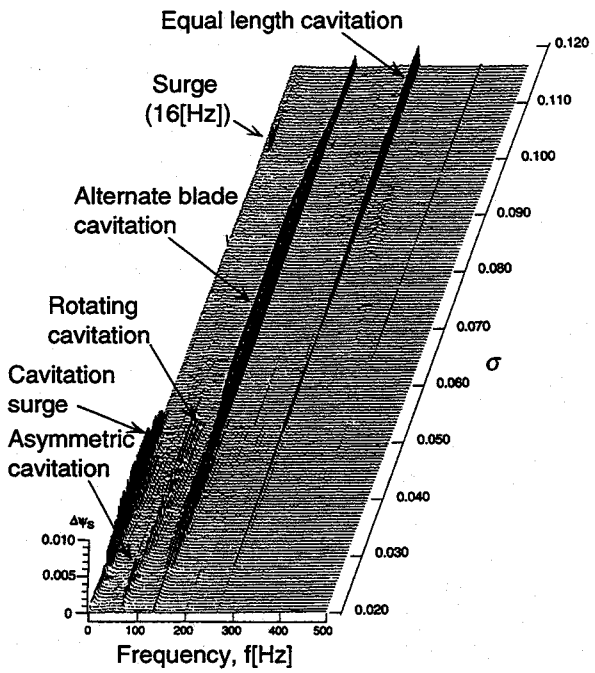
Fig.7.17 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-15 in the case with increasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])



(e) ϕ=0.074, ψ_S=0.130



(f) ϕ=0.067, ψ_S=0.145



(g) ϕ=0.061, ψ_S=0.164

Fig.7.17 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-15 in the case with increasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])

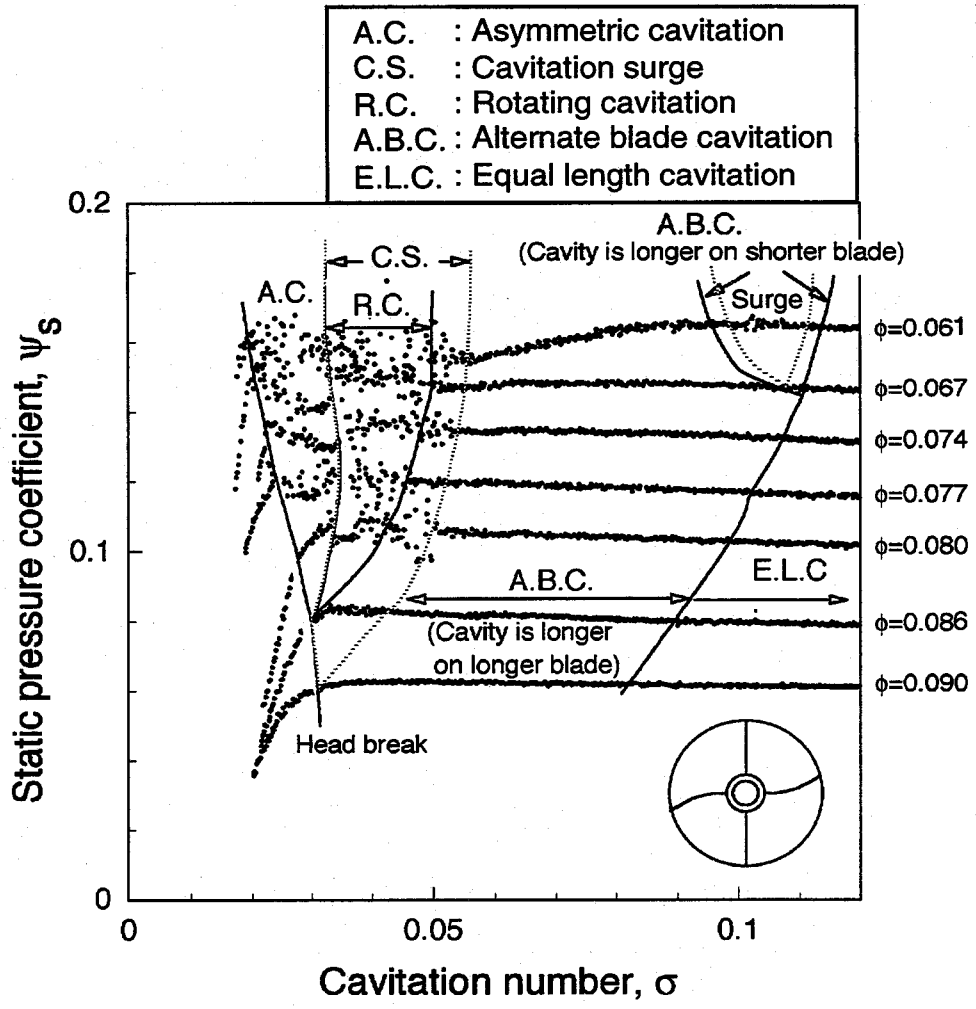


Fig.7.18 Suction performance and a map showing the occurrence regions of various cavitation in Inducer 0-15 for the case in which σ increases

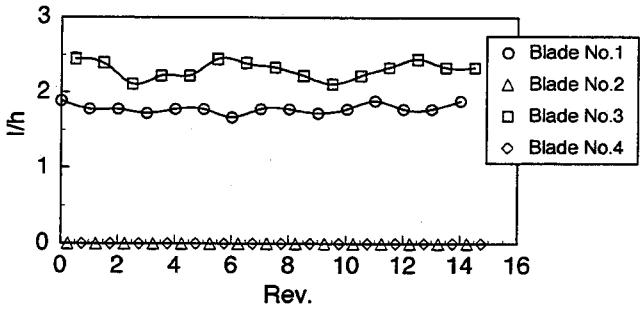
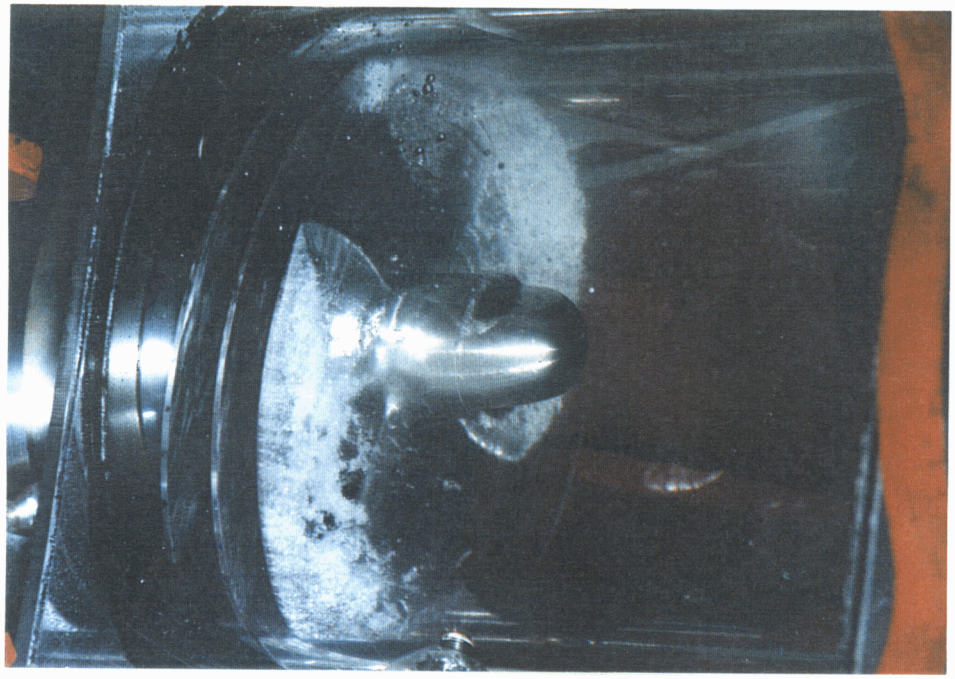


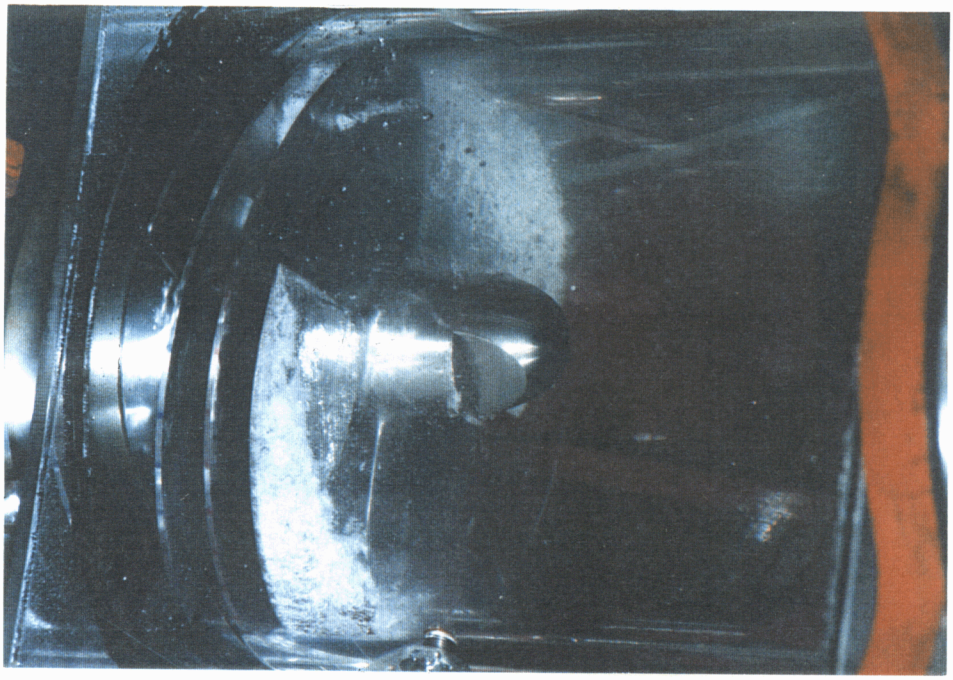
Fig.7.19 Tip cavity length of asymmetric cavitation ψ_S=0.130, σ=0.040

キャビテーション係数の領域でのみ存在する．高速度ビデオによるキャビテーションの可視化実験の結果から，非対称キャビテーション時のインデューサの翼端でのキャビティの長さを読みとり，それらをインデューサ回転数に対してプロットした結果をFig.7.19に示す．この場合の計測条件はψ_s=0.130,σ=0.040である．この非対称キャビテーションでは2枚の長い翼にそれぞれ長いキャビティと短いキャビティが生じており，長い翼に着目すればキャビテーションは交互翼キャビテーションとなっている．これらのキャビティの長さは時間的にあまり変動しない．一方，短い翼ではキャビティは観察されなかった．このように，非対称キャビテーションはそのキャビティのパターンが翼に固着し，かつ非軸対称であるため軸回転数と同じ周波数を持つ軸励振力を発生させる原因となる．

キャビテーション係数を大きい側から減少させて実験を行った場合にはキャビテーションサージによる圧力変動が大きく旋回キャビテーションによる圧力変動は小さい．また旋回キャビテーションの発生範囲もキャビテーション係数を小さい側から増加させて実験を行った場合の結果(Fig.7.18)と比較して狭くなっている．また，Figure7.16から2種類の交互翼キャビテーションが存在することがわかる．1つは長い翼に長いキャビティ，短い翼に短いキャビティが発生した交互翼キャビテーション，他方は長い翼に短いキャビティ，短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションである．これら2種の交互翼キャビテーションの写真をFig.7.20に示す．前者の交互翼キャビテーションはあらゆる流量に対して発生するが，後者の交互翼キャビテーションは低流量時($\phi \leq 0.065$)にのみ発生する．これら2種の交互翼キャビテーションは第4章「不等翼弦長インデューサに生じるキャビテーションの



(a) Cavity is longer on shorter blade in the case with decreasing σ
(ψs=0.172, σ=0.062)



(b) Cavity is longer cavity on longer blade in the case with decreasing σ
(ψs=0.166, σ=0.045)

Fig.7.20 Two types of the alternate blade cavitation.

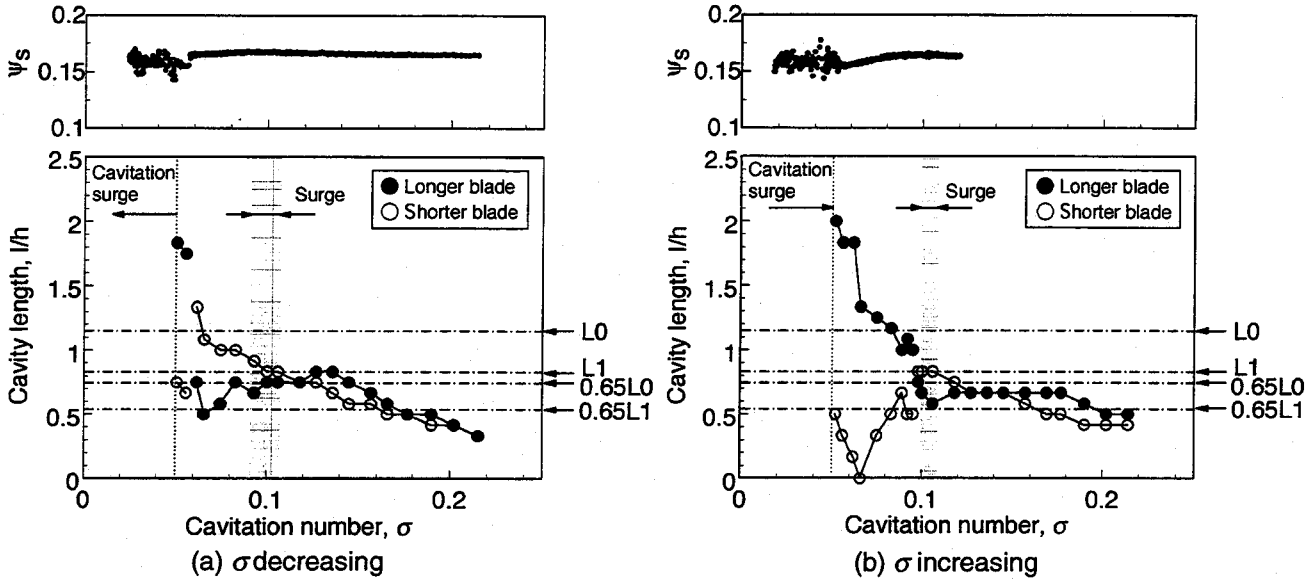


Fig.7.21 Experimental cavity length at the tip of Inducer 0-15 at ψs=0.165(ϕ=0.060)

理論解析」でその存在が予測されたものである．

キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合，低流量時($\phi \leq 0.065$)における短い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションの発生域は，キャビテーション係数を小さい側から増加させた場合の発生域と比較してかなり広い．また，この領域では揚程はキャビテーション係数の変化に対して一定である．これは，低流量時($\phi \leq 0.065$)における長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションの場合に揚程が低下することと大きく異なる．次に，ϕ=0.060(ψ_s=0.165)において高速度ビデオから計測したキャビテーション係数に対する各翼の翼端のキャビティの長さl/h(ここでのhは各翼間の平均のスペーシング長さである)をFig.7.21に示す．この結果から，キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合(Fig.7.21(a))，キャビティ長はキャビテーション係数の減少に伴い，長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションから短い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションに移行した後，再び長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションに移行することがわかる．また，キャビテーション係数を小さい側から増加させた場合(Fig.7.21(b))においても同様のことがいえるが，キャビテーション係数の小さい領域でみられる長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションの発生域がかなり広くなっている．

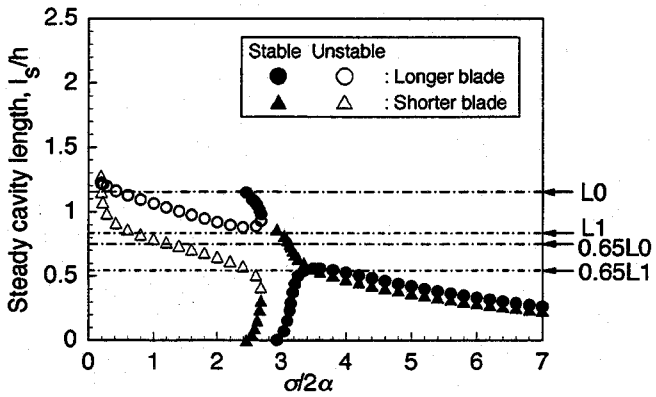


Fig.7.22 Numerical steady cavity length and its stability in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.159, C/h=2.97 and β=82.50°

ところで，Fig.7.21に示されるように交互翼キャビテーションの短いキャビティが隣の翼とのスペーシングの65～80%の長さになるσ=0.1とσ<0.05でサージおよびキャビテーションサージが発生する．前者のサージは入口圧力変動のスペクトルチャートFig.7.15(g)(ϕ=0.060(ψ_s=0.167))，Fig.7.17(g)(ϕ=0.061(ψ_s=0.164))でみられるσ=0.1付近の約16Hzのサージに対応している．これは長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションと短い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションが入れ替わるキャビテーション係数付近のサージである．一方，後者のキャビテーションサージがみられる領域$\sigma \lesssim 0.05$では，キャビテーション係数を小さい側から増加させた場合(Fig.7.21(b))には，キャビテーションサージ以外に旋回キャビテーションが発生している(Fig.7.18,ϕ=0.061参照)．この領域では旋回キャビテーションとキャビテーションサージの発生はしばしば入れ替わるがいずれか一方の周波数成分の圧力変動が大きい場合，他方は小さくなる．よりσが小さい範囲ではキャビテーション係数を小さい側から増加させた場合においてセル数が1の非対称キャビテーションが発生する．

