



Title	Convergence analysis of network-of-networks with hierarchical structure
Author(s)	李, 浩鎮
Citation	大阪大学, 2018, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/69709">https://hdl.handle.net/11094/69709</a>
rights	
Note	やむを得ない事由があると学位審査研究科が承認したため、全文に代えてその内容の要約を公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 論文内容の要旨

氏 名 （ 李 浩 鎮 ）	
論文題名	Convergence analysis of network-of-networks with hierarchical structure (階層構造を持つnetwork-of-networksの収束性解析)
論文内容の要旨	
<p>Multi-agent systems can be modeled with graphs, and their dynamics can be characterized by the spectrum of the graph Laplacian. For example, the second smallest eigenvalue of the Laplacian is called the algebraic connectivity (AC) because it can be a measure of connectedness of the graph. It also gives us the convergence rate of the MAS in the worst case.</p> <p>On the other hand, by considering large systems as hierarchical network constructed by interconnecting subsystems, analysis/design method for the systems have been explored in various ways. Still, calculating eigenvalues of graph Laplacian which corresponds to large systems have difficulty because of its size. In this research, we consider convergence analysis of network-of-networks with hierarchical structure.</p> <p>Firstly, we propose a method for finding the algebraic connectivity of network-of-networks having a graph product structure. The networks are composed of several homogeneous subsystems, where their corresponding vertices are interconnected through an interconnection graph. We show that, without calculating Laplacian spectrum of graph corresponding to the entire system directly, the algebraic connectivity and the other eigenvalues can be obtained from properties of graphs corresponding to the subsystem and the interconnection. Also, we indicate that the algebraic connectivity of an entire system does not exceed those of the subsystem and the interconnection.</p> <p>And we propose a classification of multi-agent systems with hierarchical network structure based on algebraic connectivity. In the system, each subsystems has the same number of agents (that is, the same number of vertices) and has structure which can be different, where several vertices of subsystems form interconnections with other subsystems, respectively. Then we derive a necessary and sufficient condition for adding edges to subsystems of the original graph with preserving its algebraic connectivity. To this end, we first define positive definite matrices with graph Laplacian of the subsystem and eigenvalues of the interconnection. We also calculate the eigenvectors of certain positive matrices defined above and eigenvectors of the graph Laplacian corresponding to the interconnection. The condition is expressed with the eigenvectors and graph Laplacian corresponding to edge addition.</p> <p>Also, we consider a convergence rate of a consensus algorithm in a network represented as a digraph product. The graphs represent subsystems and interconnection are balanced graphs and every subsystems have the same structure where the corresponding vertices are connected to other subsystems via interconnections with the same structure. While a convergence rate of average consensus in such systems are considered, we show that for hierarchical network it can be calculated easily. For the convergence rate, we consider the algebraic connectivity of the mirror graph of the original directed graph.</p> <p>Lastly, we consider convergence rate of a consensus algorithm in a network with directed &amp; balanced heterogeneous substructure. The graphs represent subsystems and interconnection are balanced graphs and not every subsystems have the same structure, where the corresponding vertices are connected to other subsystems via interconnections with the same structure. For the convergence rate, we consider the algebraic connectivity of the mirror graph of the original directed graph.</p>	

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 ( 李 浩 鎮 )			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教授	藤崎 泰正
	副 査	教授	鈴木 秀幸
	副 査	教授	森田 浩
	副 査	准教授	和田 孝之

## 論文審査の結果の要旨

自然的か人工的かによらず、様々なシステムはネットワークとしてモデル化できる。マルチエージェントシステム理論とは、大規模ネットワーク系の動特性を解析し、設計するための方法論を与えるものであり、近年急速な発展を遂げている。その数理的な特徴は、代数的グラフ理論を援用する点にあり、ネットワークをグラフ、さらに行列で表現し、固有値や固有ベクトルなどの線形代数の特徴量と、連結性などに代表されるネットワークの各種性質を結びつける。離散数学的な考え方から定性的にアプローチする伝統的なグラフ理論に比べて、線形代数を用いる代数的グラフ理論を用いれば、ネットワークをより定量的に考察できる。実際、与えられたマルチエージェントシステムの接続関係を表すグラフのラプラシアン行列（グラフラプラシアン）のスペクトルを用いれば、その動特性を特徴づけることができる。例えば、無向グラフを考えると、そのグラフラプラシアンの二番目に小さい固有値である代数的連結度は、グラフの連結状態の尺度となり、マルチエージェントシステムにおける合意の収束率の最悪値を与えるための解析手段として用いられる。しかしながら、大規模システムに対応するグラフラプラシアンは、次元の大きい行列となるため、解析することは必ずしも容易ではない。一方、従来の大規模システム理論では、全体システムをサブシステムが相互結合した階層構造を持つネットワークとして表現し、解析する様々な手法が研究されてきた。したがって、階層構造を導入しつつマルチエージェントシステム理論を再構築することが望まれる。

そこで本論文では、大規模システム、特に階層構造をもつ **network-of-networks** と呼ばれるマルチエージェントシステムにおける収束性を解析するために、その接続関係を表す大規模グラフの代数的連結度を、サブシステムと接続構造のグラフにより特徴付けるとともに、その値をより容易に求める方法を与えることを目的としている。最初に、無向グラフにより記述される **network-of-networks** を対象に、同一構造のサブシステムが対応する点同士で同一の接続構造により結合しているとき、全体システムのグラフラプラシアンがサブシステムと接続関係のグラフラプラシアンのクロネッカ積を用いて表現できることを利用し、全体システムの代数的連結度をこれら部分グラフの特徴量より求める方法を与えている。さらに、その解析方法を、サブシステムが同一の構造を持たない場合に拡張している。有向グラフにより記述される **network-of-networks** に関しては、サブシステムと接続関係を表す部分グラフが平衡グラフである場合を対象に、対応するミラーグラフの代数的連結度を考察することにより、収束率の最悪値を解析している。この有向グラフの場合についても、その解析方法を、サブシステムが同一の構造を持たない場合に拡張している。

以上のように本論文は、階層構造をもつマルチエージェントシステムの収束性を解析するための方法論を与えるものであり、動的システム理論の新たな分野を切り開く重要な貢献である。よって、博士（情報科学）の学位論文として価値のあるものと認める。