The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Uプログラム理系数学の講義構成に関して
Author(s)	森田, 健
Citation	大阪大学日本語日本文化教育センター授業研究. 2019, 17, p. 73-83
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/71701
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

Uプログラム理系数学の講義構成に関して

On the Syllabus of Mathematics in U Program

森田　健

【要旨】

本稿では、国費学部留学生Uプログラムの理系数学の講義構成について述べる。一般的に、大学及びその準備段階において行われる数学の講義は、1名の教員が半年もしくは通年で担当することが多い。一方、本プログラムでは学生を3つのグループに分け、著者を含む3名の教員がローテーションを組むことによって講義を行なっている。各グループは入学時に行われるプレースメントテスト及び定期考査の結果に応じて分けられているが、進度はほぼ同じである。すなわち、グループ毎に学生の反応を確認しながら進度を変えて講義を行なっているということを意味する。この指導においては、当然のことながら利点・欠点共に存在するため、それらに焦点を当てつつ詳しく述べることにする。

また、一年間という比較的短い期間で“理系分野に進学するための素養”を身につけさせることを目標としているため、カリキュラムも独特なものとなっている。ただ、著者が実際に一年間担当したところ、上記のグループ分けとカリキュラムの独特さ故に、学生のみならず教員も戸惑いを感じることが多い様に思われた。そこで、今後の講義計画をより洗練されたものにすることを目標として、2017年度の講義構成を紹介する。

1　はじめに

本稿は、国費学部留学生Uプログラム理系数学における講義の一例を挙げることで、留学生に対する数学の講義を充実させることを目標としている。近年の日本の教科書や参考書は、別冊の解説書が付属しているといった具合に、“説明の丁寧さ”を強調するものが増えてきた。それらは学習における基礎レベルのみに留まらず、難易度が高いものまで豊富に揃っている。

一方、留学生に対する指導用の教科書は大学・学校によってばらつきがあり、場合によっては文章中の日本語表現そのものが難しいために学習効率が落ちてしまう場合も散見される。また教科書だけでなく、“講義自体がどのように構成され、進められたのか”という記録に関しても残りにくいように思われる。これは、

1．受講人数が比較的少数であることが多く、学生から質問等があったとしても個々に対応する機会が多い
2．半年間や一年間といった短いスパンで講義が展開されるため、カリキュラムがややタイトである

といった事情により、情報が蓄積し辛い構造になっているためであろう。だが留学生数が増加傾向にある現状において、様々な学習背景を持つ学生に効率よく理解させるためには、これらの情報は有益なものであると考えられる。そこで本稿では、2017年度に行われた理系数学の講義構成を、可能な限り客観的に紹介する。すなわち“数式や具体的な問題の列挙”を避け、講義を行う際の数学的背景や発想について述べるという意味である。無論、具体的な問題の列挙の方が容易ではあるのだが、問題文等の文面に影響されて構造の本質を見失うといったことが無いように、やや抽象的に表現することとした。

2　講義形態

まず、講義形態に関して述べる。講義は大学と同様に90分を１コマとして、間に10分の休憩を挟んで２コマ連続で行なわれている。学生数は各グループ10名以下という場合が多い。また学生の理解状況に応じて、適宜個別指導が追加されるという形式である。

2．1　教員数・言語等

通常、数学であれば１名の教員が通年で担当することが多いと思われるが、本講義では1学年を３つのグループ（以下、クラスと呼ぶ）に分け、３名の教員によるローテーションで講義を進めている。これは「数学を扱う際の日本語の使い方の例を、出来るだけ数多く見て欲しい」という考えに基づくものである。方程式の解や数学的主張は一意に定まるのが数学という学問の特徴ではあるが、その表現方法や解説の組み立て方は教員によって千差万別である。従って、表現の揺れを含めた細かな違いに対する耐性を付けさせることを目的としている。ローテーションは、１コマ目に各教員が固定で受け持つクラスを担当し、続く２コマ目にそれ以外のクラスを交互に隔週で担当するという順序で構成されている。進度は学生の反応を見つつ、教員間で調整を行いながら決定している。またクラス間で大幅な違いが出ないようにするため、クラス毎に講義内容を組み直して対応している。

