OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	格子量子色力学を使った高密度物質の研究
Author(s)	河野, 宏明
Citation	サイバーメディアHPCジャーナル. 2017, 7, p. 29-33
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/70521
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

格子量子色力学を使った高密度物質の研究

河野 宏明
佐賀大学 大学院工学系研究科 物理科学専攻

1. はじめに

物質を構成する原子は原子核とそれを周回する電子で作られている。原子核は陽子と中性子のまわりに中間子が飛ぶ事で核力が働き結合状態を保っている。さらに陽子・中性子などの重粒子（バリオン）と中間子はクォークやその反粒子である反クォークがグルオンという粒子によって媒介される強い相互作用によって結合して出来ている。現時点では、クォークと（電子などの）レプトンが物質を構成する最小単位であり、そこに光子やグルオンなどによって媒介される４つの基本的相互作用が働いて、物質さらには宇宙を構成していると考えられている。

クォークは物質の最も基本的な構成粒子であるが、そこに作用する強い相互作用が文字通り“強い”ため、通常はハドロン（バリオンと中間子の総称）の内部に閉じ込められているという不思議な性質を持つ。さらにクォーク（厳密に言うと陽子や中性子を構成しているｕとｄのクォーク）は本来ほとんど質量を持っていないが、カイラル対称性の自発的破れという現象のために大きな質量を獲得し、それによって物質の質量のほとんどが生み出されている。

クォークの持つ不思議な性質である「閉じ込め」や「カイラル対称性の自発的破れ」は強い相互作用に起因していると考えられている。したがって、これらの現象は、強い相互作用の基本的理論である量子色力学（QCD）を用いて研究される。しかし、この理論では相互作用が“強い”ため（厳密に言うと上記の現象がおこる領域で強いため）、摂動計算が使えない。このため、上記のような現象の解析には、QCD を計算機上の離散的４次元空間（格子）上で統計力学的シミュレーションをする格子 QCD 計算という非摂動的方法がとられる。（クォークと反クォークの数が等しい）零クォーク数密度においては、格子 QCD の計算方法はほぼ確立し、系の温度があがると、ハドロンがとけてクォークが自由に動き回るクォーク物質（クォーク・グルオン・プラズマともいう）という状態に連続的に遷移する事が示された。このような高温のクォーク物質はかって初期宇宙で存在し、現在の高エネルギー原子核衝突実験でも生成されていると考えられている。

低温でもクォーク数(バリオン数)密度が大きくなるとハドロンがつぶれてクォーク物質になる事が現象論的な解析から予測されている。そのようなクォーク物質は中性子星などの高密度天体の内部に存在すると考えられている。しかし、理論的な第一原理である格子 QCD 計算は、有限クォーク数密度では符号問題と呼ばれる計算上の問題のために信頼できる計算結果を出すことができない。この研究は、符号問題をうまく回避する事で、格子 QCD 計算から中性子星内部の高密度物質、特にクォーク物質の情報を引き出そうとする試みである。

2. 符号問題と虚数化学ポテンシャル

2.1 分配関数とインポータンス・サンプリング

格子 QCD 計算による統計力学の計算は、通常、次のように大正準分配関数を場の配位による経路積分の形に書き換えた表式を使って計算される。

$$Z = \int DUDqD\bar{q}\exp(-S_{QG} - S_G)$$
$$S_{QG} = \bar{q}Mq$$

ここで、U はグルオン（ゲージ）場、q はクォーク場、S_{QG} はクォークとグルオンを含む作用、S_G はグルオンのみを含む作用である。M は、クォークのスピノル・カラー・フレーバーだけでなく、時空座標をも行列の足とする行列である。また、この行列はクォーク数についての化学ポテンシャル μ を含んでいる。S_G の具体的な形はここでは重要でないので省略した。

