



Title	Convex polytopes of finite graphs and Ehrhart series
Author(s)	濱野, 銀次
Citation	大阪大学, 2018, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/69729
rights	© Springer International Publishing AG, part of Springer Nature 2018
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

論文内容の要旨

氏 名 (濱野 銀次)	
論文題名	Convex polytopes of finite graphs and Ehrhart series (有限グラフに付随する辺凸多面体とエルハート級数)
論文内容の要旨	
本博士論文では、2つのテーマ：	
(1) 有限単純グラフに付随する辺凸多面体の正則単模三角形分割の存在 (第2章)	
(2) 有限単純グラフに付随する2弱頂点充填凸多面体および関連する凸多面体の三角形分割およびEhrhart級数 (第3章)	
について研究した結果を述べる。	
テーマ(1)については、辺凸多面体に正則単模三角形分割が存在するかどうかという問題は、基本FHMグラフというグラフのクラスについて考えれば十分であることがわかっている。関西学院大学の杉教授により、基本FHMグラフの辺凸多面体が正則単模三角形分割をもつための必要十分条件が与えられた。しかし、この条件はかなり複雑なもので、グラフをみてすぐ判定できるというものではない。そこで、本論文の第2章3節では、グラフのデータを用いて辺凸多面体に正則単模三角形分割が存在するための簡単な十分条件を4つ与える。4節では、応用として、いくつかのグラフの無限系列がこれらの十分条件をみたし、したがって、その辺凸多面体が正則単模三角形分割をもつことを示す。5節では、数式処理システムmagma上で、与えられた有限単純グラフが、大杉の必要十分条件や4つの十分条件をみたすかどうか判定するプログラム cycle12.c を作成したので、このプログラムとアルゴリズム、プログラムの使い方などを説明する。	
テーマ(2)については、有限単純グラフに付随するfractional stable set polytopeのEhrhart環がGorensteinであることを示す。	
第3章1節では、fractional stable set polytopeを2倍した凸多面体について、その δ ベクトルがalternatingly increaseであることを示す。	
第2節では、fractional stable set polytopeのEhrhart環がGorenstein環であることを示す。	
第3節ではこの結果を用いて、fractional stable set polytopeのEhrhart級数の計算法およびグラフが完全グラフの場合の計算例を示す。	
最後に第4節では、fractional stable set polytopeを3倍して $(-1, \dots, -1)$ だけ平行移動した凸多面体の双対多面体について考察する。	
なお、第1章では、2章および3章で使うGroebner基底および凸多面体に関する基礎事項をまとめた。	
付録Aでは、2章2節でのプログラムの実験に用いた20個の基本FHMグラフの例をあげる。	
付録Bには、2章2節で用いるプログラム cycle12.c をのせた。	

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (浜野 銀次)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教授	日比 孝之
	副 査	教授	和田 昌昭
	副 査	准教授	村井 聡
	副 査	関西学院大学教授	大杉 英史

論文審査の結果の要旨

浜野銀次君の学位論文では、有限単純グラフに付随する凸多面体の類である、辺凸多面体、及び、有理安定集合多面体に着目し、正則単模三角形分割の存在、及び、凸多面体に属する格子点の数え上げに関するエルハート級数を巡る研究が展開されている。

浜野君の学位論文の前半では、有限単純グラフの辺凸多面体が正則単模三角形分割を持つための十分条件が議論されている。1999 年、大杉英史と日比孝之は、単模三角形分割を持つが、正則単模三角形分割を持たない辺凸多面体を構成した。他方、どのような辺凸多面体が正則単模三角形分割を持つかという問題は、大杉英史らによる部分的な結果があるものの、ほとんど未解決の状態である。浜野君は、既存の結果を駆使しながら、辺凸多面体が正則単模三角形分割を持つための効果的な十分条件を、奇サイクルの言葉で記述することに成功し、更に、その十分条件を計算機上で実装している。浜野君が発見した十分条件は、条件を少し弱めると正則単模三角形分割を持たない反例が存在するため、必要条件にもきわめて近い条件となっている。それゆえ、本学位論文は懸案の未解決問題の研究を飛躍的に進歩させるものである。

学位論文の後半では、孤立点を持たない有限単純グラフの有理安定集合多面体のエルハート級数が探究されている。エルハート級数とは膨らませた凸多面体に属する格子点の数え上げから定義されるエルハート関数の母関数であり、欧米諸国の研究者によって盛んな研究活動が展開されている。浜野君は、有理安定集合多面体のエルハート環のゴレンシュタイン性、及び、有理安定集合多面体を 2 倍に膨らませた格子凸多面体のエルハート級数の δ 列の特質などを駆使し、有理安定集合多面体のエルハート級数の有理式表示の分子の多項式の係数が単峰数列であることの証明に成功した。有理安定集合多面体は有限単純グラフが二部グラフではないときは格子凸多面体とはならず、格子凸多面体とは限らない有理凸多面体のエルハート級数に関する類似の研究成果は皆無であるから、本学位論文は独創性に富むものである。

よって、当該論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。