講義に付随する試験は年に４回（７月、９月、11月および２月）行われるが、７月に実施される試験は“９月以降の試験に対する練習”という意味合いが強く、進学そのものには影響しない。しかし、後に述べるクラス分けの判断基準の一つになっている。

基本的に講義は日本語で行われるが、学習の初期段階では英語による説明も併用することが多い。これは、英語で数学教育を受けてきた学生の理解を促す目的で行われるものである。ただし、それ以外の言語に対しては充分に対応できていないのが現状である。

2．2　個別学習指導に関して

講義は先述の通り90分が２コマという構成であるが、試験等において理解が十分でないと判断された学生に対して個別指導を行うことがある。こちらは通常の講義ほど進行にシビアではなく、学生の様子を見ながら苦手分野の問題演習を行ったり、質問に答えるという形式を取っている。また、実際に計算することに不慣れな学生もいるため、特に微分法・積分法においては論証に加えて種々の計算技法を詳しく扱った。なお、個別学習指導に関しても教員のローテーション制は適用されている。

3　講義内容の大分類

ここでは、講義において扱う分野と期間について述べる。一年間という短い期間で、高等学校の三年間を費やして学習する内容に加え、大学初年度で習うであろう数学も扱うので、かなり速いペースであると言える。

3．1　プレースメントテストとクラス分けおよび講義期間

初回の講義日と第２回の講義日では、４種のプレースメントテストを行う。内容は極めて基本的な計算問題から、大学初年度における知識を問うものまで幅広くカバーされている。各設

問の計算自体は難解なものではないが、描画問題をはじめとして扱う分野が多岐にわたるため、未履修や不得意な分野の判定を比較的容易に行うことができる。これらの４つの試験の成績によりクラスを３つに分けるのだが、基本的には得点による分類である。また2.1の項目でも述べたが、７月、９月、11月に実施される試験の成績によってもクラスは変動する。

本稿では便宜上、プレースメントテストから７月に実施される試験までの講義期間を第１期、９月試験までの期間を第２期、11月試験までの期間を第３期、２月試験までの期間を第４期と呼ぶことにする。

３．２　各期間で扱う内容

ここでは、上記の各期間において扱う分野を述べる。

まず第１期であるが、未だ日本語自体に慣れていないことと、留学の準備等で数学に触れていない時間があったことを考慮し、数式の日本語での発音、集合や論理などの基本的な話題から開始する。また、計算等についても展開・因数分解といったものからスタートし、絶対値を含む計算などのやや複雑な問題に徐々に遷移するようにしている。その後、二次函数、三角函数、指数函数および対数函数を解説し、グラフの扱いを学習する。特に数式と座標平面の関係は重要であるため、詳細に扱っている。これらの解説の後、応用例として軌跡の方程式を扱う。この分野は実際に手を動かして計算することで実感できる部分も多いため、演習問題をやや多めに取り入れた。続いて数列の基本事項を解説したのだが、翌週が７月試験というやや中途半端な期間であったため、深く掘り下げることはせず、用語の解説など基本的な事項に留めておくこととした。

続く第２期であるが、夏期休暇のため７月試験から1ヶ月近く空いてしまったため、数列の復習から開始した。等差数列・等比数列といった頻繁に問われる数列に加え、それらの拡張と見做すことができる二項間漸化式や、群数列に関しても解説を行なった。また軌跡の方程式についても、より複雑な図形が登場する例題などを扱い、翌週の９月試験への対策を行った。

第３期では、前回までの数列の内容を受ける形で、数列の極限を扱った。ここでは無限等比級数の和の計算や、はさみうちの原理の応用例なども扱っている。更に、種々の初等函数を含む極限についての解説を行った。これらの内容を基に、微分法を導入する。日本の教科書と同様に、応用例として接線の方程式・極値問題等を解説した。また微分の逆演算として積分法を導入し、計算技術と応用例を扱った。この中には純粋に数学的な問題から、やや物理学や工学に関連する問題まで幅広く含まれている。