クォーク場については積分を手で実行でき、次の式

が得られる。

$$Z = \int DU \det[M] \exp(-S_G)$$

後は、グルオン場の経路積分を行えばよいわけだが、ゲージ場は 4 次元時空の各点間の辺（リンク）上に存在し、それぞれが経路積分の積分変数となる。それらの多数の積分変数に対して、すべての可能な値を足し上げなければならず、厳密な計算は実現不可能である。そこでモンテカルロシミュレーションをする訳だが、その場合でも十分な数の場の配位について足し上げを行う事は難しい。そこで被積分関数

$$\det[M] \exp(-S_G)$$

を規格化したものを確率分布関数と見なし、その確率に従って、ゲージ場の配位を生成してサンプリングする事で、少ない配位でよい精度の積分結果を得る方法（インポータンス・サンプリング）が開発され、零クォーク数密度での計算が実行されている。

2.2　符号問題と虚数化学ポテンシャル

上記では経路積分の被積分関数を確率分布として解釈し計算を行った。ところが、有限のクォーク数密度では、被積分関数の中にある行列式が複素数になり、確率解釈ができなくなる。実際、

$$(\det[M(\mu)])^* = \det[M(-\mu^*)] = \det[M(-\mu)]$$

となって、有限の μ では行列式の実性

$$(\det[M(\mu)])^* = \det[M(\mu)]$$

は、保証されない。したがって、行列式は複素数になり、しかも、その実部の符号も正負定まらない。このため、インポータンス・サンプリングの方法が使えず、信頼できる格子 QCD 計算が行えない。これが符号問題である。

１つ注意をしておくと、行列式は複素数になるが、分配関数は実数になる事は厳密に示す事ができる[1]。最終的な答えは実数なのに、計算の途中になぜ複素数が現れるのかここでは詳しく述べる紙面がないが、経路積分を数学的にきちんと定義するために、ゲージ場の時間成分について虚実の役割を反転させている事が 1 つの原因である。

この問題の解決するために様々な提案がなされているが、まだ、決定的な方法は開発されていない。ここでは、そのうち、虚数化学ポテンシャルを使う方法に着目した。上の導出からわかるように、もし、μ が純虚数であれば、行列式は

$$(\det[M(\mu)])^* = \det[M(-\mu^*)] = \det[M(\mu)]$$

となって実数となる。このため、インポータンス・サンプリングによる格子 QCD 計算が可能である。もちろん、虚数の化学ポテンシャルは現実的でないので、得られた計算結果を解析関数を使って μ の実数領域に解析接続する必要がある。（参考文献[2]およびその中の引用文献を参照。）あるいは、未定パラメータを持った現象論的模型を設定し、そのパラメータを虚数領域で決定した後に、実領域の物理を探究するという方法が提案されている [3]。

ところで、高クォーク数密度のクォーク物質は、現実世界では、中性子星などの高密度天体内部に存在すると考えられている。名前からわかるように中性子星内部では中性子と陽子（あるいは d クォークと u クォーク）の数にアンバランスが生じている。このようなアンバランスはアイソスピン化学ポテンシャルという、クォーク数化学ポテンシャルとは独立な化学ポテンシャルによって記述される。河野らは、純虚数クォーク数化学ポテンシャルだけでなく、同時に実数のアイソスピン化学ポテンシャルが存在する場合でも符号問題がない事を示した [4]。本研究では、この領域での格子 QCD 計算を実際に行う事により、そこから中性子星内部のように中性子数と陽子数にアンバランスがある高密度物質の情報を引き出す事を試みた。

3. 格子 QCD 計算

3.1　格子 QCD 計算のセッティング

ここでは、実際に計算に用いた格子 QCD 計算のプログラムやセッティング等について述べる。（細かい専門用語については参考文献[2]および[5]等を参照。）

この研究で計算に用いたプログラムは、中村純氏らのグループが開発したもの[6]をこの研究用に修正したものである。このプログラムは、ゲージ（グルオン）作用としては Iwasaki improved action を、フ

ェルミオン（クォーク）作用としては 2 フレーバの Clover fermion を用いている。また、ハイブリッドモンテカルロ法により配位の生成を行っている。格子の大きさは、時間方向が 4、空間方向が 12 である。

3.2　数値計算の実行

計算を行う大型計算機としては、大阪大学サイバーメディアセンター(CMC)の SX-ACE を使用した。CMC からは、96,000 ノード時間の計算時間をサポートしていただいた。また、これとは別に大阪大学核物理研究センターからいただいた計算時間の一部を計算に使用した。