以上のように各種キャビテーションの発生域と低流量時における揚程低下にキャビテーション係数の時間履歴によるヒステレシスがみられるがこの原因は未だ不明である．

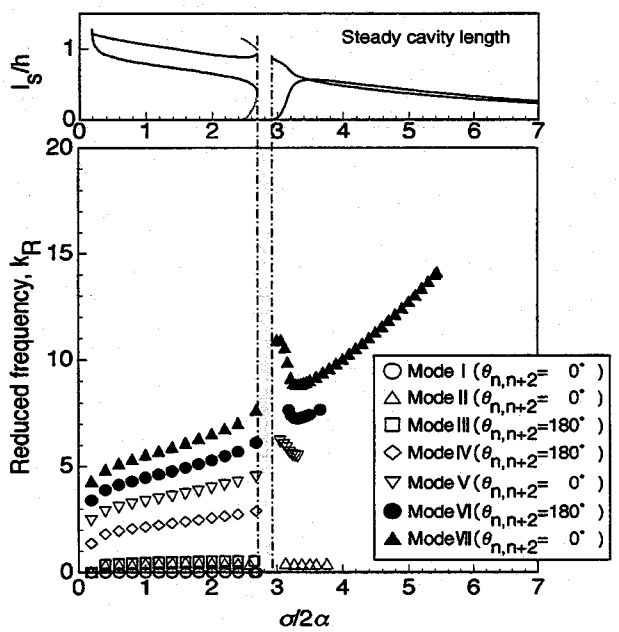
Figure7.22に実験で用いたインデューサ0-15の翼端の翼列形状(C/h=2.97，β=82.50°)を持つ翼列に生じる定常キャビテーションに対して行った解析の結果を示す．解

析モデルは基本的に第4章の不等翼弦長翼列モデル[5]であるが，第6章の解析モデルと同様に定常キャビテーションのキャビティ長のパターンの仮定を設けていない点が第4章の解析モデルと異なる．

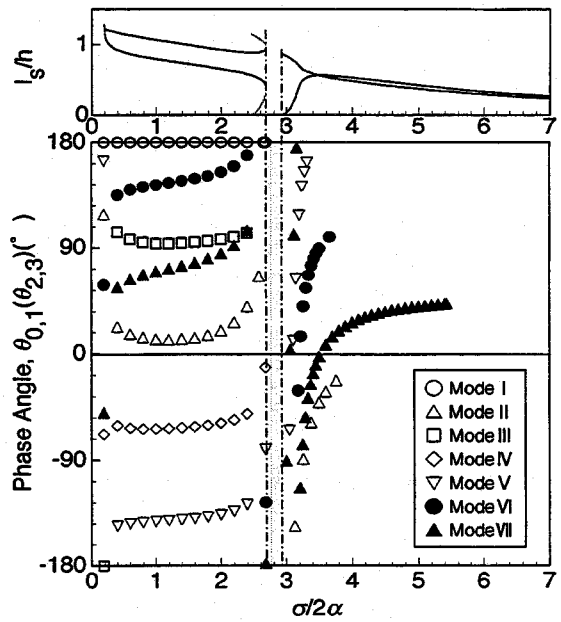
Figure7.22に示されるように$\sigma/2\alpha$が2.93以上の領域で以上で述べた2種類の交互翼キャビテーション解が得られている．この部分のキャビテーションは等長キャビテーションに相当する解から連続的につながり1つの$\sigma/2\alpha$に対し1組の解しか得られない．そこでこの部分のキャビテーションを”等長キャビテーションに相当する解”と称する．また，$2.68 \leqq \sigma/2\alpha \leqq 2.93$の領域では定常解が存在しない．一方，$\sigma/2\alpha$が2.68以下では長い翼で長いキャビティが生じる交互翼キャビテーション解が存在する．1つの$\sigma/2\alpha$に対して2組のキャビティ長が得られる部分で長さの差が大きい方の組を”交互翼キャビテーションに相当する解”，それ以外を”等長キャビテーションに相当する解”と称する．

次に，これらの定常解の安定性を判別するために安定解析を行った．ここで用いる解析モデルは基本的に第4章の不等翼弦長翼列モデルであるが，第6章の解析モデルと同様にキャビティ長等の変動の翼間位相差の仮定を設けていない点が第4章の解析モデルと異なる．これ以降，不等翼弦長インデューサに相当する翼列に生じるキャビテーションの解析では，第4章の解析モデルを第6章のように定常キャビテーションのキャビティ長のパターンおよびキャビティ長の変動の翼間位相差の仮定を設けないよう発展させた解析モデルを用いる．

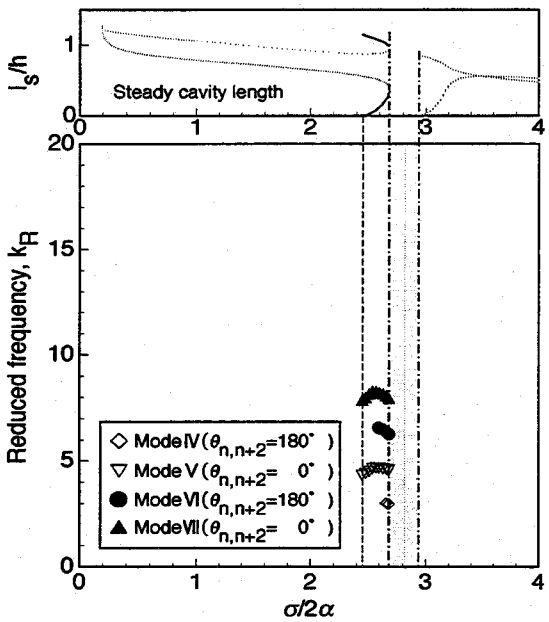
等長キャビテーションに相当する解に対して得られた不安定モードの周波数k_Rおよびキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$をFig.7.23(a),(b)に示す．これらの中のモードIは周波数が0でキャビティ長の変動の翼間位相差が180°のダイバージェンス型の不安定モードを表す．このモードIは$\sigma/2\alpha \leqq 2.68$で見られる．また，モードII～VIIの翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$はFig.7.23(b)に示すように複雑に変化する．このうちモードIIは$\sigma/2\alpha$が小さい部分では位相差が小さく，キャビテーションサージを意味する．また，モードIIはその周波数の大きさから実験でみられるキャビテーションサージに対応するものと考えられる．モードIIIの位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$は90°に近く，通常の



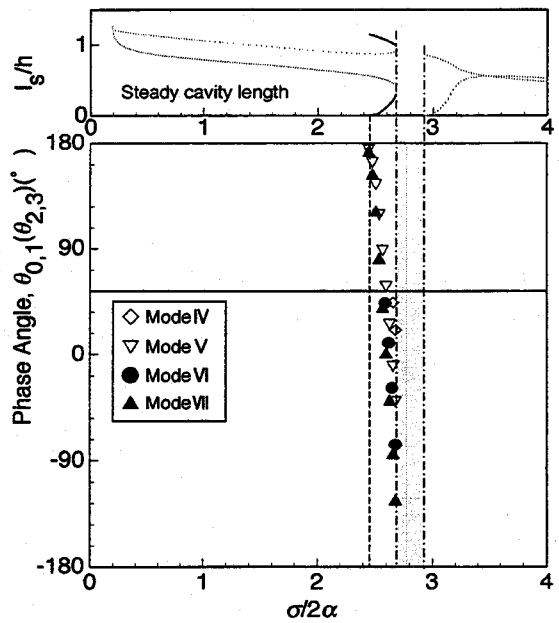
(a) Reduced frequency for the cavitation corresponding to the equal length cavitation



(b) Phase angle for the cavitation corresponding to the equal length cavitation



(c) Reduced frequency for the cavitation corresponding to the alternate blade cavitation



(d) Phase angle for the cavitation corresponding to the alternate blade cavitation

Fig.7.23 Destabilizing roots for the cavitation in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.159, C/h=2.97 and β=82.50°

旋回キャビテーションのモードに相当するものと考えられる．また，その周波数を伝播速度比に改めると実験でみられた旋回キャビテーションの伝播速度比に近いことから，このモードIIIは実験でみられた旋回キャビテーションに対応するものと思われる．この旋回キャビテーションを意味するモードIIIは$\sigma/2\alpha \leqq 2.65$で見られる．この結果から，翼を切除しないインデューサにおける旋回キャビテーション発生域の上限の$\sigma/2\alpha$が2.79であることを考慮すると，翼前縁の切除が旋回キャビテーションの発生域を縮小する効果を持つといえる．ところで，モードIV～VIIは実験では観察されなかった．

Figure7.23(c),(d)に交互翼キャビテーションに相当する解に対する不安定モードの周波数およびキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$を示す．これらの不安定モードの中で周波数0のダイバージェンス型の不安定モードは見られない．このことから交互翼キャビテーションに相当する解は静的に安定であるといえる．また，これらの不安定モードの翼間位相差は$\sigma/2\alpha$の変化に伴い変化する．

モードIに着目して安定判別を行った結果をFig.7.22中に記してある．Figure.7.22中の黒丸(●)および黒三角(▲)がダイバージェンス型のモードに対して安定な定常キャビテーション解である．安定性を考慮してキャビテーションの発達形態を考察すると，$\sigma/2\alpha$の減少に伴い，長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションは，短い翼のキャビティの長さが翼前縁からスロートまでの距離のおよそ65%(0.65L1)に近付くと急激に成長し，長い翼で短いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行することがわかる．その後，定常キャビテーション解の存在しない$2.68<\sigma/2\alpha<2.93$の領域を経て，長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションになる．この定常解の存在しない領域は実験では存在しなかったけれども，長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションから短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行した後，再び長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行するといったキャビティの成長過程は実験による観察と一致する．

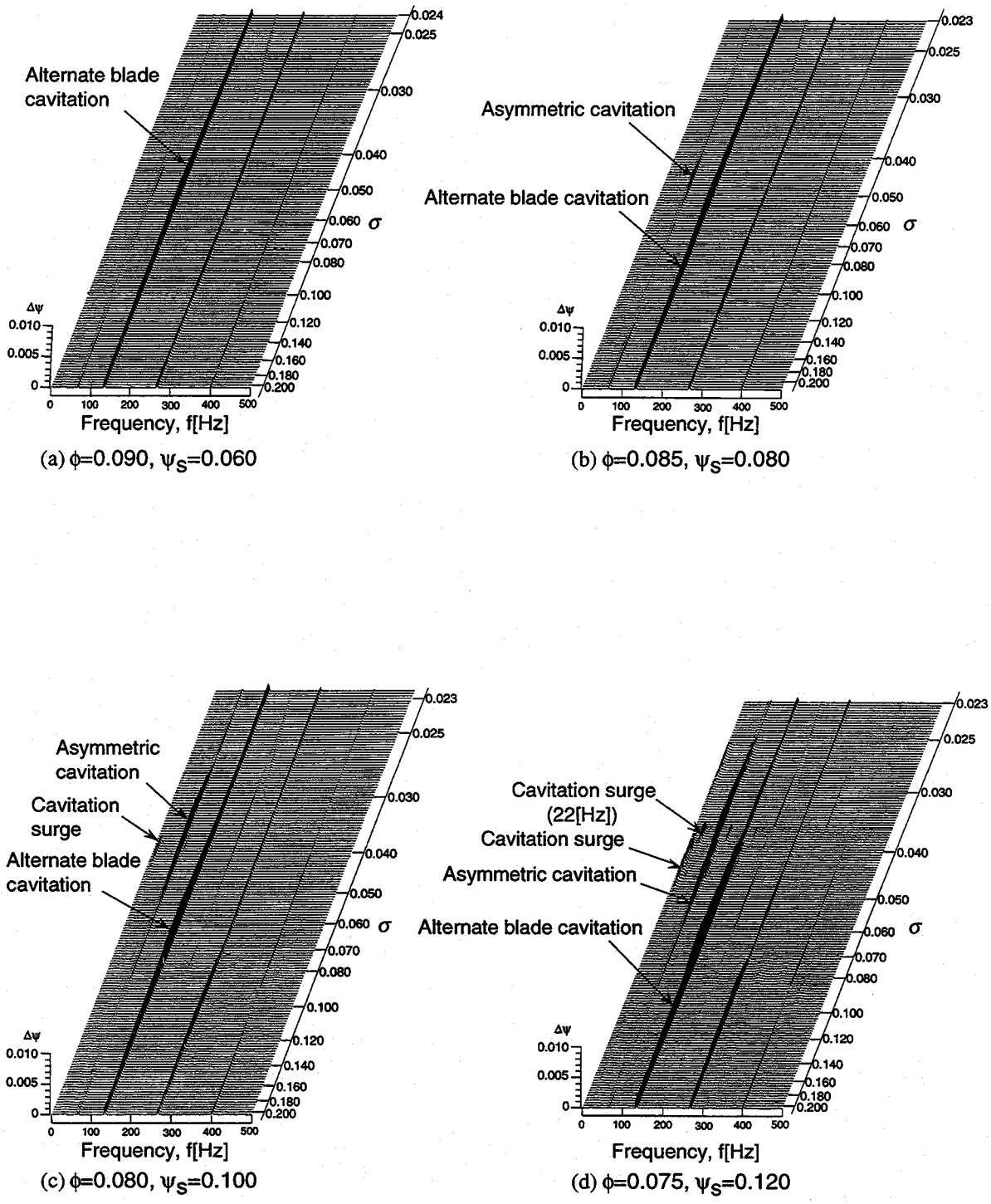
7.3.3 翼の不等化の影響

インデューサ0-15のキャビテーションマップ(Figs.7.16,7.18)とインデューサ0-0のキャビテーションマップ(Fig.7.7)を比較するとキャビテーションサージと旋回キャビテーションの発生域はインデューサ0-15の場合の方が狭くなっている．この原因は翼弦長の不等化の効果と見ることもできるが，この効果には翼の後退角による何らかの影響も含まれていると考えられる．またインデューサ0-15では低流量時の比較的大きいキャビテーション係数で交互翼キャビテーションのキャビティの長さの長短が短い翼と長い翼で入れ替わる．この現象が生じるキャビテーション係数の付近で，振幅は小さいけれどもキャビテーションサージより高い周波数をもつサージが発生することに留意しておく必要がある．

7.3.4 インデューサ0-30に生じるキャビテーション

翼前縁を翼1枚おきに翼端で約30°切除したインデューサ0-30を4000rpmで運転しキャビテーション係数σを大きい側から減少させた場合と小さい側から増加させた場合について2通りの実験を行った．キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合の圧力変動のスペクトルチャートとキャビテーションマップをFig.7.24およびFig.7.25に，キャビテーション係数を小さい側から増加させた場合の圧力変動のスペクトルチャートとキャビテーションマップをFig.7.26およびFig.7.27に示す．圧力変動計測位置はFig.7.3(c)中に示すようにインデューサ0-0の翼前縁上流38(mm)のケーシング壁である．

キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合とキャビテーション係数を小さい側から増加させた場合の低流量時(Fig.7.25およびFig.7.26のϕ=0.060，0.065参照)に揚程およびキャビテーションの発生形態にヒステレシスがみられる．ϕ=0.065においてキャビテーション係数を大きい側から減少させた場合とキャビテーション係数を小さい側から増加させた場合のキャビテーション係数に対するインデューサの翼端におけるキャビティの長さをそれぞれFigs.7.28(a),(b)に示す．$0.103 \lesssim \sigma \lesssim 0.120$(Fig.7.28(a))および$0.097 \lesssim \sigma \lesssim 0.123$(Fig.7.28(b))では16.5Hzのサージが発生する．それらの領域より大きいキャビテーション係数の領域では長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションがみられる．この交互翼キャビテーションの短い翼