年が明けてから始まる第４期では、統計に関する用語と計算例を紹介した。ただし理系では用いる頻度がやや低いため、踏み込んだ内容は扱っていない。続いて、ベクトルに関する解説を行った。計算と図形の対応関係を記述する上で大変重要になるので、図を描きながらなるべく詳しく解説した。ベクトルの扱いに慣れた頃合いを見計らって行列を導入し、演算や掃き出し法等を説明した。厳密には大学で扱う内容ではあるが、大学入学後に混乱するというリスクを軽減させる目的で取り入れている。また、関連する話題として複素数平面を扱った。こちらは、直交形式や極形式といった種々の表示を駆使して考える例題や、１の冪根に関する問題などのやや複雑な計算を含む問題まで解説を行った。

4　講義内容の詳細

ここでは、各講義に関しての内容を述べる。上述のように、１年の講義を４つの期間に分けて考えることとする。サブタイトル中の第 n 回というのは、年間を通しての累計回数である。また、第４回以降に登場する箇条書きの番号（すなわち１.、２．および３.）は、１コマ目と２コマ目の講義、そして３コマ目の個別指導を意味する。

4.1　第１期

ここでは、７月に実施される試験までの内容を紹介する。

4.1.1　第１回

前述の通り、プレースメントテスト（その１、その２）が実施された。内容としては計算も含めて基本的な問題が中心であり、込み入った議論はそれほど必要とされない。プレースメントテストの問題文は、いずれも日本語と英語の両方が書かれている。

4.1.2　第２回

前週に引き続き、プレースメントテスト（その３、その４）が実施された。こちらは前週に行われた試験よりも高度なものであり、図形と式の対応関係や精密な議論を要するものである。従って難易度も高く設定されている。

4.1.3　第３回

初回の講義は、クラス分けは行わずに１つの教室で行われた。基本的な数式の日本語での発音、集合の基礎（部分集合のVenn図を用いた解説など）を扱った。また、クラス分けも確定した。

4.1.4　第４回

１．集合と論理（前週の続き）、集合の演算、De Morganの法則、数の性質（約数、倍数、最大公約数、最小公倍数）等を扱った。
２．単項式、多項式、絶対値、式の展開と因数分解の確認等を行った。
３．日本語で数学を扱う際の注意点をさらに深く解説した。特に図形を表す日本語などは、後に多用することになるので詳しく説明した。

4.1.5　第５回

１．多項式の扱い、計算技法と練習を行った。
２．１コマ目に引き続き、多項式に関する計算を中心に扱う。特に、やや複雑な因数分解も考察対象とした。
３．絶対値を含む計算など、やや煩雑なものを含めた計算練習を行った。

4.1.6　第６回

１．函数の定義、二次函数、二次方程式、解と係数の関係、判別式を解説した。同時に問題演習も行っている。

2．恒等式、方程式、一次函数と函数の定義、二次函数の導入を行う。この時点では、用語に関しては英語との対応関係なども解説している。
3．１コマ目の続きの内容を扱う。演習を中心とし、特に二次函数、二次方程式、二次不等式をプリント等を用いながら解説した。

4．1．7　第７回

1．不等式の性質、具体例（二次不等式の解法、連立不等式）、相加平均・相乗平均の関係と具体例を扱った。
2．１コマ目とほぼ同様であるが、不等式の解法、二次不等式および連立方程式の解法を解説した。また、相加平均・相乗平均の関係に続き、写像と函数、全射・単射とその具体例について解説を行った。
3．Cauchy-Schwarzの不等式、全射・単射・全単射、合成写像とその注意点を説明した。また、座標平面において用いる日本語の紹介も行った。