インプットパラメータとしては、系の温度 T とクォークの質量をコントロールする β と κ、アイソスピン化学ポテンシャル μ_I および無次元化された虚数化学ポテンシャル $\theta=\mu/(iT)$がある。β と κ については、参考文献[2]と同じ設定を使用し、μ_I については、主にの 3 種類について計算した。θ については、$0\sim\pi/3$ の領域で 16 点を選び、すべて θ の値について同時に計算を行う並列計算を行った。

ゲージ配位は 40,000 程度生成し、最初の 4,000 を熱平衡達成までの過程として除き、配位間の人口的な相関を避けるために 100 ごとに配位を採用して平均値を計算した。計算した物理量はプラケット変数、ポリヤコフループ、クォーク数密度およびアイソスピン数密度である。

4. 数値計算の結果と解析

4.1　高温領域

図 1 に温度におけるクォーク数密度の虚数化学ポテンシャル依存性を示す。この場合、クォーク数密度は純虚数であり、その虚部を示している。誤差を伴った点が格子 QCD 計算の結果で、線が現象論模型による結果である。温度は零密度における非閉じ込め転移の擬臨界温度 T_c=171MeV の 1.35 倍、アイソスピン化学ポテンシャルは μ_I=0.4T である。格子の有限性を補正するため同じ格子上でのステファン・ボルツマン極限（質量のない自由クォークの極限）でのクォーク数密度で割って、連続的な現象論模型の同様の値と比較している。現象論模型は、ポリヤコフループ拡張された南部・ヨナ-ラシニオ（PNJL）模型で、そのパラメータは参考文献[7]で決定されたものを使っている。高温では現象論模型は格子 QCD の結果をよく再現していると言える。図は省略するが、アイソスピン数密度も同じ現象論模型でよく再現できる。

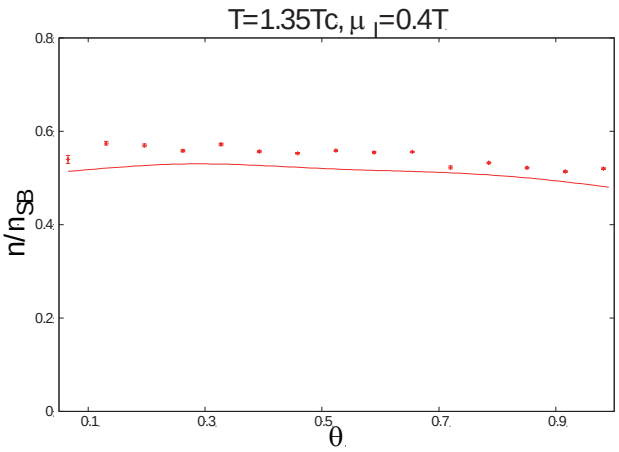

図 1 高温におけるクォーク数密度の θ 依存性

図 1 に示された比率が 1 にならなかった事は、高温においても完全に自由なクォークが存在していない事を意味する。一方、ここで使用した現象論模型には、クォーク間のベクター型相互作用が取り入れられている。クォーク間のベクター型相互作用は斥力を引き起こし、中性子星内部などの高クォーク数密度状態で星の重力による圧縮崩壊を防ぐ重要な役割を果たす。上記の格子 QCD 計算結果は、そのような相互作用が存在する可能性がある事を第一原理計算から導いたもので、大変重要な結果である。

4.2　中間温度領域

図 2 に中間温度 T=1.08T_c でのクォーク数密度を示す。温度以外は図 1 と同じである。中間温度では、現象論模型は格子 QCD 計算より小さな値を与えてしまう。これは PNJL 模型がクォークを主体とした模型であり、ハドロンの効果が十分に状態方程式に取り込めていないからだと考えられる。図は省略するが、アイソスピン数密度についても同様の事が言える。

温度がさらに低い領域では、模型による再現性はさらに悪くなる。これらの結果から、現象論模型を改良して、中間温度領域以下でハドロンの効果を正しく取り込む必要がある事がわかる。

