

Title	格子数値計算を用いたSU(2)ゲージ理論における共形相の研究
Author(s)	大木, 洋
Citation	サイバーメディアHPCジャーナル. 2013, 3, p. 27-31
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/70467
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

格子数値計算を用いた SU(2) ゲージ理論における共形相の研究

大木 洋

名古屋大学 素粒子宇宙起源研究機構

1. はじめに

素粒子物理の標準模型と呼ばれるものは、強い相互作用、電弱相互作用を含む理論であり、その力学は素粒子現象論を理解する上で重要であるが、解析的に理解する事は極めて難しい。特に強い相互作用を記述する量子色力学(QCD)は、高エネルギー領域で相互作用が弱く、低エネルギーになるにつれて相互作用が強くなる漸近自由という性質を持つため、量子電磁力学で有効であった弱結合定数による摂動論を用いた解析が有効ではない。一方、ウィルソンの提唱した格子ゲージ理論は、時空を格子化する事により、場の理論に内在した紫外エネルギーの発散が存在しないため、場の理論の(格子正則化による)非摂動論的な定式化を与える。実際、その第一原理計算による数値計算は、カイラル対称性の自発的破れの機構からハドロン遷移行列の計算まで多岐にわたり、QCD の理解に多いに役立っている。

近年、格子ゲージ理論の計算を用いた研究は、様々な計算手法の開発と、それを行うコンピュータの性能の飛躍的な進展に伴い、既存の模型に留まらず、QCD を超えた様々な模型の研究に応用出来るようになってきた。これは、単なる非摂動ゲージダイナミクスの理解というだけではなく、標準模型を超えた物理の模型に応用出来る可能性を持つ。特に LHC 実験[1, 2]によりヒッグス粒子と思われる粒子が見つかった現在、標準模型を超えた物理の探索は、素粒子物理学における極めて重要な研究課題であり、大規模数値計算を用いた強結合ゲージ理論の解析が具体的に進められている。本研究では、QCD とは異なるゲージ理論の例として、低エネルギー領域においてゲージ結合定数が非自明な赤外固定点を持ち、スケール不変性(共形不変性)を保つ共形ゲージ理論の可能性に着目し、そのような模型の候補を実際に

数値計算において調べる事が目的である。素粒子現象論的観点からは、電弱対称性の破れの起源がゲージダイナミクスによって引き起こされる、テクニカラー模型[3, 4]の有力な候補としても考えられる。本研究では SU(2)ゲージ群において、基本表現フェルミオンの数が8となる模型をその具体的な候補と捉え、その模型に対し格子ゲージ理論の数値計算法を実行し、非摂動ゲージダイナミクスの研究を行った。必要な計算資源として大阪大学大規模計算機 SX システムを用いており、それらの研究の成果についての紹介をしたい。

2. 共形ゲージ理論の候補と赤外固定点

QCD のような漸近自由性を持つゲージ理論において、その基本表現に属するフェルミオンの数(クォークの場合のフレーバー数)を増やしていくと、フェルミオン反フェルミオン対がもたらすスクリーニングの効果により、相互作用が弱められると考えられる。非常に大きなフレーバー数を考えると、最終的には漸近自由性が失われるのであるが、それらはゲージ結合定数 g のエネルギースケール μ に対する繰り込み群方程式からある程度理解できる。摂動計算では、

$$\mu \partial g(\mu)^2 / \partial \mu = \beta(g) = -b_1 g^4 - b_2 g^6 + L \quad \text{式(1)}$$

で与えられ、ゲージ結合定数がエネルギーに従ってどのように振る舞うかを決定する。そこに現れる $g(\mu)$ はエネルギースケール μ における(走る)有効結合定数と呼ばれ、 b_i はそれぞれ摂動計算の各次数での値であり、例えば SU(2)ゲージ理論でフレーバー数が N_f の場合を考えると、