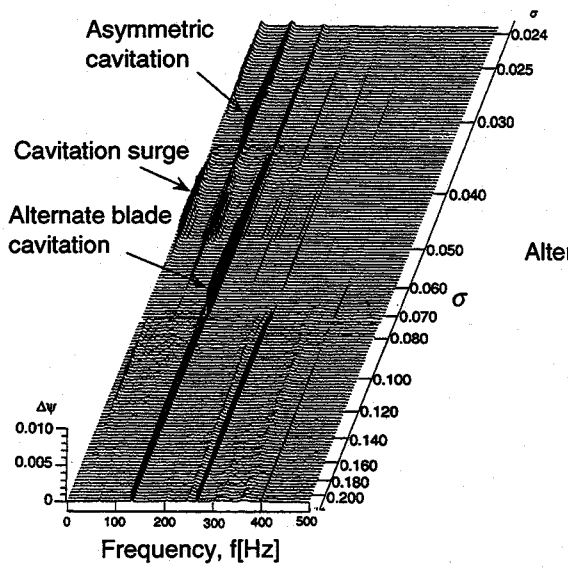
(a) ϕ=0.090, ψ_S=0.060

(b) ϕ=0.085, ψ_S=0.080

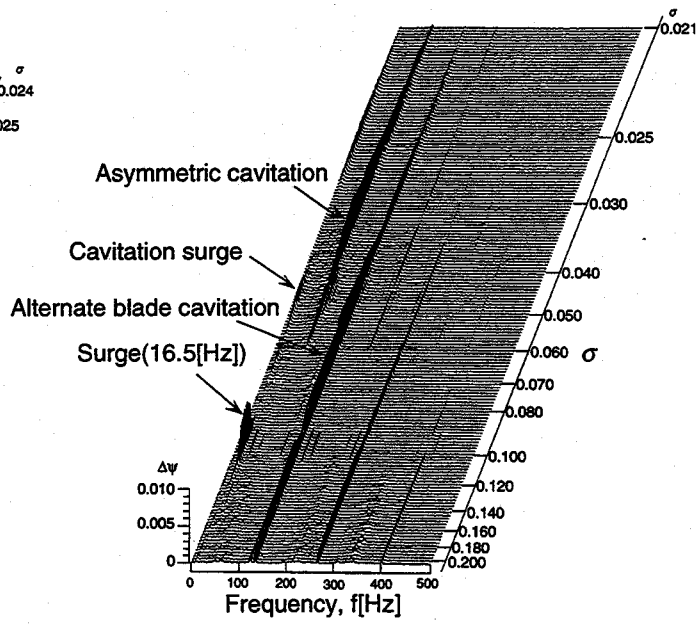
(c) ϕ=0.080, ψ_S=0.100

(d) ϕ=0.075, ψ_S=0.120

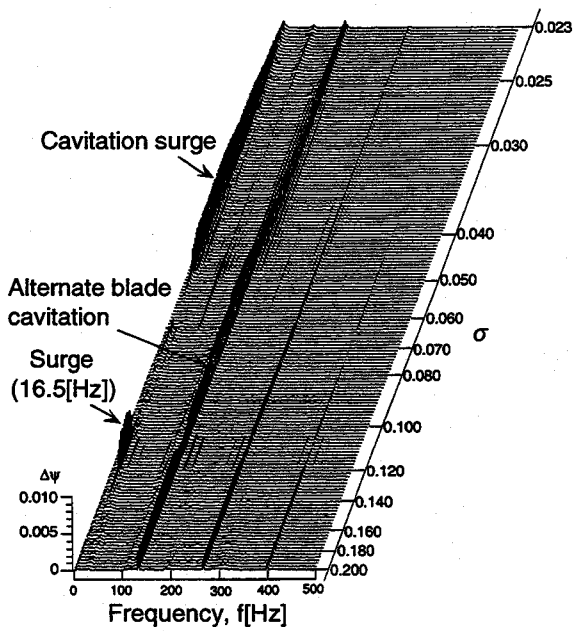
Fig.7.24 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-30 in the case with decreasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])



(e) ϕ=0.073, ψ_S=0.135



(f) ϕ=0.065, ψ_S=0.150



(g) ϕ=0.060, ψ_S=0.160

Fig.7.24 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-30 in the case with decreasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])

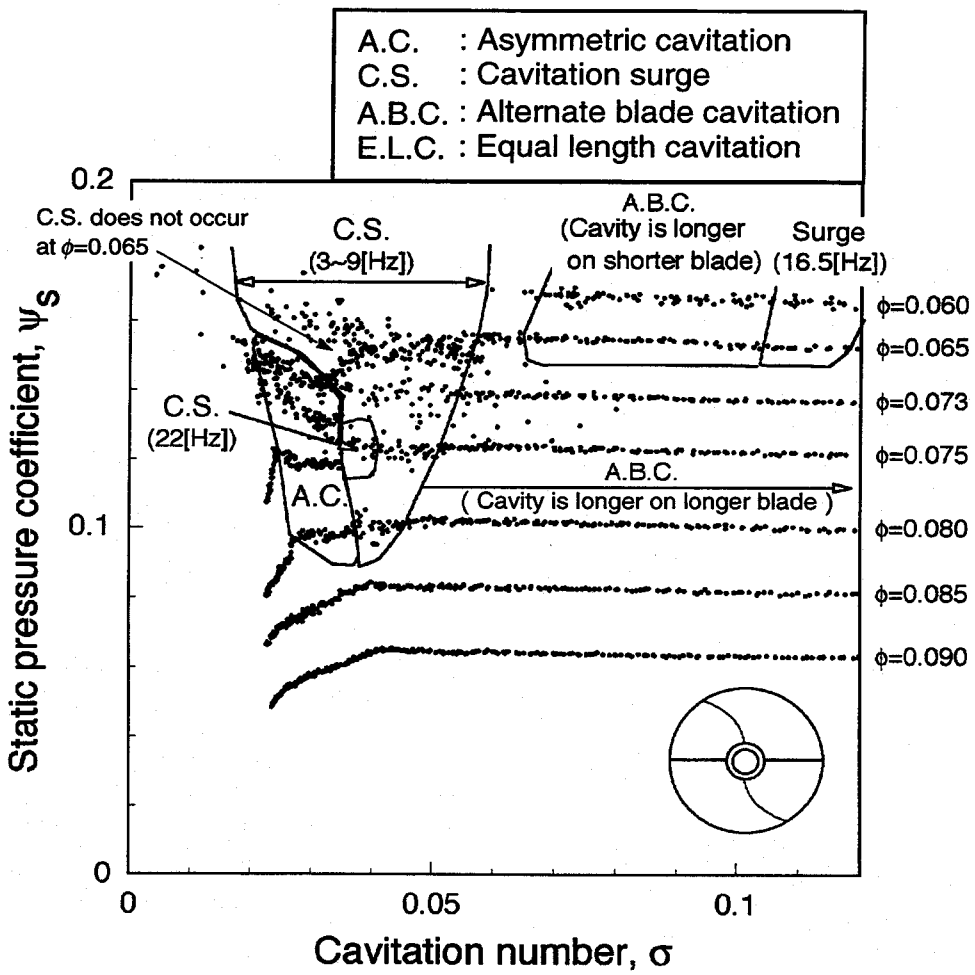
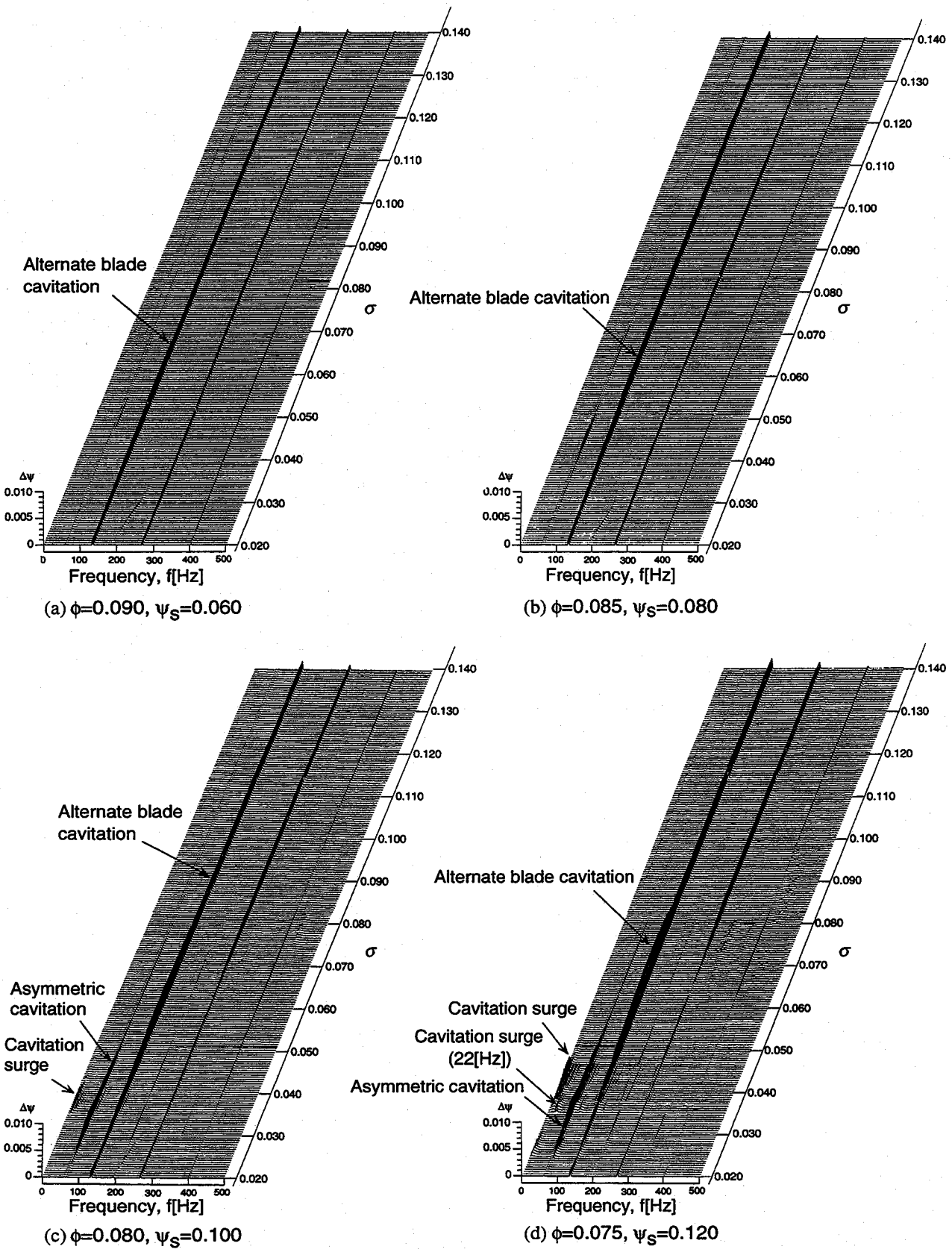


Fig.7.25 Suction performance and a map showing the occurrence regions of various cavitation for Inducer 0-30 in the case with decreasing σ



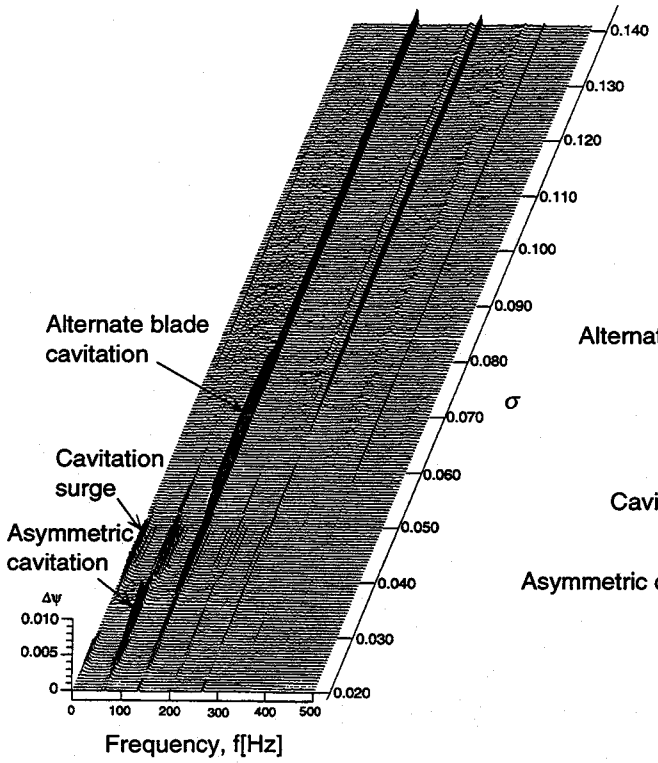
(a) ϕ=0.090, ψ_S=0.060

(b) ϕ=0.085, ψ_S=0.080

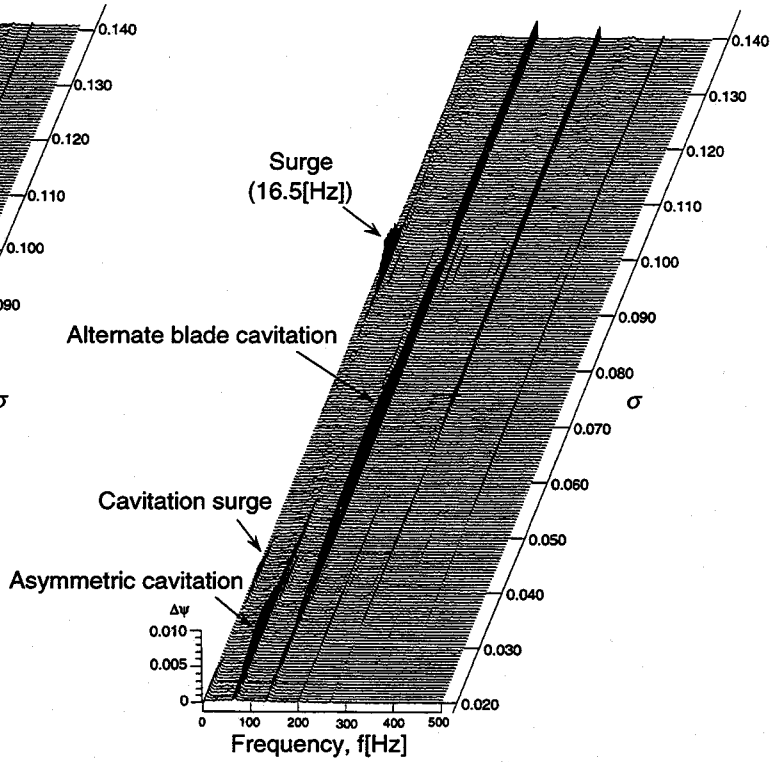
(c) ϕ=0.080, ψ_S=0.100

(d) ϕ=0.075, ψ_S=0.120

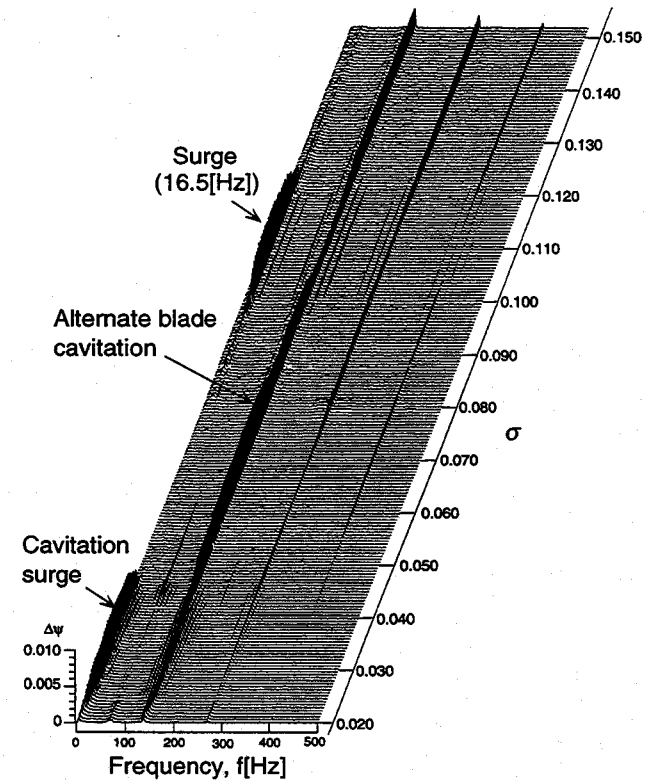
Fig.7.26 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-30 in the case with increasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])



(e) ϕ=0.073, ψ_S=0.135



(f) ϕ=0.065, ψ_S=0.150



(g) ϕ=0.060, ψ_S=0.160

Fig.7.26 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-30 in the case with increasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])

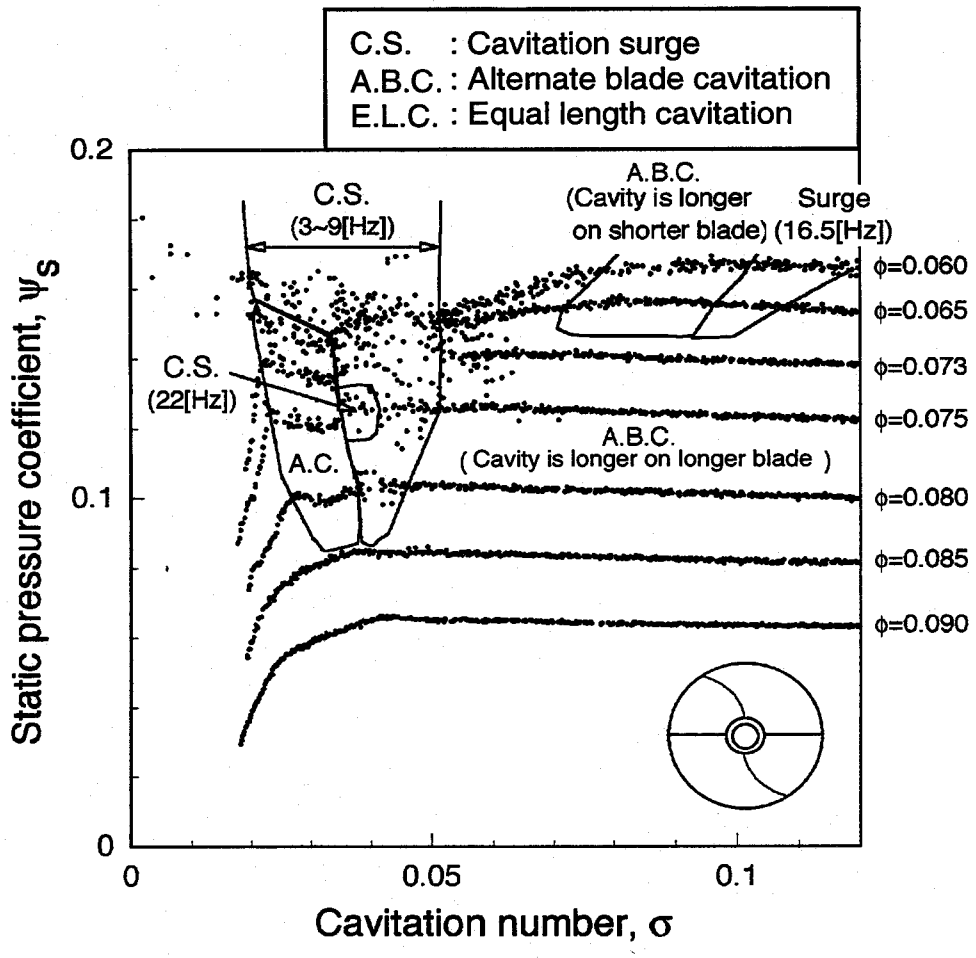


Fig.7.27 Suction performance and a map showing the occurrnece regions of various cavitation types for Inducer 0-30 in the case with increasing σ

