Title	The Unramified Shintani Functions for the Reductive Symmetric Pair (GSp4, GL2×_GL1 GL2)
Author(s)	源嶋, 孝太
Citation	大阪大学, 2018, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/69322
rights	
Note	

様式３

論 文 内 容 の 要 旨

氏　名	（　源嶋孝太　）
論文題名	The Unramified Shintani Functions for the Reductive Symmetric Pair (GSp4,GL2×_GL1 GL2) (簡約対称対 (GSp4,GL2×_GL1 GL2) に関する不分岐新谷関数)

論文内容の要旨

Shintani関数は簡約対称対に対して定義される特殊関数であり、帯球関数の一般化とみなされる。そのような特殊関数は、簡約対称対をうまく選択すると保型 L-関数の積分表示理論で重要な役割を果たす。Kato-Murase-Suganoは，標数が 2 でない非アルキメデス的局所体上の、分裂特殊直交群の対称対(SO(n),SO(n-1))に関する不分岐Shintani関数の一意性と存在、およびWeyl群の作用に関して対称性の高い、不分岐 Shintani 関数の明示公式を証明した。その証明の手法は、ShintaniおよびCasselman-Shalikaによる不分岐Whittaker関数の明示公式の証明を踏襲した手法であり、別の類似の特殊関数を調べる際にも有効であると思われる。

本論文では、任意標数の非アルキメデス的局所体上の簡約対称対(GSp(4),GL(2)×_GL(1) GL(2))に関する不分岐Shintani関数が考られており、次の二つの部分からなる。

(1) 不分岐Shintani関数の一意性、存在および明示公式の確立、

(2) 不分岐Shintani関数の明示公式を用いた、(GSp(4),GL(2)×_GL(1) GL(2))に対するMurase-Sugano型の不分岐局所ゼータ積分の計算。結果として、このゼータ積分がGSp(4)のスピンL-因子とGL(2)×GL(2)のRankin-SelbergL-因子の商であることがわかる。

ここで (1)、(2) に関する注意点を述べたい。(1) で証明されたことは、考える非アルキメデス的局所体の標数が 2 でなければ、Kato-Murase-Suganoの(SO(5),SO(4))に対する結果から、PGSp(4)とSO(5)の間の同型を用いて比較的容易に証明される。しかし、考える非アルキメデス的局所体の標数が2である場合には証明をやり直す必要があった。証明はCasselman- ShalikaおよびKato-Murase-Suganoと同様、p進Poisson積分によりShintani汎関数を構成するという手法をとった。このp進Poisson積分はSatakeパラメータ α を含む。α がSatakeパラメータの空間の十分小さい開集合に含まれるとき、この積分は収束しShintani汎関数が定義されるが、この定義域の延長が問題であった。このShintani汎関数の定義域を、Satakeパラメータの空間の稠密部分集合へ延長する際にBernsteinの有理性定理を用いた。Bernsteinの有理性定理はいくつかの先行研究の中でも用いられているが、必要な議論の証明が概略に留まっていたため、本論文では詳細な証明を与えた。 Bernsteinの有理性定理を用いる方法は、類似の特殊関数の研究においても有用であると思われる。(2) で得られた結果は、考える非アルキメデス的局所体の標数が0であるとき、Murase-Suganoにより証明されている。その証明の中では不分岐Shintani 関数の明示公式は用いられておらず、ノルム関数を用いて巧みに不分岐局所ゼータ積分が計算されている。本論文の計算は彼らのものと比べてより直接的である。

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名（　源嶋　孝太　）		
論文審査担当者	（職）	氏　名
主　査	教授	渡部　隆夫
副　査	教授	中村　博昭
副　査	准教授	森山　知則
副　査	准教授	安田　正大

論文審査の結果の要旨

本論文は、非アルキメデス局所体に成分をもつ 2 次一般斜交群上の不分岐新谷函数を研究したものである。新谷函数は、村瀬篤と菅野孝史(1994)により、直交群上の保型形式の標準 L 函数の研究のために導入され、標準 L 函数の解析において中核的な役割を果たした。申請者は、2 次斜交群と 5 次分裂型特殊直交群が代数群として同種の関係であることにもとづいて、村瀬・菅野の方法による 2 次一般斜交群の保型 L 函数の積分表示における局所理論に取り組み、主要な結果として次を示した。

(1) 非アルキメデス局所体上定義された 2 次一般斜交群に関する不分岐新谷函数の一意性と明示公式。

(2) 2 次一般斜交群の村瀬・菅野型の局所ゼータ積分は、スピノル L 函数の局所因子により表示される。

基礎体の標数が 2 でない場合は、(1) の明示公式は加藤・村瀬・菅野 (2003) による直交群上の不分岐新谷函数の明示公式に比較的容易に帰着されるが、申請者は、基礎体の標数が 2 である場合も含めて明示公式を与えている。また (2) の局所ゼータ積分は、(1) の明示公式の導出によって直接的な計算が可能となったものである。本論文における明示公式の証明は、局所新谷函数を p 進 Poisson 積分から構成し、この積分を表現論的な手法で計算する、という Casselman・Shalika (1980) による不分岐 Whittaker 函数の研究に始まり、上述の加藤・村瀬・菅野の論文でも用いられている手法を大筋で踏襲するものである。p 進 Poisson 積分の被積分函数は佐武パラメータを含み、佐武パラメータがある開集合に属するときに p 進 Poisson 積分は収束し、佐武パラメータについて正則函数になる。上記の表現論的な手法による計算の正当化のためには、正則函数とみた p 進 Poisson 積分を Weyl 群の作用で安定な稠密部分集合にまで解析接続することが必要となる。本論文では、所望の性質を持つ稠密部分集合の存在を測度論的な議論と Bernstein の有理性定理を用いて示すことで、上記の解析接続を確立している。このような論法による解析接続の可能性は、概略的な方針としてこの分野の専門家に認識されていたが、これまでに詳細な証明が公表されたことはなかった。本論文の特筆すべき成果は、上記論法による解析接続の方法を数学的に厳密かつ詳細に展開し、この論法が広範な適用範囲と簡便性を兼ね合わせている優れた手法であることを明らかにした、という点である。

以上のように、本論文では、Bernstein の有理性定理を用いた方法により標数についての制限なく不分岐新谷函数の公式を導出し、2 次一般斜交群の村瀬・菅野型の局所ゼータ積分に関する重要な結果を示しており、博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。