$$b_1 = (11 - N_f) / 12 \pi^2,$$

$$b_2 = (272 - 49 N_f) / 768 \pi^2$$

と与えられる。まず、ここで結合定数 g が小さい領

域、即ち摂動展開が充分有効であると期待出来る領域を調べる事を考える。その場合、摂動の一次の寄与を考えるだけで良い。上記の b_1 の表式から、 $N_f < 11$ では b_1 が正、即ち $\beta(g)$ が負となることが分かり、これはスケール μ を大きくすればするほど g が小さくなる、つまり漸近自由性を示す事を意味する。また $N_f > 11$ では、 $\beta(g)$ が正となるため、漸近自由性が失われる。我々の興味があるのは、漸近自由性が存在する場合であるが、低エネルギー領域を考えると、次第に g が大きくなるため、より高次の効果を考える必要がある。そこで 2 loop 計算の結果を見てみる。先ず $N_f < 6$ の場合、 $b_2 > 0$ となるため、依然として二次の摂動を考えても $\beta(g) < 0$ となるため、低エネルギー領域で結合定数が大きくなる。このような例は QCD で既に知られており、前章で述べた強結合領域における真空のクォーク対凝縮によるカイラル対称性の自発的破れやクォークの閉じ込め等が起こると考えられている。一方 N_f が 6 以上の場合 $b_2 < 0$ となる。これは、低エネルギーに向かって g が大きくなるが、次第に高次効果のため成長が抑えられ、次第にある値に収束していく事が期待される。その収束する値 g^* は、式(1)の定義より $\beta(g^*) = 0$ の解で与えられ、理論に非自明な赤外固定点が存在する事を示唆している[5, 6]。例えば、8 フレーバー SU(2) ゲージ理論では、 $g^* \sim 12$ である。固定点付近では量子効果によって破れていたスケール不変性が回復するため、そのような固定点近傍の場の理論は共形不変な理論(共形相)と呼ばれる。以上のフレーバー数によるゲージ理論の相構造の振る舞いをまとめると図1のように表す事が出来る。図1のように、固定点が存在する領域をコンフォーマルウィンドウと呼ばれる。それ以下ではカイラル対称性が破れていると考えられるため、カイラル非対称相と呼ぶ事にする。両者の境界付近では、結合定数がゆっくりと変化するため、walking と呼ばれる近似的スケール不変性が成り立つような領域が存在と考えられている。実際 Schwinger-Dyson 方程式等による解析では、摂動的な $\beta(g)$ の解析では固定点が存在する場合でも、強結合領域に置いて非摂動効果により動的なフェルミオン質量生成が生じる事があり、低エネルギー

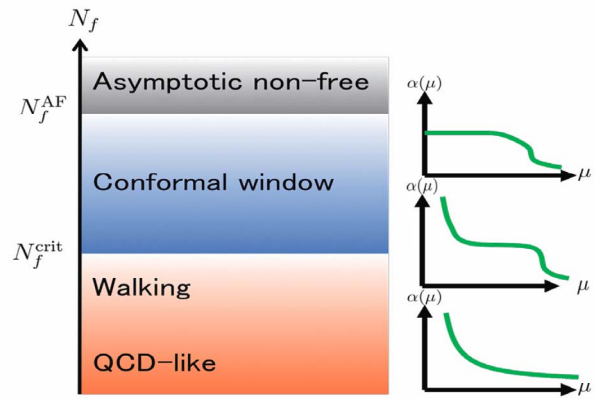


図 1: フレーバー数に依存するゲージ結合定数の繰り込み群の振る舞いの様子。

でカイラル非対称相であるような場合が存在する可能性が示唆されている。これら QCD とは異なるゲージ理論は、前章の動機で述べた電弱対称性の破れの起源を未知のゲージダイナミクスによって説明する模型、例えば(ウォーキング)テクニカラー模型[7]の構築に用いられており、素粒子現象論的観点からも大きな関心を持たれている。以上のように、固定点近傍でのゲージ理論の構造は非摂動効果が重要であるため、格子ゲージ理論による非摂動定式化に基づく数値計算が登場する。基本的な問いは、興味のあるゲージ理論において、その理論の相構造(共形相であるかカイラル非対称相であるか)を摂動論の範囲を超えて理解する事であり、これまで両者の理論的性質の違いを利用した幾つかの方法を用いた試みが成されてきた。次章では、その中でも最も直接的な方法である有限体積スケールリング法を用いたゲージ結合定数の繰り込み群変換を用いた方法を説明する。