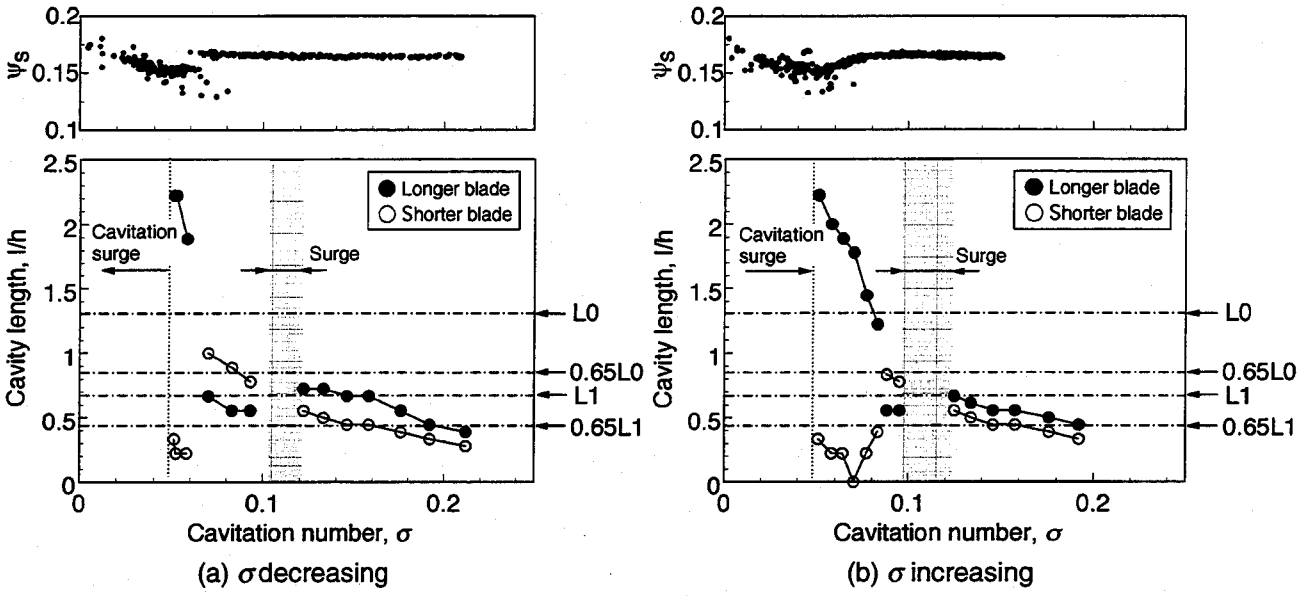


Fig.7.28 Experimental cavity length at the tip of Inducer 0-30 at ψs=0.160(ϕ=0.060)

の短いキャビティが翼前縁からスロートまでの距離のおよそ65%(0.65L1)に達すると16.5Hzのサージが発生する．このサージ発生域のキャビテーション係数より小さいキャビテーション係数の領域では短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションが現れ，より小さいキャビテーション係数の領域において長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションが生じる．後者の交互翼キャビテーションの発生域はキャビテーション係数を大きい側から減少させた場合，0.050≲σ≲0.058であることに対して，キャビテーション係数を小さい側から増加させた場合0.050≲σ≲0.084である．サージが生じるキャビテーション係数より小さい領域でみられる長い翼で長いキャビティが生じる交互翼キャビテーションの発生域はインデューサ0-15の場合と同様にキャビテーション係数の時間履歴に大きく影響されることが判明した．σ≲0.050ではキャビテーションサージが発生し，定常キャビテーションは存在しなかった．

インデューサ0-30の翼端での翼列形状を持つ翼列(弦節比C/h=2.97,β=82.50°，Le/h=0.318)に生じる定常キャビテーションの解析により得られた$\sigma/2\alpha$に対する定常キャビティ長をFig.7.29に示す．またこれらの定常解に対して行った安定解析の結果をFig.7.30に示す．Figures7.30(a),(b)はそれぞれ等長キャビテーションに相当する

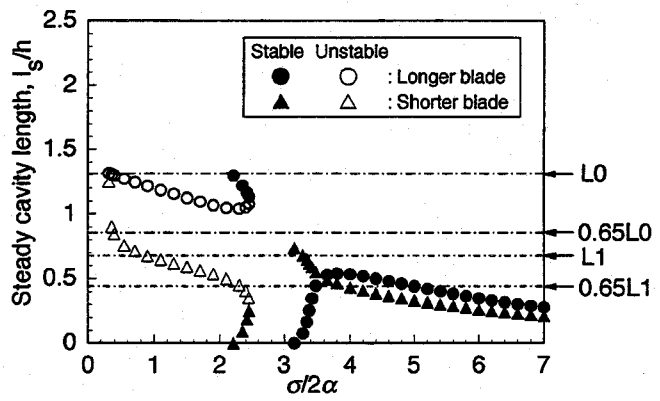
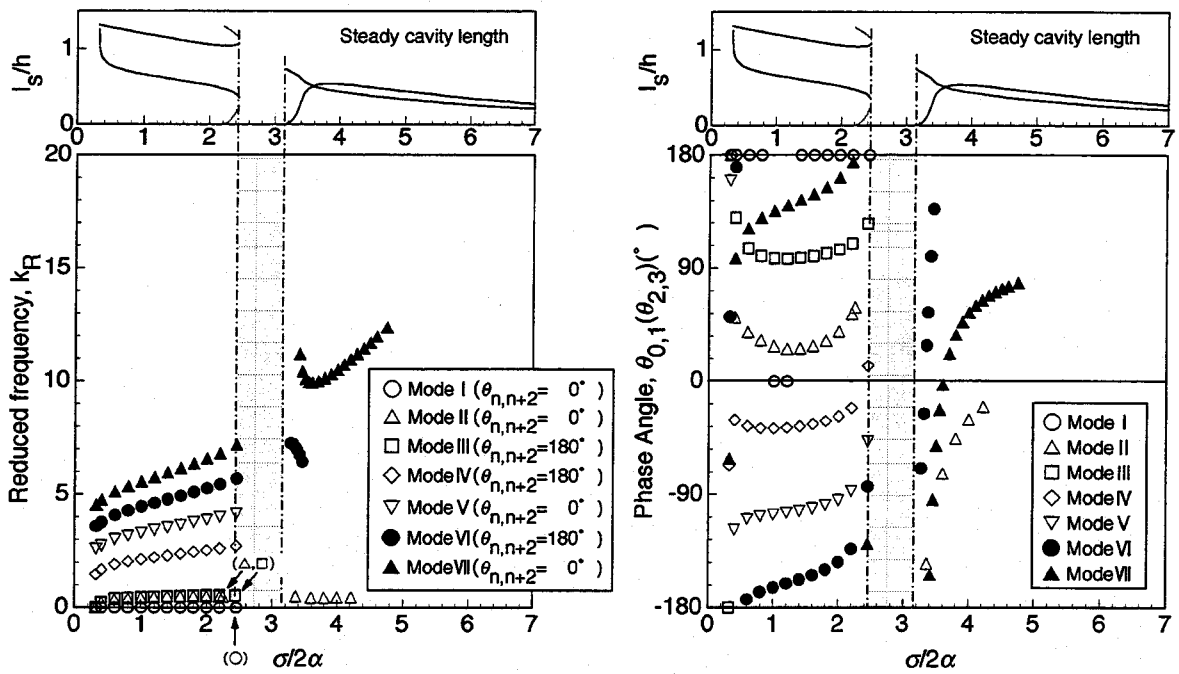


Fig.7.29 Numerical steady cavity length and its stability in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.318, C/h=2.97 and β=82.50°

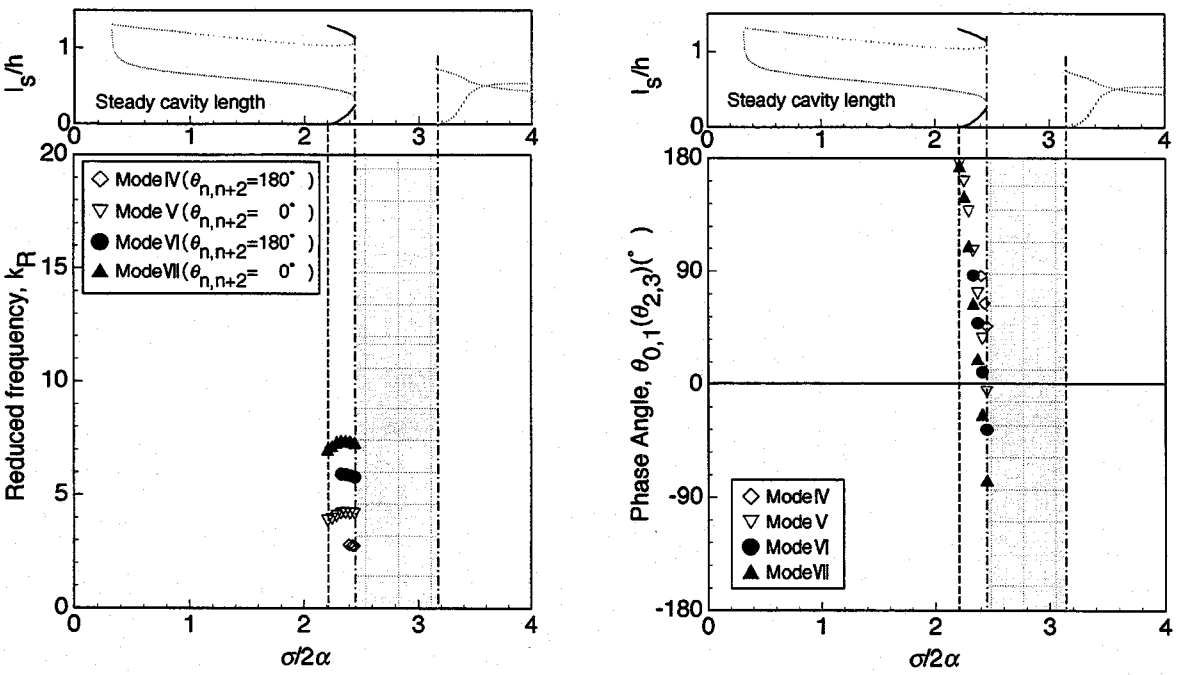
キャビテーションの不安定モードの周波数k_Rとキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$である．これらの不安定モードの中のモードIは周波数k_Rが0でキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$が0もしくは180°のダイバージェンス型のモードであり$\sigma/2\alpha \leqq 2.45$の領域で存在する．このモードIにより安定性を判別すると，この領域のキャビテーションは不安定であるといえる．また，モードII～VIIのキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$はFig.7.30(b)に示すように複雑に変化する．このうちモードIIはその位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$が切除量の増加に伴い0から離れるけれども，その周波数の大きさから実験でみられるキャビテーションサージに対応するものと考えられる．また，モードIIIはその翼間位相差が90°に近いことから通常の旋回キャビテーションのモードであると思われる．しかしながら，実験では旋回キャビテーションは発生しなかった．この旋回キャビテーションのモードは$\sigma/2\alpha \leqq 2.40$でみられる．この結果から，インデューサ0-0，インデューサ0-15における旋回キャビテーションの発生域の上限の$\sigma/2\alpha$がそれぞれ2.79および2.65であることを考慮すると，翼前縁の切除量を増加させることにより旋回キャビテーションの抑制効果を強めることが可能であるといえる．ところで，その他のモード，モードIV～VIIに対応する変動は実験ではみられなかった．

Figures7.30(c),(d)は交互翼キャビテーションに相当するキャビテーションの不安定モードの周波数k_Rおよびキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$である．これらの不安定モードの中でダイバージェンス型のモードがみられないことから交互翼



(a) Reduced frequency for the equal length cavitation

(b) Phase angle for the equal length cavitation



(c) Reduced frequency for the alternate blade cavitation

(d) Phase angle for the alternate blade cavitation

Fig.7.30 Destabilizing roots for the cavitation in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.318, C/h=2.97 and β=82.50°

キャビテーションに相当するキャビテーションは静的に安定であるといえる．ここでみられる不安定モードのキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$は$\sigma/2\alpha$により複雑に変化する．

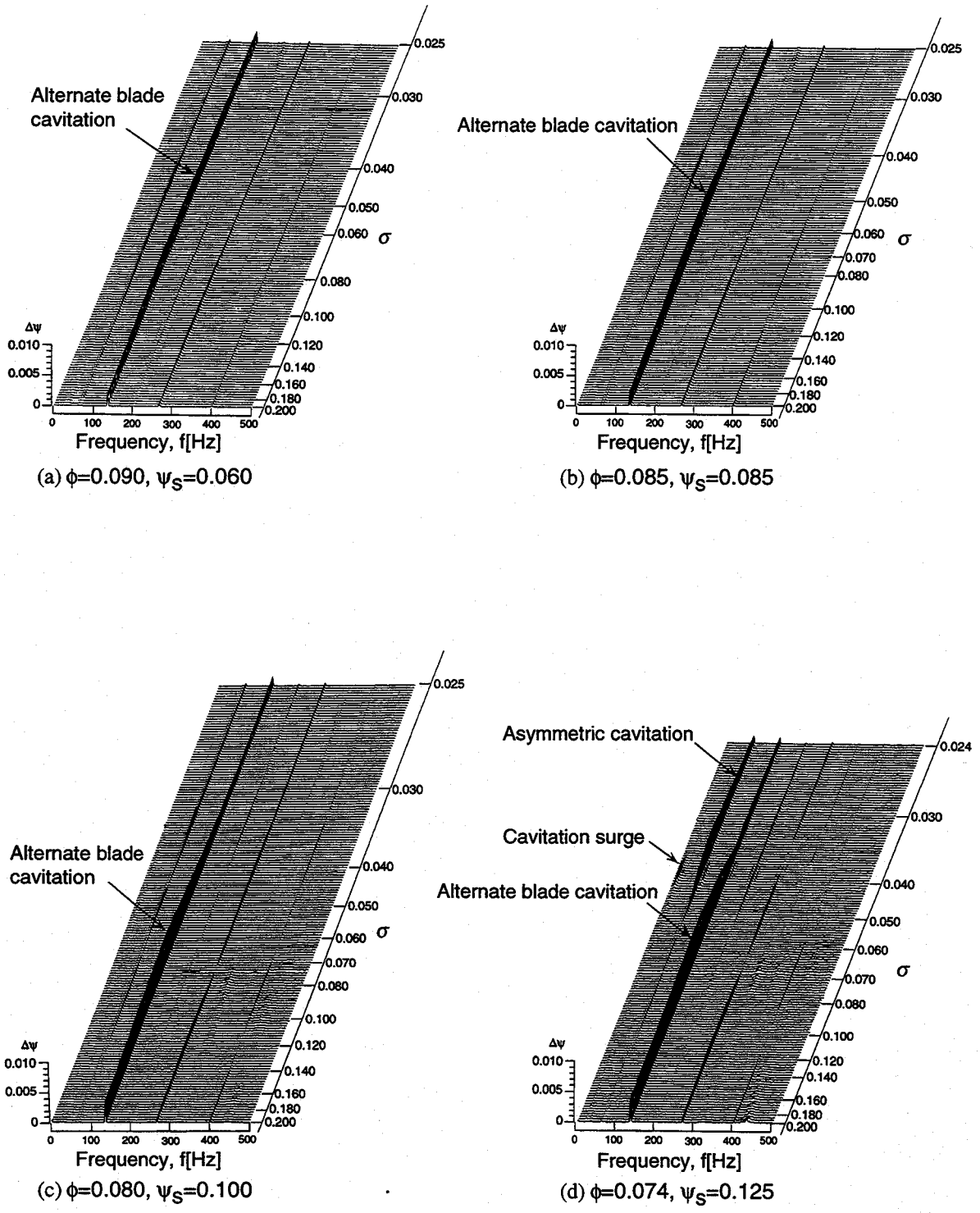
ダイバージェンス型のモードIに着目して安定判別を行って得られた定常キャビティの安定性をFig.7.29に記してある．この図から，$\sigma/2\alpha$を大きい側から減少させた場合，短い翼の短いキャビティはその長さが翼前縁からスロートまでの距離のおよそ65%(0.65L1)になると急激に成長し，短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションに移行することがわかる．また，この現象は実験で観察された結果と一致する．

