

Title	Bimeromorphic Geometry of Locally Conformally Kähler manifolds
Author(s)	下部, 博一
Citation	大阪大学, 2018, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/70672
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

論文内容の要旨

氏名 (下部博一)

論文題名

Bimeromorphic Geometry of Locally Conformally Kähler manifolds
(局所共形ケーラー多様体の双有理幾何)

論文内容の要旨

本論文では局所共形ケーラー多様体、および局所共形balanced多様体の双有理幾何を研究した。局所共形ケーラー多様体とは、局所的にケーラー計量と共形なエルミート計量をもつ多様体のことを指す。局所共形balanced多様体も同様、局所的にbalanced多様体と共形な多様体を意味する。

コンパクトケーラー多様体のケーラー構造は一般に双有理変換に関して安定ではない。複素3次元以上の任意の射影代数多様体は、それと双有理同値な非ケーラーな多様体が存在する。この事実は広中の例として知られている。コンパクトbalanced多様体のbalanced構造に関しては、双有理変換で安定であることが知られている。その系として、広中の例はbalanced多様体であることがわかる。またコンパクトケーラー多様体に双有理同値なコンパクト複素多様体のことをクラスCと呼ぶ。広中の例はクラスCである。コンパクト複素多様体がクラスCであることと、その上にケーラーカレントの存在することが同値であることが知られている。

本論文ではケーラー多様体とbalanced多様体の双有理幾何に関する上記の基本的な事実がどの程度局所共形ケーラー多様体、あるいは局所共形balanced多様体の双有理幾何で成り立つのかを調べた。本論文以前において、局所共形ケーラー多様体は双有理変換で安定ではないということが知られていた。そこで次に、局所共形ケーラー多様体と双有理同値なコンパクト複素多様体に、ケーラーカレントのアナロジーとして考えられる局所共形ケーラーカレントが存在するのかということが問題になる。本論文において、まずこの問いを否定的に解決した。つまり一般に、局所共形ケーラー多様体をブローアップすると、その多様体には局所共形ケーラーカレントは存在しない。次に、局所共形ケーラーカレントが存在する類として、局所共形クラスCを定義した。これはproper modificationで局所共形ケーラー多様体にmodifyできるコンパクト複素多様体を指す。広中の例の応用として、複素3次元以上の全ての局所共形ケーラー多様体に対し、局所共形ケーラー多様体ではない局所共形クラスCを構成した。次に問題になるのは、あるコンパクト複素多様体上に局所共形カレントが存在すれば、それは局所共形クラスCなのかということであるが、この問題に対して、カレントの特異性に条件を付けた部分的解決を得た。その系として、局所共形ケーラー多様体のブローダウンは一般に局所共形ケーラー多様体ではないという事実を得た。最後に局所共形balanced多様体のproper modificationに対する安定性であるが、ブローダウンの方向では安定であるという部分的結果を得た。したがって定理のこの系として、局所共形クラスCとなるコンパクト複素多様体は、すべて、局所共形balancedであるという結果を得た。この結果は、局所共形ケーラー多様体ではない局所共形balanced多様体の例が、複素3次元以上の全ての次元で無数に存在したことを指摘した初めての結果である。

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (下部博一)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	(教授)	山ノ井克俊
	副 査	(教授)	太田 慎一
	副 査	(教授)	後藤 竜司
	副 査	(准教授)	榎 一郎
	副 査	(准教授)	糟谷 久矢
論文審査の結果の要旨			
<p>博士学位論文内容：</p> <p>複素多様体上の計量と複素構造からエルミート形式とよばれる微分 2-形式が定まる。エルミート形式が外微分で閉じているとき、この微分形式をケーラー形式といい、ケーラー形式をもつ複素多様体をケーラーという。以下、多様体は全てコンパクトとする。</p> <p>非ケーラー多様体の研究のため、ケーラーという条件の一般化が既に提案されている。主なものを挙げる： a) エルミート形式の(多様体の複素次元-1) 回外積が外微分で閉じているとき、平衡(balanced)といい、平衡形式を持つ多様体を平衡という。 b) 多様体の普遍被覆がケーラーで、被覆変換が共形的であるとき、局所共形的ケーラーという。 c) ケーラー形式を、超函数係数の微分形式(カレント)に一般化したケーラーカレントが定義されている。局所共形的ケーラーに対応して、局所共形的ケーラーカレント、局所共形的平衡多様体も定義されている。</p> <p>本論文の著者は、藤木によって定義されたクラス C というコンパクト複素多様体のクラスを一般化し、局所共形的ケーラー多様体からの双有理型同型な正則写像の像となっているとき、局所共形的クラス C であると定義した。</p> <p>本論文の結果は、次のとおり。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 局所共形的ケーラーではない局所共形的クラス C 多様体が豊富に存在することを示した。 2) 局所共形的ケーラーカレントが存在し、その特異点集合がある位相的な条件を満たせば、局所共形的クラス C であることを示した。 3) 局所共形的ケーラーと双有理型同型でも局所共形的ケーラーカレントを持たないための十分条件を与えた。特別な場合として、以前からある予想の否定的解決を与えている。 4) 局所共形的平衡の双有理型同型正則写像の像は、常に局所共形的平衡であることを示した、系として局所共形的クラス C であれば、局所共形的平衡であることがわかる。 <p>審査結果：</p> <p>上で述べたように、本論文で、著者は、コンパクト非ケーラー多様体に関する以前からある予想に対し解決を与え、また、局所共形的平衡多様体というクラスが、双有理型同型に関し良い性質を持つことを示した。これらの結果は、局所共形的ケーラー多様体の双有理型幾何に関する研究への重要な寄与である。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値あるものと認める。</p>			