3. 格子ゲージ理論における有限体積スケールリング法

ここでは、格子 QCD 計算において用いられているゲージ結合定数の繰り込み群変換を行う有限体積スケールリング法について簡単に紹介する[8]。始めに 4 次元の有限体積(L^4)におけるゲージ理論を考え、ある繰り込みスキームで定義されたゲージ結合 $g(\mu)$ を考える。ここでのスケール μ は有限体積と $\mu = 1/L$ の関係で対応し、同じ事を s 倍された体積 $(sL)^4$

で行えばスケールが $1/s$ 倍された繰り込み群変換に対応する事が分かる。実際の格子理論では、格子間隔 a による理論のカットオフスケール $(1/a)$ が存在するため、

$$\Sigma(u,s,a/L) = \bar{g}^2(a/sL) \Big|_{\bar{g}^2(L/a)=u},$$

のように、有限格子間隔上で繰り込みスケールを定義する必要がある。ここで $\Sigma(u,s,a/L)$ は格子間隔 a におけるゲージ結合定数 $\bar{g}^2=u$ からスケールを $1/s$ 倍変化させた時の格子化誤差も含めた $\bar{g}(\mu)$ の振る舞いを与え、その連続極限 $\sigma(u,s) = \lim_{a \rightarrow 0} \Sigma(u,s,a/L)$ が、スケールが $1/s$ 変化した時の連続理論での繰り込み群変換に対応する(上記の関数を有限スケールリング関数と呼ぶ。)。再度小さな格子体積 (L/a) において、今度は $\bar{g}^2(a/L) = \sigma(u,s) \equiv u'$ となるスケールで、格子間隔を保ったまま体積を s 倍した計算を行い、 $\sigma(u',s) = \lim_{a \rightarrow 0} \Sigma(u',s,a/L)$ を求めれば、これは初めのスケール $(1/L)$ から考えると $1/s^2$ 変化させた繰り込み群変換に相当する事が分かる。この操作を示したのが図 2 であり、スケールを調節する事によって、異なる二つの格子体積で繰り返しスケールリング関数を計算する事により、格子体積を倍々に大きくする事なく、繰り込み群変換を何度も行う事が出来る。具体的に格子理論で計算可能な $\bar{g}(\mu)$ は、これまでに幾つか考えられており、我々は[9, 10]で提唱された twist された境界条件[11]における Polyakov loop 相関関数から非摂動的に繰り込まれたゲージ結合定数を定義する方法を用いた。その他 QCD で良く用いられているものに Schroedinger functional スキームと呼ばれるものがあり[12]、一般には有限体積格子正則化のもとで二次発散や赤外発散等を生じない、性質の良いものであれば良く、繰り込みスキームの違いは、統計精度や格子化誤差の違いを生じるため、それぞれ必要に応じて適当な繰り込みスキームを用いれば良い。

4. 格子計算と結果

以上の解析を踏まえ、実際の格子ゲージ理論の数値計算を遂行する。本研究のターゲットは $SU(2)$ ゲージ群で 8 フレーバーの基本表現フェルミオンが結

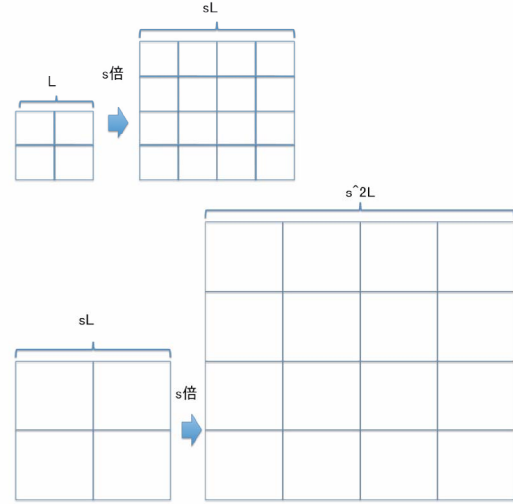


図 2: 有限体積スケールリング法を用いた繰り込み変換の操作。(上) 格子間隔を一定に保った状態で、スケール $1/L$ を $s(=2)$ 倍変化 $(1/sL)$ させる。(下) 再び一つの格子体積において、スケールが $1/sL$ に対応する格子間隔において、格子間隔を保ったまま、再度スケールを s 倍変化させる。