さらに$\sigma/2\alpha$を減少させると短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションは長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行する．その後は安定なキャビテーションが存在しない領域となる．実験結果でも同様の移行がみられる．また，小さな$\sigma/2\alpha$で安定なキャビテーションが存在しない領域は実験におけるキャビテーションサージに対応するものと考えられる．

インデューサ0-30の実験では旋回キャビテーションが生じなかった．このことから，インデューサ0-0，インデューサ0-15で旋回キャビテーションが発生したことを考えると翼前縁の切除量を大きくすることにより旋回キャビテーションを抑制し得るといえる．但し翼前縁を後退角化しているためその影響が何らかの形で旋回キャビテーションの抑制に対して作用している可能性があることを付け加えておく．

7.3.5 インデューサ0-50に生じるキャビテーション

翼前縁を翼1枚おきに翼端で約50°切除したインデューサ0-50を4000rpmで運転し，キャビテーション係数σを大きい側から減少させた場合と小さい側から増加させた場合について入口圧力変動計測，静圧性能測定および高速度ビデオによるキャビテーションの可視化を行った．キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合の入口圧力変動のスペクトルチャートをFig.7.31に示す．またキャビテーション性能曲線上に様々なキャビテーションの発生域を記したキャビテーションマップをFig.7.32に示す．さらに，キャビテーション係数を小さい側から増加させた場合の入



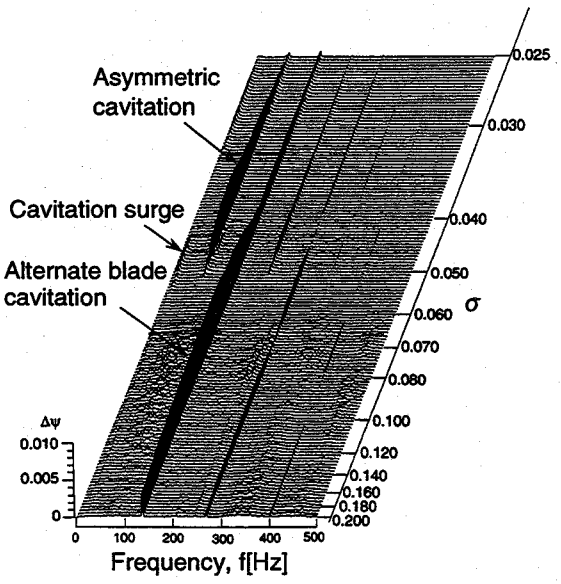
(a) ϕ=0.090, ψ_S=0.060

(b) ϕ=0.085, ψ_S=0.085

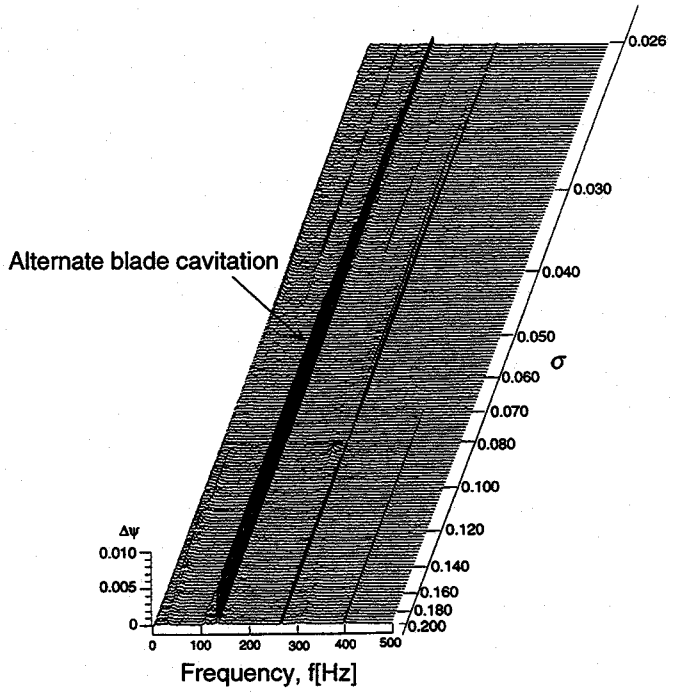
(c) ϕ=0.080, ψ_S=0.100

(d) ϕ=0.074, ψ_S=0.125

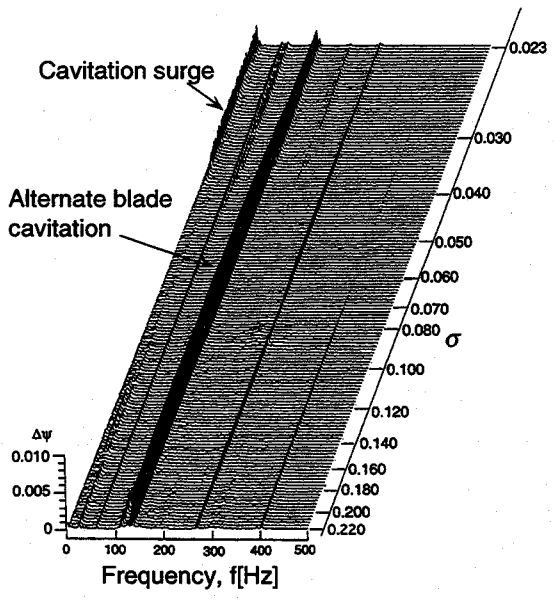
Fig.7.31 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-50 in the case with decreasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])



(e) ϕ=0.070, ψ_S=0.138



(f) ϕ=0.060, ψ_S=0.165



(g) ϕ=0.055, ψ_S=0.175

Fig.7.31 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-50 in the case with decreasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])

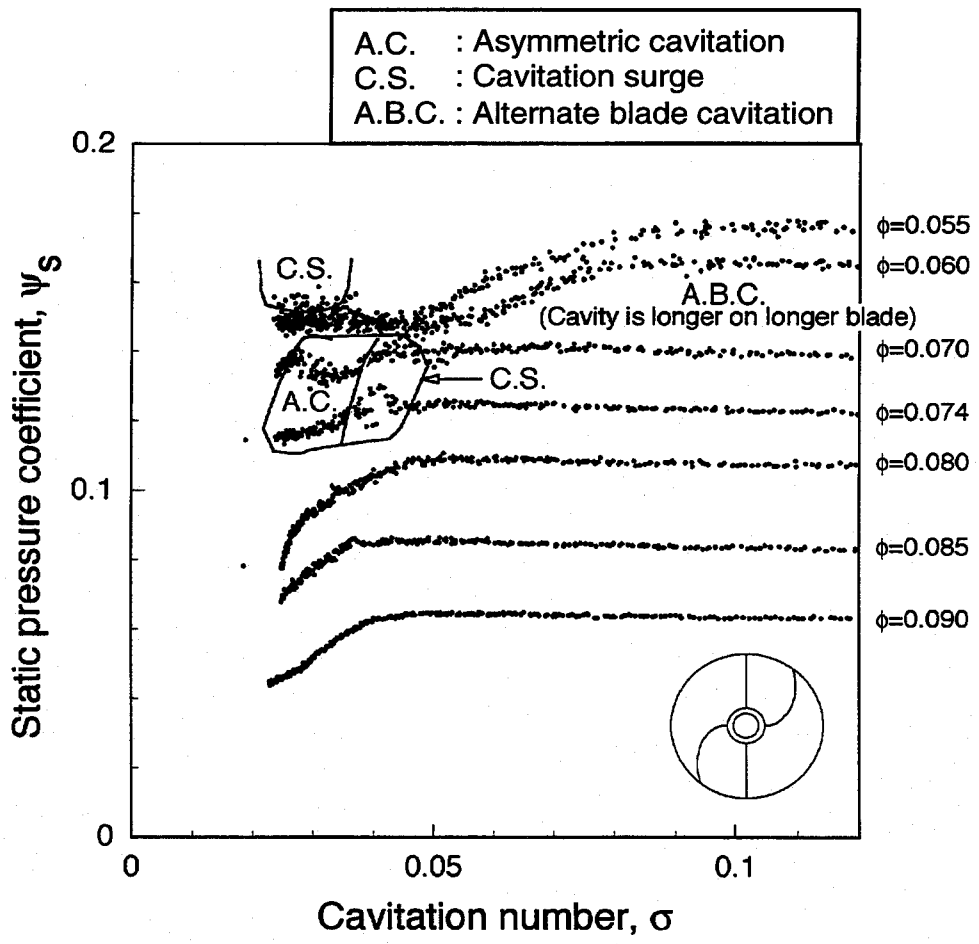
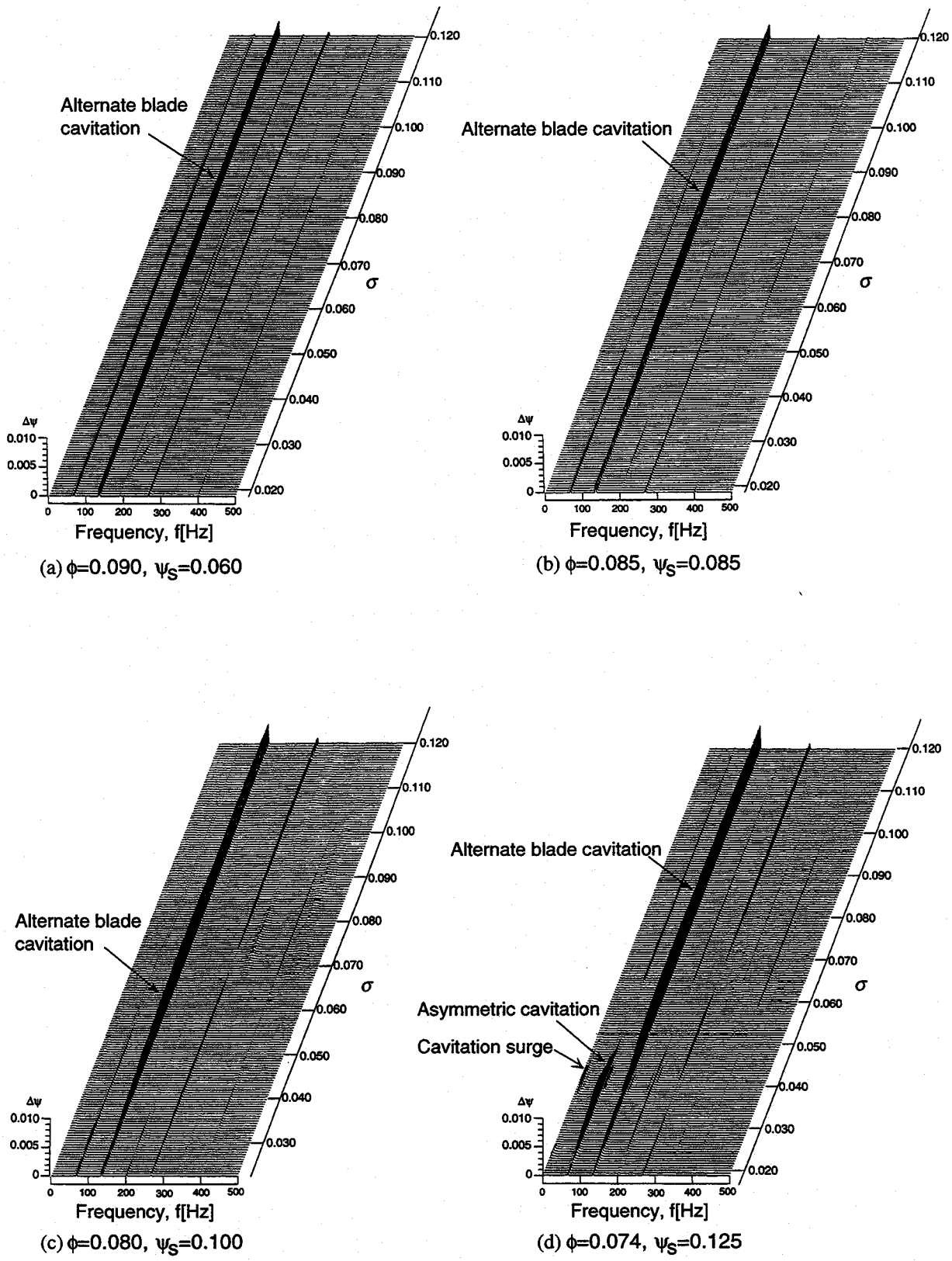


Fig.7.32 Suction performance and a map showing the occurrnece regions of various cavitation for Inducer 0-50 in the case with decreasing σ



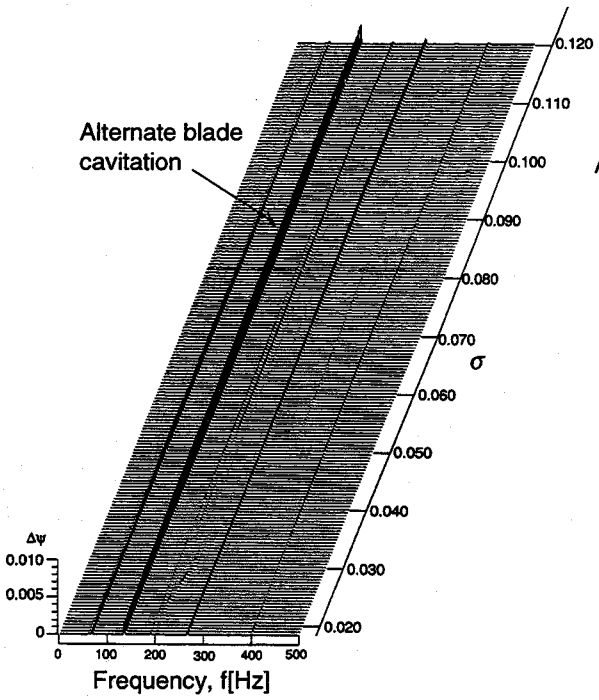
(a) ϕ=0.090, ψ_S=0.060

(b) ϕ=0.085, ψ_S=0.085

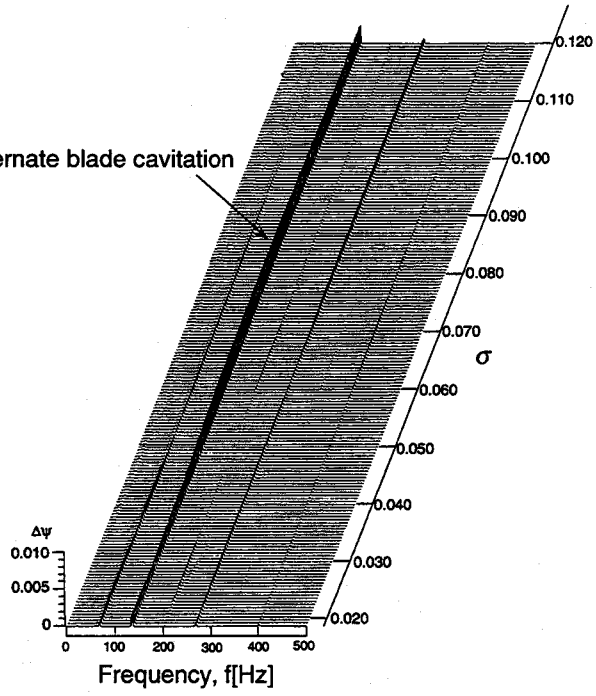
(c) ϕ=0.080, ψ_S=0.100

(d) ϕ=0.074, ψ_S=0.125

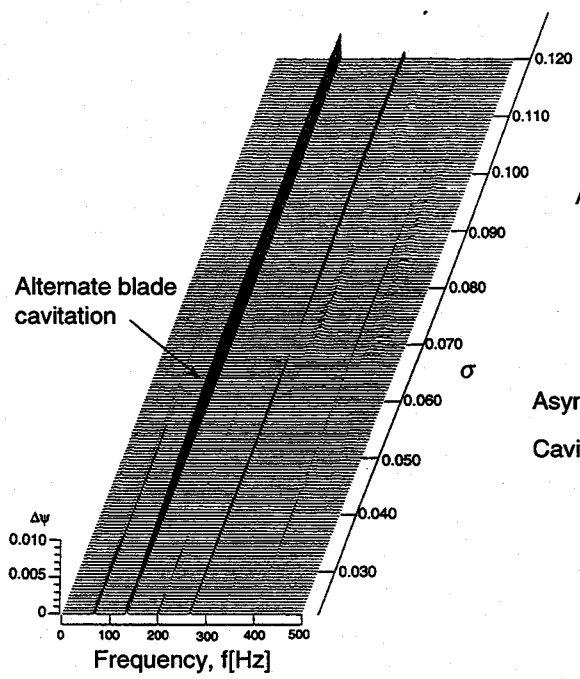
Fig.7.33 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-50 in the case with increasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])