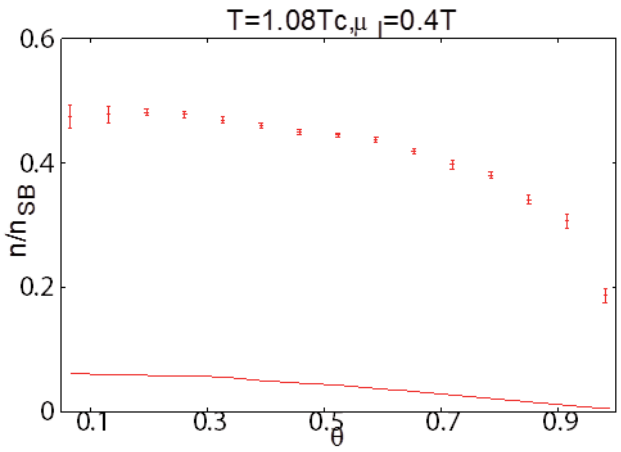

図 2　中間温度でのクォーク数密度

5. おわりに

5.1　まとめ

符号問題をさけるために、虚数クォーク数化学ポテンシャルと実数アイソスピン化学ポテンシャルが同時に存在する場合の格子 QCD 計算を行った。これは著者が知る限りにおいて世界最初の計算例である。高温領域では、格子 QCD 計算の結果は現象論模型でよく再現できた。一方、中間温度・低温の領域では現象論模型は格子 QCD 計算の結果より小さな値を与え、結果を再現できなかった。これは現象論模型にハドロンの寄与が十分に取り込まれていないためと考えられる。しかし、高温で現象論模型が格子 QCD 計算を再現できた事で、九州大学の管野淳平氏らが参考文献[7]および[8]で行ったような二相模型を用いた中性子星の解析は的を得たものだという事が言える。

なお、これらの結果は、以下に示すように日本物理学会で遂次発表されている。(本公募研究期間である 2016 年度のものだけを表示。)

河野　宏明　他、
格子 QCD を用いた非対称有限密度物質の研究 III、
日本物理学会 2016 年秋季大会、2016 年 9 月 23 日、
宮崎大学（宮崎県宮崎市）

河野　宏明　他、
格子 QCD を使った中性子星内物質の探求 II、
第 122 回日本物理学会九州支部例会、2016 年 12 月 10 日、福岡大学（福岡県福岡市）

5.2 課題と今後の展望

格子 QCD 計算で、信頼できる結果を得るには、配位数を増やして統計精度をあげ、格子サイズを大きくして連続極限に近づける事が必要である。特に現状では、解析関数による解析接続をするには、まだ精度が足りない部分がある。2017 年度も大阪大学サイバーメディアセンターから計算時間の割り当てをいただいたので、今後も計算を続けてより高い精度の結果を導きたい。同時に格子 QCD 計算を定量的に再現できる現象論模型を構築し、中性子星の解析等に役立てたい。

謝辞

本研究の遂行にあたり様々な助言・助力をいただいた中村純氏、八尋正信氏、高橋純一氏、石井優大氏、管野淳平氏、宮原昌久氏、開田丈寛氏に感謝いたします。大阪大学サイバーメディアセンターと大阪大学核物理研究センターからは計算時間のサポートをいただきました。ここに謝意を表します。また、この研究は、科研費(基盤研究 C(No.26400279))のサポートも受けております。ここに謝意を表します。

参考文献

(1) T. Hirakida, et al., Phys. Rev. D **94**, 014011(1-13), (2016).
(2) J. Takahashi, et al., Phys. Rev. D **91**, 014501(1-11), (2015).
(3) Y. Sakai, et al., Phys. Rev. D **79**, 096001(1-9), (2009).
(4) H. Kouno, et al., Phys. Rev. D **85**, 016001(1-12), (2012).

(5) 青木慎也, 格子上の場の理論, シュプリンガー現代理論物理学シリーズ第 3 巻, シュプリンガー・フェアラーク東京, 2005 年.
(6) C. Choe 他, 素粒子論研究 **108**, No.1, 1-43, (2003).
(7) J. Sugano, et al., Phys. Rev. D **90**, 037901(1-5), (2014).
(8) J. Sugano, et al., Phy. Rev. D **94**、014024(1-9), (2016) .