合した理論であり、ゲージ場の格子化はプラケット作用を用い、フェルミオン部分はスタaggerドフェルミオン作用を用いた。スタaggerドフェルミオンは、連続極限で縮退した 4 フレーバーに対応するものであるが、twist された境界条件で基本表現の場を導入する場合、余分にカラーの自由度に応じた余分のフレーバーを導入する必要がある[13]、その自由度も含めて 8 フレーバー理論に帰着する。我々の目標は、この理論における非摂動的に繰り込まれたゲージ結合定数が非自明な赤外固定点を持つかを調べる事であり、そのため弱結合から強結合領域の幅広い領域における繰り込み群の変化を調べるため、格子体積は、 $L/a=6,8,10,12,14,16,18$ の 6 点を取り、それぞれ $\beta(=4/g^2)=2\sim 25$ の範囲において、前述の Polyakov loop 相関関数から定義されるゲージ結合定数を計算した。統計量はそれぞれのパラメータにおいて約 100000 である。スケールリングパラメータ $s=1.5$ とする事で、 $6 \rightarrow 9$ 、 $8 \rightarrow 12$ 、 $10 \rightarrow 15$ 、 $12 \rightarrow 18$ の異なる四つの格子間隔での $\Sigma(u,s,a/L)$ を用いる事が出来る。図 3 の上部は各格子間隔における $\Sigma(u,s,a/L)$ をそれぞれ異なる u において求めたものである。連続極限は各 $\Sigma(u,s,a/L)$ を $(a/L)^2$ の関数で外挿する事で求められ、 $(a/L)^2$ の一次と二次の

外挿のフィットの結果も同時に示した。これより、各 u から $s=1.5$ スケールを変化させた結果 $\alpha(u,s)$ が得られ、これをつなぎ合わせる事により、非摂動論的に計算された有効結合定数の繰り込み群の変化が読み取れる。それを示したのが、図の下部である。繰り込み群の初期値を $\bar{g}(\mu = \Lambda) = 0.75$ とした。この図から明らかなように、Polyakov loop 相関関数を用いて非摂動的に定義されたゲージ結合定数が、高いエネルギーから低エネルギーに渡ってどのように振る舞うかを知る事が出来る。また、低エネルギー領域に向かってゲージ結合定数がある値に収束していく事が分かり、現在の所、統計誤差は大きいですが、8フレーバーSU(2)ゲージ理論において、非自明な赤外固定点の存在している事を強く示唆していると考えられる。当然の事ながら、このようなゲージ結合定数の振る舞いは、通常の QCD や純非可換ゲージ理論のようなカイラル非対称相と考えられる理論におけるそれとは明らかに異なっている。また、前述の 2loop の摂動計算の結果から示唆される振る舞いとも定量的に異なっている事が分かる。こうした固定点の値や繰り込み群の振る舞いに関しては、繰り込みの処方により任意性があるため、今後は異なるスキームを用いた検証や、共形相に特徴的な普遍類の測定を行う等、共形ゲージ理論の持つ性質の解明につなげる研究を行う予定である。

5. まとめ

本稿では、ゲージ理論において非自明な赤外固定点を持つ理論の特徴とその相構造の一般的性質について議論し、その具体的な理論の候補である 8 フレーバーSU(2)ゲージ理論に対し、格子ゲージ理論の数値計算法を用いて調べられる非摂動論的性質に関する研究の紹介を行った。特に大阪大学大規模計算機 SX システムを使用して得られるゲージ結合定数の繰り込み群変換の計算結果について紹介した。我々の数値計算の結果から、この理論に非自明な赤外固定点の存在する事が示唆され、今まであまり調べられていなかった SU(2)ゲージ理論の相構造の解明に進展をもたらす事が出来ると考えている。今後は、