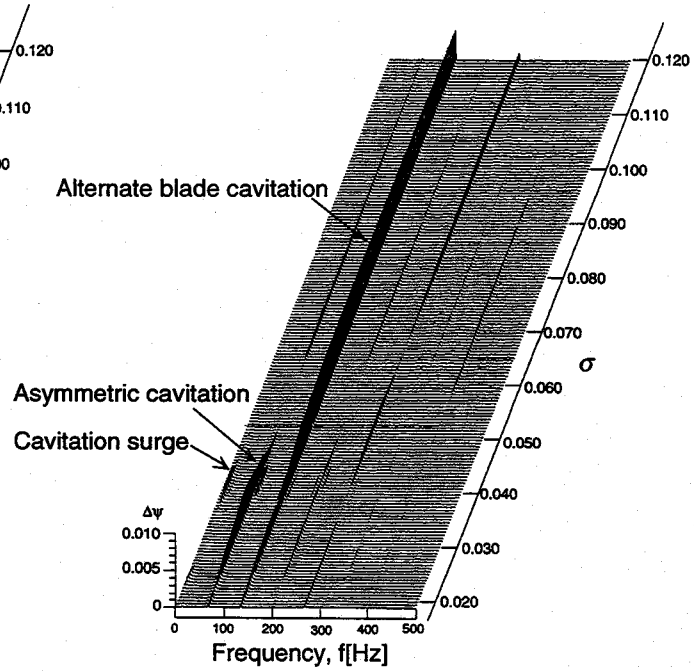
(a) ϕ=0.090, ψ_S=0.060



(b) ϕ=0.085, ψ_S=0.085



(c) ϕ=0.080, ψ_S=0.100



(d) ϕ=0.074, ψ_S=0.125

Fig.7.33 Power spectrum of the inlet pressure fluctuations for various static pressure coefficients in Inducer 0-50 in the case with increasing σ. N=4000[rpm] (f_0=66.67[Hz])

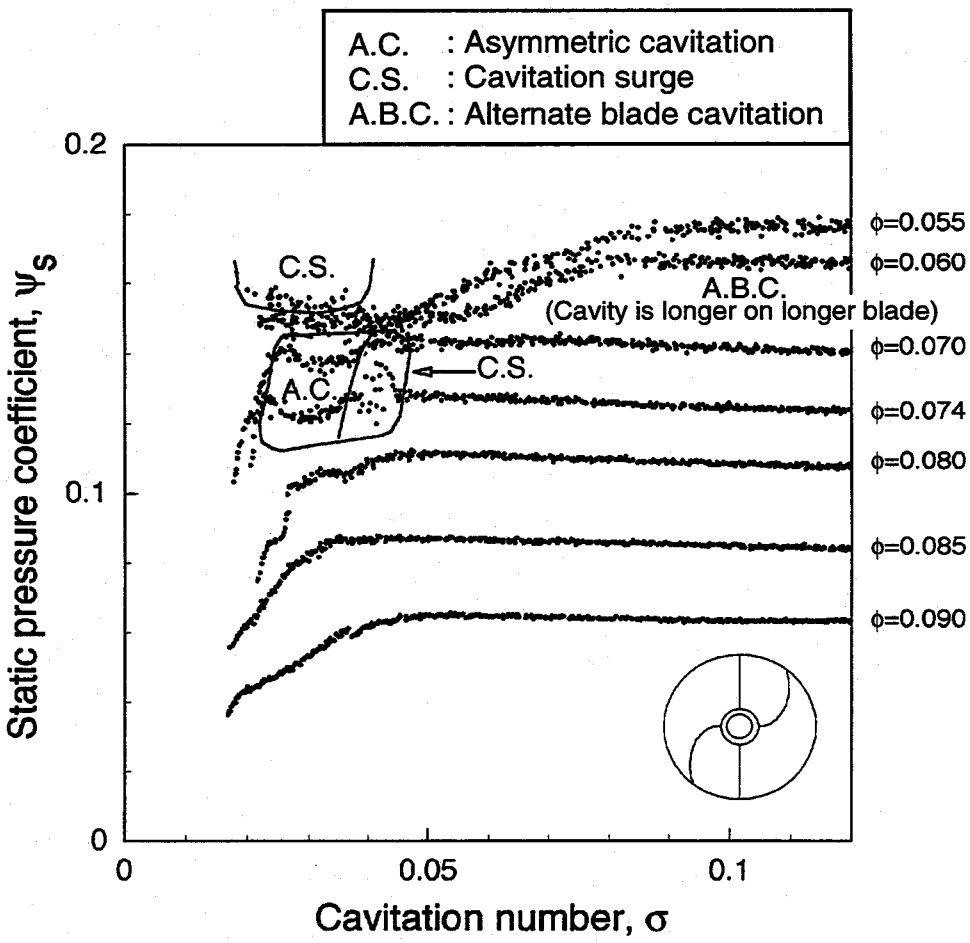


Fig.7.34 Suction performance and a map showing the occurrnece regions of various cavitation for Inducer 0-50 in the case in with increasing σ

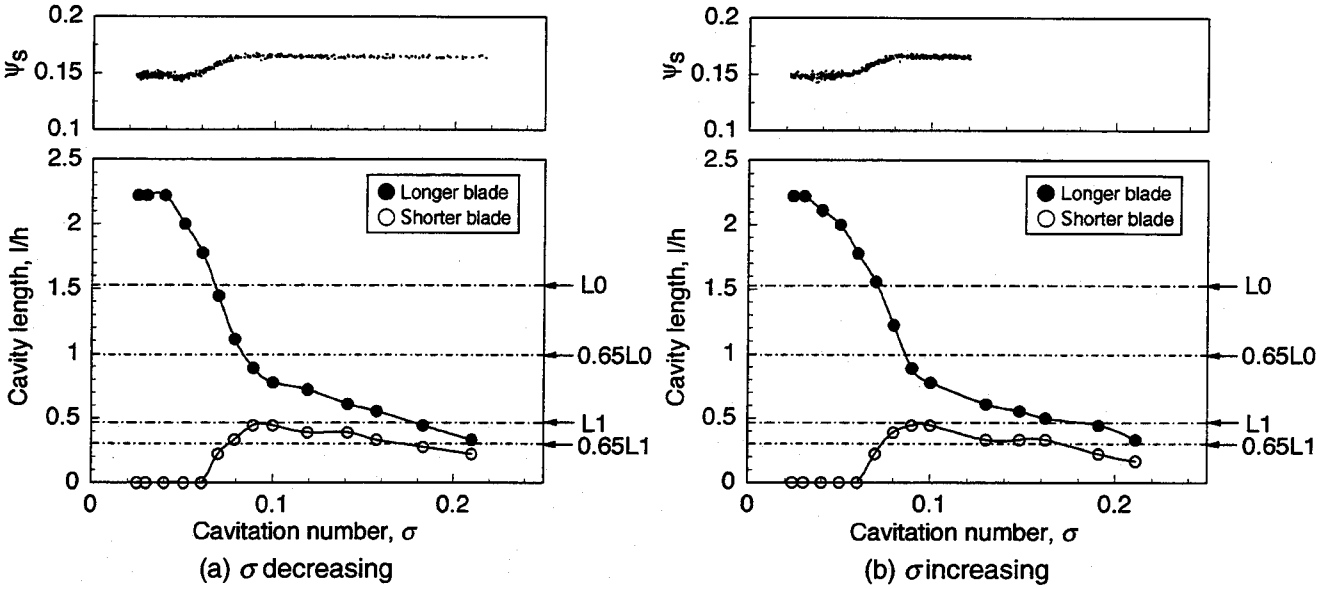


Fig.7.35 Experimental cavity length at the tip of Inducer 0-50 at ψs=0.165(ϕ=0.060)

口圧力変動のスペクトルチャートおよびキャビテーションマップをそれぞれFig.7.33およびFig.7.34に示す．

キャビテーションマップFig.7.32およびFig.7.34の比較によりインデューサ0-50ではどの流量においてもヒステレシスはみられないことがわかる．また，旋回キャビテーションは発生しないことが明らかになった．

Figures7.25，7.27に示すインデューサ0-30のキャビテーションマップとFig.7.32およびFig.7.34に示すインデューサ0-50のキャビテーションマップを比較するとキャビテーションサージおよび非対称キャビテーションの発生域がインデューサ0-50の場合に大幅に縮小していることがわかる．この事実から翼前縁の切除量を増やすことによりキャビテーションサージおよび非対称キャビテーションの発生を抑制することが可能であることが示された．

キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合とキャビテーション係数を小さい側から増加させた場合のキャビテーション係数に対するインデューサ0-50の翼端におけるキャビティ長をそれぞれFigs.7.35(a),(b)に示す．この図に示されるように，インデューサ0-50では長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションのみが現れる．また，キャビテーション係数を大きい側から減少させた場合のキャビティ長とキャビテーション係数を小さい側から増加させた場合のキャビ

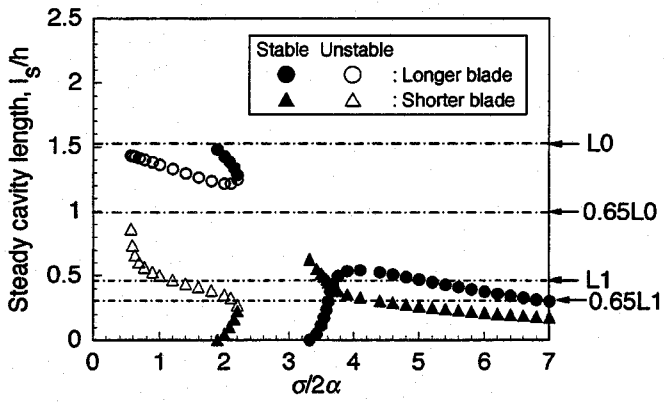
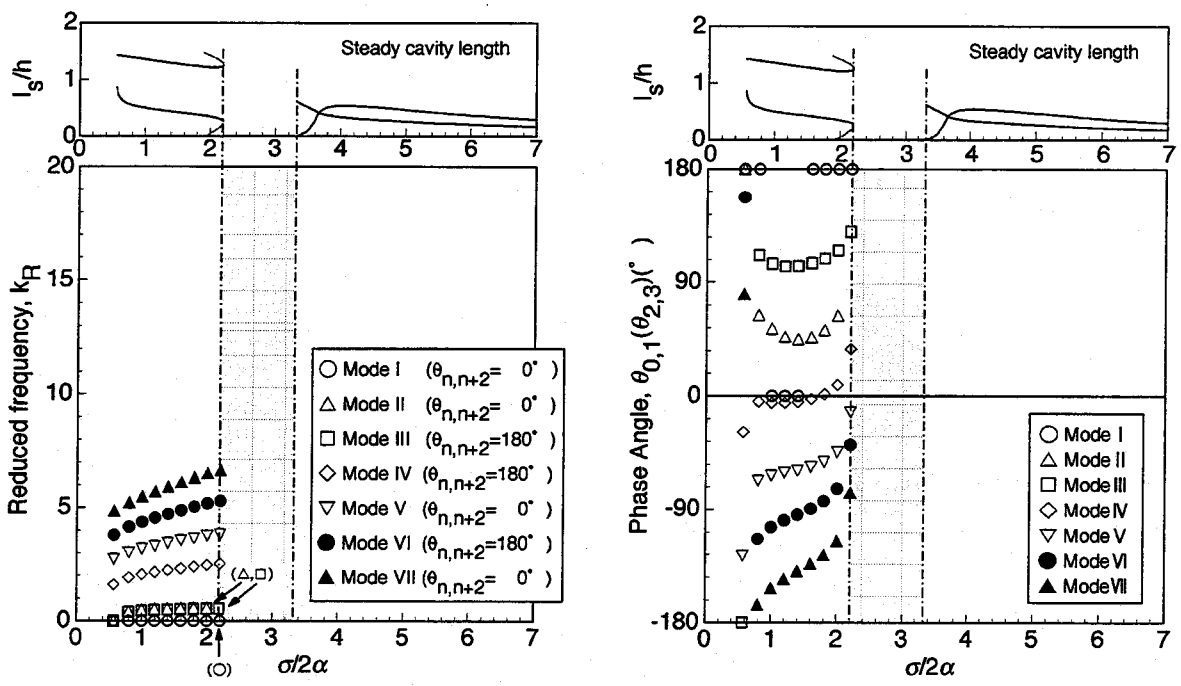


Fig.7.36 Numerical steady cavity length and its stability in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.530, C/h=2.97 and β=82.50°

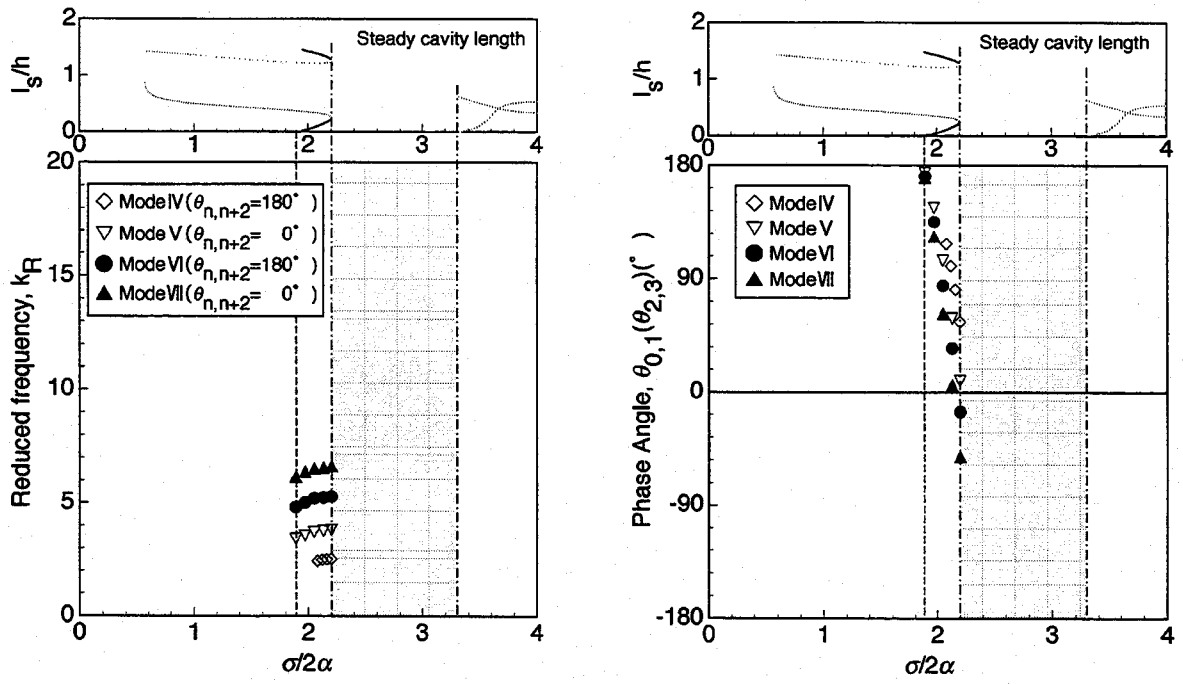
ティ長はほとんど同じである．σ=0.22からσ=0.10へキャビテーション係数が減少するに従い，長い翼および短い翼のキャビティは共に成長する．そして長い翼のキャビティの長さが翼前縁からスロートまでの距離のおよそ65%(0.65*L*0)に近付くと急激に成長し，短い翼のキャビティは縮小する．短い翼のキャビティの長さが0になっても長い翼のキャビティは成長を続ける．

インデューサ0-50の翼端での翼列形状を持つ翼列(C/h=2.97,β=82.50°,Le/h=0.530)に生じる定常キャビテーションの解析により得られた$\sigma/2\alpha$に対する定常キャビティの長さをFig.7.36に示す．また，この定常キャビテーションに対して行った安定解析により得られた結果をFig.7.37に示す．Figures7.37(a),(b)は等長キャビテーションに対する不安定モードの周波数k_Rおよびキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$である．これらの不安定モードの中でダイバージェンス型のモードであるモードIは$\sigma/2\alpha \leq 2.20$で存在する．従って，この領域の定常キャビテーションは静的に不安定である．モードII～VIIのキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$は$\sigma/2\alpha$により複雑に変化する．この中でモードIIはその周波数の大きさから実験でのキャビテーションサージに対応するものと思われる．また，モードIIIはその翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$が90°に近いことから通常の旋回キャビテーションに対応するものと考えられる．しかしながら，実験では旋回キャビテーションはみられなかった．このモードIIIの存在域の上限の$\sigma/2\alpha$は2.19である．この結果から，インデューサ0-0，0-15および0-30場合の旋回キャビテーション発生域の上限の$\sigma/2\alpha$がそれぞれ2.79，2.65および2.40であ



(a) Reduced frequency for the equal length cavitation

(b) Phase angle for the equal length cavitation



(c) Reduced frequency for the alternate blade cavitation

(d) Phase angle for the alternate blade cavitation

Fig.7.37 Destabilizing roots for the cavitation in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.530, C/h=2.97 and β=82.50°