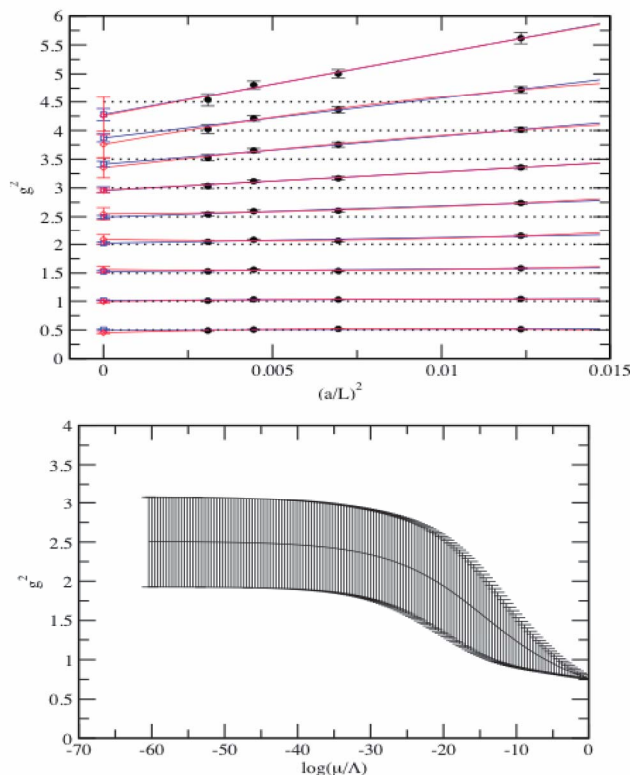


図 3:

(上) $s=1.5$ のステップスケリング関数の連続極限の様子。青と赤線はそれぞれ $(a/L)^2$ の一次、二次関数の外挿のフィットの結果を示す。(下) 繰り込まれたゲージ結合定数の繰り込み群変換の様子。一次関数の外挿の結果を示す。誤差は統計誤差。低エネルギーに向かって、収束していく様子が分かる。

共形相における場の理論の性質(普遍類)を調べ、またそこから得られた結果をテクニカラー模型等の素粒子現象論へどのように応用するか等、より興味深い研究へと進展させていく予定である。

本研究のような格子ゲージ理論の研究では、全国共同利用研究施設である大阪大学核物理研究センターの計算機システムの存在が非常に重要である。また萌芽的研究、基礎的研究のためには、比較的柔軟且つ迅速に行える本計算機システムの存在がより重要になると考えている。また本計算機システムは、ユーザーのための利用環境が優れており、大規模なディスク容量の確保や使いやすいジョブシステム、様々な情報の提供等が成されているので、今後も引き続き運用を行って頂ける事を希望する。最後に、本計算機システムの運用、管理等に関わられている方々に感謝する。

参考文献

- (1) ATLAS (ATLAS Collaboration), Phys.Lett. B716, 1 (2012), 1207.7214;
- (2) CMS (CMS Collaboration), Phys.Lett. B716, 30 (2012), 1207.7235.
- (3) S.Weinberg, Phys. Rev. D**13**, 974 (1976).
- (4) L. Susskind, Phys. Rev. D**20**, 2619 (1979).
- (5) W.E.Caswell, Phys. Rev. Lett.**33**, 244(1974).
- (6) T.Banks and A.Zaks, Nucl. Phys. B**196**, 189(1982).
- (7) K.Yamawaki, M.Bando and K.i.Matsumoto, Phys. Rev. Lett. **56**, 1335(1986).
- (8) M. Luscher, P. Weisz and U. Wolff, Nucl. Phys. B **359**, 221 (1991).
- (9) G. M. de Divitiis, R. Frezzotti, M. Guagnelli and R. Petronzio, Nucl. Phys. B **422**, 382 (1994);
- (10) G. M. de Divitiis, R. Frezzotti, M. Guagnelli and R. Petronzio, Nucl. Phys. B **433**, 390 (1995).
- (11) G.'tHooft, Nucl. Phys. B**153**, 141(1979).
- (12) M. Luscher, R. Narayanan, P. Weisz and U. Wolff, Nucl. Phys. B **384**, 168 (1992)
- (13) G. Parisi, in Cargese Summer Institute, 1983, report numbers LNF-84-4-P, C83-09-01.