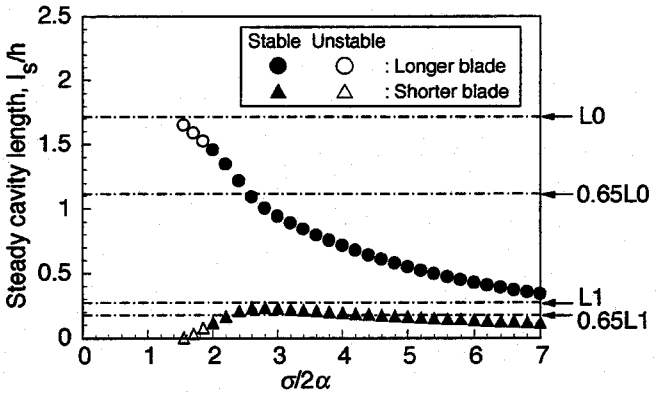


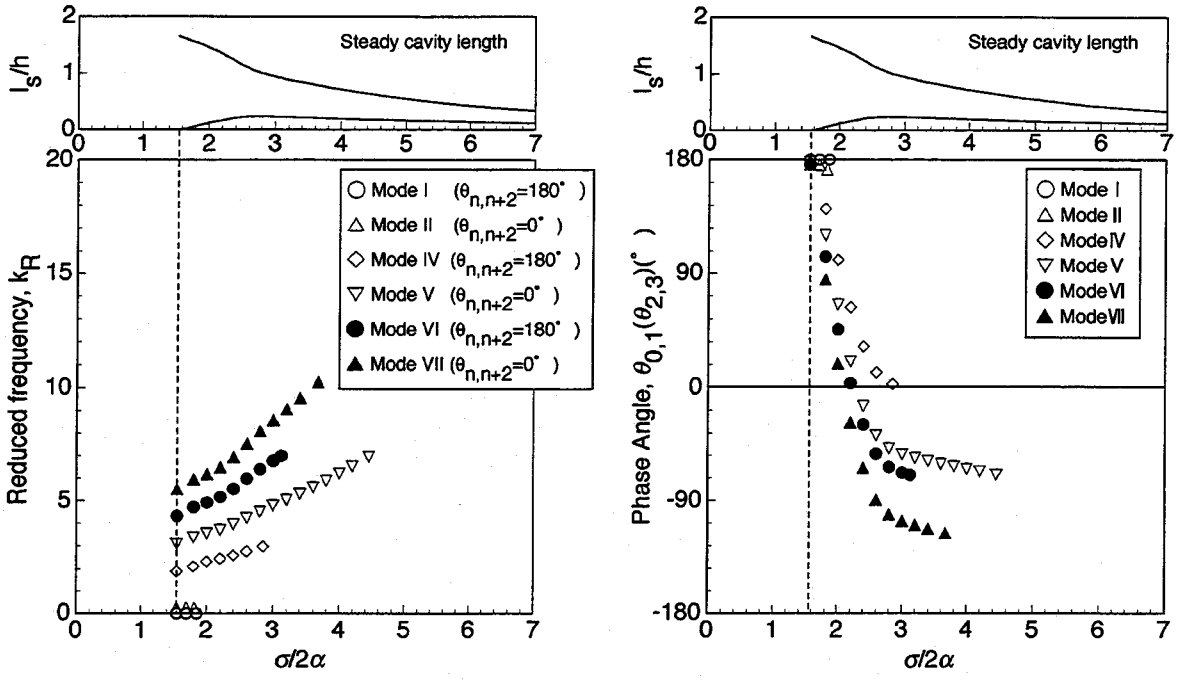
Fig.7.38 Numerical steady cavity length and its stability in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.720, C/h=2.97 and β=82.50°

ることを考えると，翼前縁の切除量を増加させることにより旋回キャビテーション抑制効果を強めることが可能であることが示唆される．ところで，モードIV～VIIに対応する変動は実験ではみられなかった．

Figures7.37(c),(d)は交互翼キャビテーションに相当する定常キャビテーションに対して行った安定解析により得られた不安定モードの周波数k_Rおよびキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$である．これらの不安定モードの中でダイバージェンス型のモードは存在しないことから，交互翼キャビテーションに相当するキャビテーションは静的に安定であるといえる．ここでみられるモードIV～VIIのキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$は$\sigma/2\alpha$により変化する．

ダイバージェンス型のモードに着目して行った安定判別の結果をFig.7.35に記してある．この結果から，$\sigma/2\alpha$の減少に伴い長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションから短い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行することがわかる．そして定常キャビテーションが存在しない領域を経て再び長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行する．その後のより小さい$\sigma/2\alpha$の領域では安定な定常キャビテーションは存在しない．以上が理論解析結果によるキャビティの成長過程であり，この結果は実験によるキャビティの成長過程と一致しない．

Figure7.38にC/h=2.97，β=82.50°，Le/h=0.720の翼列に対して行った定常キャビテーションの解析により得られた$\sigma/2\alpha$に対する定常キャビティ長を示す．翼列は翼



(a) Reduced frequency (b) Phase angle

Fig.7.39 Destabilizing roots for the cavitation in the cascade with unequal length blades, Le/h=0.720, C/h=2.97 and β=82.50°

前縁を翼1枚おきに翼端で約65° 切除したインデューサの翼端の翼列形状をもつ．またFig.7.38に示す定常キャビテーション解に対して行った安定解析により得られた不安定モードの周波数k_Rおよびキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$をそれぞれFigs.7.39(a),(b)に示す．これらの不安定モードの中で周波数が0でキャビティ長の変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$が180° のダイバージェンス型のモードが$1.55 \leq \sigma/2\alpha \leq 1.85$でみられる．このモードはその変動の翼間位相差$\theta_{0,1}(\theta_{2,3})$が180° で$\theta_{n,n+2}$は180° であることから0番目と1番目の翼にキャビティが同相で変動し，2番目と3番目の翼のキャビティが同相，0(1)番目と2(3)番目のキャビティが逆位相で変動するモードである．このモードはつまり長い翼あるいは短い翼のキャビティがそれぞれ交互翼キャビテーションのキャビティのパターンへ移行するモードを意味する．その他のモード，モードII～VIIのキャビティ長の変動の翼間位相差は$\sigma/2\alpha$により変化する．このうちモードIIはその周波数の大きさから実験におけるキャビテーションサージに対応するものと考えられる．通常の旋回キャビテーションに対応するモードであるモードIIIは得られなかった．また，モードIV～VIIに対応する変動は実験では観察されな

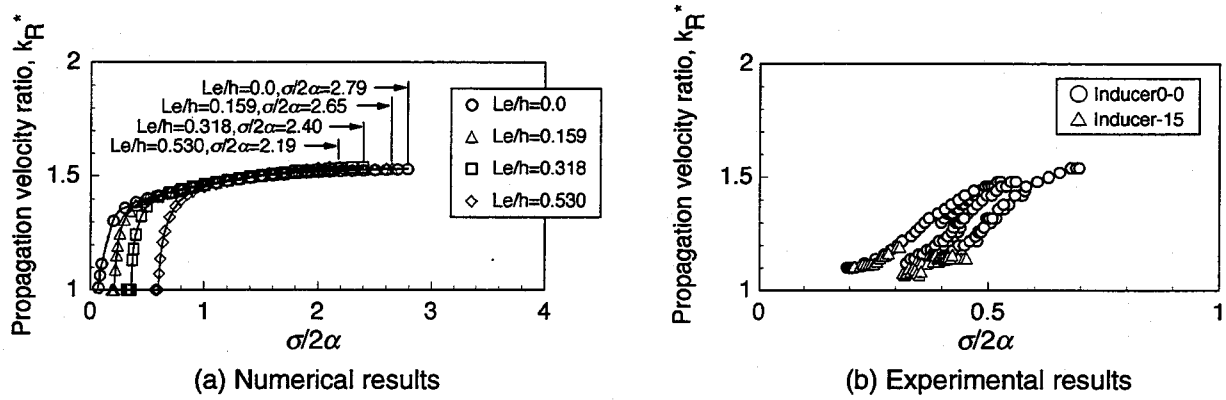
かった．

ダイバージェンス型のモードに着目して安定判別を行って得られた安定性をFig.7.38に記してある．Figure7.38中の黒丸(●)および黒三角(▲)が安定な定常キャビテーションである．$\sigma/2\alpha$が7.0から2.6へ減少するに従い長い翼の長いキャビティと短い翼の短いキャビティは成長を続ける．そして長い翼のキャビティの長さが翼前縁からスロートまでの距離のおよそ65%(0.65L0)に近付くと急激に成長する．一方，短い翼のキャビティは縮小する．このキャビティの成長過程は実験による観察と一致する．

以上のようにインデューサ0-50に相当する翼列に対して行った解析結果よりも翼前縁を翼1枚おきに翼端で約65°切除した翼列に対して行った解析結果が実験結果に近い．この不一致の原因として，実際の流れ場が3次元であることに対して2次元解析を行っている点が挙げられるが，詳しい原因については未だ明らかにはなっていない．ただ本2次元解析で翼前縁を翼1枚おきに切除した翼列に生じるキャビティの成長過程および翼前縁切除量の変化に伴うキャビティの成長過程の遷移といった定性的な傾向は以上の結果から十分に捉えられるものと考えている．

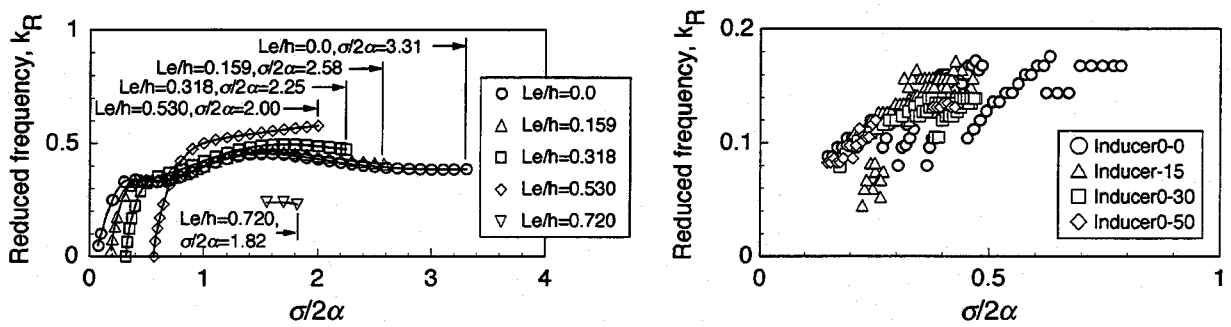
7.3.6 翼前縁切除量の影響

インデューサ0-0の実験によって得られたキャビテーションマップ(Fig.7.7)に示される旋回キャビテーションの発生域は翼前縁を切除することによりインデューサ0-15のキャビテーションマップ(Figs.7.16,7.18)でみられる旋回キャビテーションの発生域のように縮小することがわかった．また翼前縁を約30°および約50°切除したインデューサ0-30およびインデューサ0-50では旋回キャビテーションは発生しないことが判明した．ここで理論解析により得られた旋回キャビテーションを表すモード(モードIII)の伝播速度比k_R*と実験により得られた旋回キャビテーションの伝播速度比k_R*をそれぞれFigs.7.40(a),(b)に示す．この解析結果でみられる旋回キャビテーションの発生域は実験結果と比べてかなり広いが，伝播速度比の値は同程度である．また$\sigma/2\alpha$の減少に伴い伝播速度比が減少するという傾向は解析により良く捉えられている．Fig.7.40(a)において前縁切除量Le/hが0，0.159，0.318，0.530と増加す



(a) Numerical results (b) Experimental results

Fig.7.40 Propagation velocity ratio of rotating cavitation



(a) Numerical results (b) Experimental results

Fig.7.41 Reduced frequency of cavitation surge

るに従い，旋回キャビテーションの発生域はその上限のσ/2αが小さい側へ，下限のσ/2αが大きい側へ移ることにより狭まることがわかる．実験結果においてもFig.7.40(b)に示すように同様のことが言える．

このように翼前縁の切除量の増大は旋回キャビテーションの抑制に効果的であることが明らかになった．

翼前縁を約50°切除したインデューサ0-50ではインデューサ0-30と比較してキャビテーションサージや非対称キャビテーションといった不安定キャビテーションの発生域が縮小することがキャビテーションマップから明らかになっている．理論解析と実験により得られたキャビテーションサージ(モードII)の周波数k_RをそれぞれFigs.7.41(a),(b)に示す．このキャビテーションサージの発生域は解析結果と実験結果で異なるが，キャビテーションサージの周波数は等しいσ/2αの値に対しては同オーダである．Fig.7.41(a)において前縁切除量Le/hが0，0.159，0.318，0.530，0.720と増

加するに従い，キャビテーションサージの発生域はその上限の$\sigma/2\alpha$が小さい側へ，下限の$\sigma/2\alpha$が大きい側へ移ることにより狭まる．実験ではFig.7.41(b)に示すようにインデューサ0-15のキャビテーションサージの発生域の上限の$\sigma/2\alpha$はインデューサ0-0の場合と比べて大きく減少している．インデューサ0-15とインデューサ0-30におけるキャビテーションサージの発生域の上限の$\sigma/2\alpha$は同程度であるが，インデューサ0-50のキャビテーションサージの発生域の上限の$\sigma/2\alpha$はインデューサ0-30と比べて若干減少している．このように実験では上限の$\sigma/2\alpha$が減少することによりキャビテーションサージの発生域が狭まる．

このことから翼前縁の切除量の増大はキャビテーションサージ等の不安定キャビテーションの抑制にも効果的であることが予想される．

以上のことから，翼前縁を切除することにより旋回キャビテーションの発生を抑制することは可能であり，また翼前縁の切除量を増加させることにより旋回キャビテーション抑制効果を高めることが可能であるといえる．また，翼前縁の切除量の増加はキャビテーションサージおよび非対称キャビテーションの抑制に対しても効果的であることが示唆された．

ところで本実験では翼前縁を直線形状とせず後退角化している．このため以上で述べた旋回キャビテーションやその他の不安定キャビテーションの抑制効果には何らかの形で後退角の影響も含まれていることが推測される．

7.3.7 解析の妥当性および問題点

ダイバージェンス型のモードに着目して安定判別を行った解析結果から得られたキャビティの成長過程と実験により観察されたキャビティの成長過程の比較から，本研究で行った2次元解析で，翼前縁を翼1枚おきに切除した翼列に生じるキャビティの成長過程および翼前縁切除量の変化に伴うキャビティの成長過程の遷移といった定性的な傾向を捉えることができた．また安定解析により得られたモードIIおよびモードIIIはその変動の翼間位相差からキャビテーションサージおよび旋回キャビテーションを意味するもので，その周波数の大きさから実験でみられたキャビテーションサージおよび旋回キャビテーションに対応することが明らかになった．

以上のことから本解析により定常キャビテーションとその安定性および不安定モードに対する定性的な検討は可能であるといえる．しかしながら，解析結果と実験結果で各種キャビテーションの発生範囲はキャビテーション係数に関して一致していない．この原因は未だ不明である．またモードI～III以外のモードVI～VIIは実験では観察されなかったことから，これらのモードの存在が何を意味するのか未だ疑問となっている．これらの不明点，疑問点の解明が今後の課題として残されている．

7.4 結言

本章における実験結果および解析結果の検討から以下のことが明らかになった.

(1) インデューサ0-0の実験結果からキャビテーション係数を大きい側から減少させた場合に等長キャビテーションのキャビティの長さがピッチのおよそ65%を越えると交互翼キャビテーションが発生することが明らかになった. このキャビテーションの発達過程は理論解析によって捉えられている.

(2) 4枚翼インデューサ(後退角なし)に生じる旋回キャビテーションの伝播速度比は3枚翼インデューサ(後退角あり)に比べて大きいことが明らかになった.

(3) インデューサ0-15に関する実験で低流量時に2種の交互翼キャビテーションの存在が明らかになった. 1つは長い翼に長いキャビティが生じる交互翼キャビテーションもう1つは短い翼に長いキャビティが生じる交互翼キャビテーションである. これら2種の交互翼キャビテーションは第4章「不等翼弦長インデューサに生じるキャビテーションの理論解析」でその存在が予測されたものである.

(4) インデューサ0-15における旋回キャビテーションの発生域はインデューサ0-0の場合における発生域よりも小さい方に狭くなっている. この原因は翼弦長の不等化の効果とみることもできるが, 翼の後退角による影響も含まれると考えられる.

(5) インデューサ0-15において低流量時に交互翼キャビテーションのキャビティの長さの長短が短い翼と長い翼の間で入れ替わる. この現象が発生するキャビテーション係数の付近で振幅は小さいけれどもキャビテーションサージより高い周波数をもつサージが発生することに留意しておく必要がある

(6) インデューサ0-30においてもインデューサ0-15と同様に2種の交互翼キャビテーションがみられた. 1つは長い翼で長いキャビティが生じる交互翼キャビテーション, 他方は短い翼で長いキャビティが生じる交互翼キャビテーションである.

(7) インデューサ0-30の場合に旋回キャビテーションは発生しない. このことから翼前縁の切除量を大きくすることにより旋回キャビテーションが抑制されることが判明した. 但し翼前縁の後退角の影響が何らかの形で旋回キャビテーションの抑制に対して作用している可能性があることを付け加えておく.

(8)　インデューサ0-50においては，短い翼に長いキャビティが生じる交互翼キャビテーションはみられず，長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションのみが観察された．また，旋回キャビテーションは発生せず，キャビテーションサージや非対称キャビテーションの発生域はインデューサ0-30の場合の発生域と比較して縮小した．このことから翼前縁の切除量を増加させることによってキャビテーションサージや非対称キャビテーションといった不安定キャビテーションの発生も抑制できることが示唆された．

(9)　インデューサ0-15，0-30の翼端での翼列形状をもつ翼列に生じるキャビテーションに関する理論解析の結果から，長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションにおける短い翼の短いキャビティの長さが翼前縁からスロートまでの距離のおよそ65%に達すると短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行することが明らかになった．さらに$\sigma/2\alpha$が低下すると再び長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションに移行する．以上のキャビティの移り代わりは定性的には実験結果と一致する．

(10)　インデューサ0-50の翼端での翼列形状を持つ翼列に生じるキャビテーションに関する理論解析により得られた$\sigma/2\alpha$に対するキャビティ長の成長過程は実験結果と一致しない．一方，翼前縁を翼1枚おきに約65°切除したインデューサの翼端での翼列形状を持つ翼列に生じるキャビテーションの理論解析により得られた$\sigma/2\alpha$に対するキャビティ長の成長過程はインデューサ0-50の実験結果と一致した．この原因は未だ不明である．

(11)　解析結果と実験結果によるキャビティの成長過程の比較から，翼前縁を翼1枚おきに切除したインデューサに生じるキャビティの成長過程および翼前縁切除量の変化に伴うキャビティの成長過程の遷移といった定性的な傾向は本解析により十分に捉えられるものと思われる．

(12)　実験と解析による旋回キャビテーションおよびキャビテーションサージの発生域の検討から，翼前縁の切除により旋回キャビテーションおよびキャビテーションサージの発生域を縮小し得るといえる．また，切除量が多いほど，旋回キャビテー

ションやキャビテーションサージの発生域をより縮小できることが示唆された．

(13)　解析結果と実験結果で各種キャビテーションの発生範囲はキャビテーション係数に関して一致していない．この原因は不明である．また，安定解析により得られた高次のモードは実験では観察されなかったことから，これらのモードの存在が何を意味するのか未だ疑問である．これらの不明点，疑問点の解明が今後の課題として残されている．

参考文献

[1] 片岡，堀口，WAHL, F.，吉田，辻本，1997，”4枚羽根インデューサの非定常キャビテーションの観察”，日本機械学会第1回流体工学部門トークインII講演前刷集，II-28 .

[2] Wade, R. B., 1967, "Linearlized Theory of a Partially Cavitating Cascade of Flat Plate Hydrofoils," *Applied Scientific Research*, Vol. 17, pp.169-188.

[3] Tsujimoto, Y., Yoshida, Y., Maekawa, Y., Watanabe, S. and Hashimoto, T., "Observations of Oscillating Cavitation of an Inducer," 1997, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.119, No.4, pp.775-781.

[4] 片岡，堀口，WAHL, F.，吉田，辻本，1998，”不等翼弦長4枚羽根インデューサに生じる非定常キャビテーションの観察”，日本機械学会流体工学講演会講演論文集，No.98-15，pp.205-206.

[5] 堀口，WAHL，F.，渡邉，辻本，1998，”不等翼弦長インデューサに生じるキャビテーションの理論解析”，日本機械学会流体工学講演会講演論文集，No.98-15，pp.203-204.

第8章　結論

本論文では低吸込圧下で運転されるインデューサで見られる交互翼キャビテーションの諸性質および発生機構の解明を目的に理論解析を行った．また旋回キャビテーションの抑制法として翼前縁を翼1枚毎に交互に切除する方法を提案し，その効果を理論と実験から検証した．その結果を各章ごとに以下に示す．

第1章では交互翼キャビテーションと旋回キャビテーションに関する研究の背景から交互翼キャビテーションの諸性質や発生機構が不明であることまた旋回キャビテーションによる軸振動が問題となることを述べた．また，軸振動防止の観点から旋回キャビテーション発生防止が要求されているにもかかわらず旋回キャビテーション抑制に関する研究は数少なく，それらの研究による旋回キャビテーション抑制機構は未解明であるという背景から本研究のテーマの1つである「旋回キャビテーションの抑制に関する研究」の必要性を述べた．そこで本研究では交互翼キャビテーションの発生が旋回キャビテーションの発生を抑制するとされている点に着目し，旋回キャビテーションの抑制法として翼に積極的に不等性を付加することにより交互翼キャビテーションの発生域を拡大し，旋回キャビテーションの発生を抑制する方法を提唱した．これが実際に旋回キャビテーション発生の抑制に効果的であるかどうかを理論と実験により検討することを本研究の目的の1つとした．また冒頭で述べたように交互翼キャビテーションの諸性質や発生機構は未解明であるので，まずこれらについて理論的な立場から検討するという研究方針を立てた．理論解析で用いる解析法はキャビティ長が変化し得る後縁閉鎖型モデルを用いた特異点法による解析法とした．本研究で用いる解析法の特徴は，従来の解析法で仮定されていた変動の翼間位相差を未知量とした点である．

第1章で述べた研究方針に従い，第2章では交互翼キャビテーションの諸性質を調べることを目的に交互翼キャビテーションの定常解析を行った．これまで交互翼キャビテーションは実験でのみ観察されていたが，本解析により交互翼キャビテーションが理論的にも予測可能であることを示した．翼列パラメータが交互翼キャビテーション解に与える影響を検討した結果，弦節比が2.0以上の翼列と1.0以下の翼列

で$\sigma/2\alpha$に対する交互翼キャビテーションの現れ方に特徴的な差異が見られた．食違い角が60～80(°)の翼列では弦節比が2.0以上の場合には$\sigma/2\alpha$の減少に伴い等長キャビテーションのキャビティの長さがピッチのおよそ65%に達すると交互翼キャビテーションが現れ，その後交互翼キャビテーションは成長する．一方，弦節比が1.0以下の場合には$\sigma/2\alpha$を減少させると，ある翼のキャビティの長さがほぼ翼弦長と等しく一方の翼のキャビティの長さが0となる交互翼キャビテーション解が現れる．$\sigma/2\alpha$の低下に伴い長いキャビティと短いキャビティの長さが近付き翼弦長のおよそ65%で等しくなる．以上の交互翼キャビテーションの分布形態の入れ替わりは，食違い角が60～80(°)の翼列に対し，弦節比が1.5程度で起こることがわかった．

第3章では弦節比の違いにより交互翼キャビテーション解の分布形態が大きく異なるという第2章の結果を受け，それらの解の安定性を調べた．本研究ではストローハル数が0の不安定モードの有無によりキャビテーションの静的な安定性を判別した．その結果およそ1.5以上の大きな弦節比をもつ翼列ではキャビティ長が翼ピッチのおよそ65%以上となる長い等長キャビテーションが不安定となり，それ以外の等長キャビテーションおよび交互翼キャビテーションは安定であることがわかった．このことから，従来知られている等長キャビテーションは$\sigma/2\alpha$の低下に伴い静的に不安定となり，交互翼キャビテーションへ移行することが判明した．一方，およそ1.5以下の小さな弦節比を持つ翼列ではキャビティ長が翼弦長のおよそ65%以下となる短い等長キャビテーションが安定でそれ以外の等長キャビテーションおよび交互翼キャビテーションはいずれも不安定であることが判明した．このことから1.5以下の小さな弦節比を持つ翼列では交互翼キャビテーションは発生しないことが明らかになった．以上の結果は実験による観察とも一致している．

交互翼キャビテーションが発生する理由はキャビティ後端の下流に隣接翼に対して迎え角の小さい流れの領域が存在し，キャビティ長がピッチのおよそ65%に達するとこの領域が隣接翼の前縁と干渉し始めるためであることが判明した．

また$\sigma/2\alpha$の低下に伴い等長キャビテーションのキャビティの長さがピッチのおよ

そ65%となる付近の$\sigma/2\alpha$で旋回キャビテーションやキャビテーションサージを含む多くの不安定モードが現れ始める．この理由も上述したキャビティ後端の下流の迎え角の小さい流れの領域と隣接翼前縁の干渉のためと考えられる．

第4章では交互翼キャビテーションの発生により旋回キャビテーションの発生域が縮小するとされている点に着目し，軸振動防止の観点から，翼前縁を翼1枚毎に交互に切除することにより交互翼キャビテーションを積極的に発生させ旋回キャビテーションの発生を抑制する試みを理論解析により行った．翼前縁を翼1枚毎に交互に切除した翼列(不等翼弦長翼列)では，2種類の交互翼キャビテーション解が得られた．1つは長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーション，もう1つは短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションである．安定解析により得られた周波数0のダイバージェンス型の不安定モードに着目して静的な安定性を判別した結果，$\sigma/2\alpha$の減少に伴い，長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションから短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行した後，ある$\sigma/2\alpha$で再び長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションへ移行することが明らかになった．以上のキャビティの移り変わりは短い翼のキャビティの長さが翼前縁からスロートまでの距離のおよそ65%に達する起こる．この理由もまた前述したキャビティ後端の下流の迎え角の小さい流れの領域と隣接翼前縁の干渉で説明できることが明らかになった．

周波数が0の不安定モードに対して安定なキャビテーションの領域の下限の$\sigma/2\alpha$は，翼を切除することにより減少することがわかった．このことから翼の切除により安定域を拡大することが可能であるといえる．また，旋回キャビテーションのモードが存在する領域の上限の$\sigma/2\alpha$は，翼の切除により減少することが明らかになった．この事実から翼の切除により旋回キャビテーションの抑制が可能であることが示された．

第5章では第4章と同様，不等翼弦長翼列に生じるキャビテーションの理論解析を行い翼前縁の切除量が定常キャビテーションおよびその安定性に及ぼす影響を調べ

た．翼前縁切除量が少ない翼列では長い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションと短い翼で長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションが定常解として得られ，翼前縁切除量が多い翼列では長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションのみが解として存在することがわかった．このように翼前縁の切除量によって定常キャビテーション解の分布形態に違いがみられた．翼前縁切除量が少ない翼列に生じるキャビテーションの発達は前述したように短い翼のキャビティの後端下流の迎え角の小さい流れの領域と隣接翼前縁の干渉により大きく影響される．一方，翼前縁の切除量が多い翼列では短い翼のキャビティが小さくそのキャビティ後端の迎え角の小さい流れの領域は隣接翼前縁と干渉するほど大きくならない．そのため翼前縁の切除量が多い翼列ではキャビテーションの発達に対して短い翼の短いキャビティは影響力を持たないことが判明した．

安定解析により翼前縁切除量が特に多い場合を除いて切除量が多くなるほど安定域が拡大することが判明した．また，旋回キャビテーションを意味するモードの存在域は翼前縁切除量が増加するにつれ減少することが明らかになった．以上のことから翼前縁の切除量を増加させることによりキャビテーションの安定域を拡大し，また旋回キャビテーションの発生域を縮小し得ることが示された．

第6章では各翼を独立したものとして扱った解析を行い，第5章までの変動の翼間位相差を仮定した解析により得られたモード以外のモードをもつ不安定現象が発生しうるか否かを調べた．低次のモードの範囲で生じ得る全ての不安定モードを求めた結果，変動の翼間位相差を仮定した解析により得られたモードのみが存在することがわかった．このことから，考え得る不安定現象のモードをすべて検討しておけば変動の翼間位相差を仮定した解析で十分な結果が得られることが判明した．翼数が3，4，5枚の羽根車に相当する翼列に生じるキャビテーションに対して交互翼キャビテーションおよびそれに相当するキャビテーションの定常解の存在を調べた．その結果，交互翼キャビテーションは偶数枚の翼を持つ翼列にのみ生じうることが明らかになった．

また，変動の翼間位相差が0のサージモードの内，最低次のものはキャビティ体積

変動，すなわち入口流量変動を伴うことから入口ダクト長に依存し，高次のモードはキャビティ体積変動を伴わないことから入口ダクト長に依存しないことが明らかになった．

第7章では翼前縁を切除しないインデューサと翼前縁を翼1枚毎に交互に切除した3種のインデューサに生じるキャビテーションの実験を行い，翼前縁の切除量がキャビテーションに与える影響を調べた．翼前縁を翼端で15(°)あるいは30(°)切除したインデューサで低流量時に2種類の交互翼キャビテーションの存在が明らかになった．1つは長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーション，もう1つは短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションである．これら2種の交互翼キャビテーションは第4章「不等翼弦長翼列に生じるキャビテーションの理論解析」でその存在が予測されたものである．また翼前縁を翼端で50(°)切除したインデューサでは長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションのみが観察された．これも第5章における翼前縁切除量が多い翼列に生じるキャビテーションの解析でその存在が予測されている．本実験で使用したインデューサの翼端の翼列形状を持つ翼列に生じるキャビテーションに対して行った解析結果でも翼前縁切除量が小さい場合には，長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションと短い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションの2種のキャビテーションが発生し，翼前縁切除量が大きい場合には，長い翼に長いキャビティが発生した交互翼キャビテーションのみが発生することが明らかになった．解析結果と実験結果によるキャビティの成長過程の比較から，翼前縁を翼1枚毎に交互に切除したインデューサに生じるキャビティの成長過程および翼前縁切除量の変化に伴うキャビティの成長過程の遷移といった定性的な傾向は解析により十分捉えられることが判明した．

翼前縁を翼端で15(°)切除したインデューサでは旋回キャビテーションの発生域が翼前縁を切除しないインデューサにおける旋回キャビテーション発生域よりも減少し，翼前縁を翼端で30(°)あるいは50(°)切除したインデューサでは旋回キャビテーションは発生しなかった．このことから翼前縁を翼1枚毎に交互に切除することによ

り旋回キャビテーションを抑制することが可能で，また切除量を増加させることにより旋回キャビテーションの発生域の縮小量を増加させることが可能であることが判明した．

翼前縁を翼端で50(°)切除したインデューサでは，翼前縁を30(°)切除したインデューサと比較して，キャビテーションサージや非対称キャビテーションといった不安定キャビテーションの発生域が減少した．この事実から前縁切除量の増加によりキャビテーションサージ等の不安定キャビテーションが抑制される可能性が示唆された．

本研究を通じ複雑な3次元キャビテーション流れやその安定性および不安定現象が2次元流れ解析で定性的に予測可能であることが示された．2次元流れ解析で予測可能な理由として，実際の3次元流れ場においても迎え角の変化とキャビティ体積の変化の関係が定性的には2次元流れの場合と同じであるためと考えられる．その一方で，解析と実験による結果をキャビテーション係数に関して比較すると各種キャビテーションの発生域は一致しない．この不一致の原因は不明であるが，流れの3次元性や粘性，翼厚の効果などによると考えられる．また，安定解析により高次のモードが多数得られたが，実験でこれらのモードに対応する変動がみられなかった．これらのモードの存在が何を意味するのか未だ疑問である．

以上の不明点や疑問点の解明が今後の課題として残されている．

謝辞

本論文をまとめるにあたり様々な方からの御協力および励ましの言葉を頂きました．最後になりましたがお世話になった方々に対して御礼の言葉を述べさせて頂きます．

私の指導教官であり本論文の主査をして下さいました辻本良信教授に心より感謝いたします．先生は本論文の研究テーマを与えて下さいました．この興味深いテーマを与えて下さったことに深く感謝しております．また，研究に対する姿勢や研究の内容について始終丁寧な御指導を頂きました．研究が滞るような場合にも常に励まして下さり大変ありがたく思いました．ここに改めて感謝致します．

本論文の副査をして頂きました吉川孝雄教授，木本日出夫教授，杉本信正教授に深く感謝致します．論文審査において先生方は御多忙の中，貴重な時間をさいて様々な御指摘をして下さいました．これにより論文の内容が正確になり，より読みやすくなりました．

吉田義樹助教授は，実際に多くのターボ機械を扱われてきた御経験から本研究に対して数多くの貴重な御意見，御助言を下さいました．また，深夜まで研究に打ち込んでいる先生の姿により，私の研究に対する姿勢は大きな影響を受けました．心より感謝致します．

私が学部4年生の頃からの先輩で，現在九州大学工学部で勤務されている渡邉聡講師は，本研究の理論解析モデルの骨格を構成され，また研究を進めるにあたり全般的にサポートして下さいました．博士論文としてこの研究をまとめることができたのは，氏の多大な御尽力のおかげです．深く感謝しております．

株式会社荏原総合研究所の青木正則氏は，本論文の第2章，第3章の研究のきっかけを与えて下さいました．また，氏の実験結果を大変参考にさせて頂きました．深く感謝致します．

Caltech.のA. J. Acosta名誉教授，C. E. Brennen教授は本研究に関して貴重な御意見および御助言を下さいました．心より感謝致します．

SEP division de S. N. E. C. M. A.のDr. PhiLippe GEAIは本研究を主に経済的な面から

御支援下さいました．感謝致します．

また，本研究は文部省科学研究補助金を用いて行われました．ここに謝意を表します．

佐藤光太郎助手，横田和彦助手は，本論文の研究を進めるにあたり多くの有益な御助言および御討論をして下さいました．また，本論文をまとめる際にも様々な御助言を下さいました．心より感謝致します．

山本晶万技官は，本研究以外にも測定機器などに関して様々な興味深いお話しをして下さいました．深く感謝致します．

修士課程2年の片岡大君は私のわがままな要求にも不満をもらさず実験を着実にこなし，また結果を整理して下さいました．氏のおかげで本論文を充実したものにすることができました．ここに感謝の意を表します．

学部4年生の東誠治君は修士課程2年の片岡大君とともに実験の遂行に労を惜しまぬ尽力を下さいました．心より感謝致します．

また，一人一人御名前を挙げることはできませんでしたが，研究室のみなさんには日頃からコンピュータの使用等を優先させて頂くなど，その他様々なお心使いを頂きました．大変感謝しております．

以上の方々以外にも事務の方など多くの人々の御尽力を頂きこの論文をまとめることができました．

お力添えを下さった皆様方に改めて御礼申し上げます．

最後になりましたが，始終私を支えて下さいました両親に心より感謝致します．