4．1．8　第８回

1．グラフの平行移動、対称移動、偶函数および奇函数、分数函数、無理函数、三角函数の定義や性質、グラフ等の復習を行う。
2．１コマ目に続き、グラフの移動、偶・奇函数、分数函数、無理函数とそのグラフについて解説した。
3．極限と微分法、特に連続性に関する性質についての質問対応、Cauchy-Schwarzの不等式、相加平均・相乗平均の関係についての応用例を問題演習として扱った。

4．1．9　第９回

1．三角函数の合成、加法定理、指数函数、対数函数のグラフを含めた性質を解説する。
2．三角函数の加法定理、倍角公式、半角公式、正弦定理、余弦定理、三角函数の合成を扱う。また、指数函数、対数函数のグラフを含めた性質を解説する。
3．正弦定理、余弦定理の復習と問題演習を行う。また、関連する物理学についての質問を解説した。

4．1．10　第10回

1．平面上の図形と方程式、二点間の距離、内分点、外分点、直線の方程式、二直線の方程式と位置関係、点と直線の距離、円の方程式、円と直線に関して説明した。
2．１コマ目と同様に、平面上の図形と方程式から、円の方程式までを解説した。この中には、計算練習問題も含まれている。
3．三角函数の合成についての質問を受け、解説を行う。また、円の方程式の例題を扱い、解説を行った。

4．1．11　第11回

1．軌跡の方程式と具体例を扱った。特に演習問題を中心に解説を行った。また、図形の

表す領域に関しても解説した。

2．軌跡の方程式についての演習を行った。こちらも計算を含めて、やや複雑な図形までカバーしている。

3．前の時間に引き続き、軌跡の方程式についての問題演習と解説を行った。

4．1．12　第12回

1．数列の定義、等差数列の導入、試験の類似問題についての解説を行う。試験の類似問題については当初行う予定はなかったが、リクエストがあったため作成した。

2．軌跡の方程式の続きを解説し、不等式の表す領域も説明した。また、1コマ目と同様に試験の類似問題も扱った。

3．こちらも他のクラスと同様に、試験の類似問題を扱った。また、4月から学習した数学で用いる日本語についても復習を行った。

4．1．13　第13回

7月試験を実施した。範囲は4月から第12回までの講義で扱った内容である。問題文は英訳が付されているが、次回からは日本語のみである。

4．1．14　第14回

7月試験の解説を行う。次回の講義が約1ヶ月後となるので、日本語も含めて忘れてしまわないように注意を促す。また、9月試験が9月中旬に行われ、『数列と帰納法』までは試験範囲となることを述べておいた。

4．2　第2期

ここでは、9月に実施される試験までの内容を紹介する。夏季休暇を挟んでいるため、前回までの講義の復習も多少含まれている。

4．2．1　第15回

1．有限数列と級数表示、和の記号、積の記号、Σの線型性、累乗の和の公式、階差数列、数学的帰納法について解説する。

2．累乗の和の公式、階差数列、数学的帰納法の解説と具体例の紹介を行う。

4．2．2　第16回

1．部分分数分解の説明と応用例、二項間漸化式の解法と具体例を扱う。部分分数分解は後に積分法などでも利用するため、詳しく解説している。

2．試験の出題範囲についての復習と、二項間漸化式の解法および具体例の解説を行う。

4．2．3　第17回

9月試験を実施した。試験内容は4月からの講義内容に数列、漸化式の解法が追加されたものである。

4．2．4　第18回

9月試験の返却と解説を行う。終了後、クラス分けと個別学習指導対象者を決定した。基本的に個別学習指導対象者は数学の成績に基づいて決定されている。

4．3　第3期

ここでは、11月に実施される試験までの内容を紹介する。特に理系において重視される微分積分学を扱うため、計算や問題設定が複雑なものまで幅広く扱うようにしている。根底の発想は杉浦（1980、1985）に基づくものである。

4．3．1　第19回

1．数列の極限の用語を含めた解説、等比級数の和の公式と応用、特に部分分数分解を用いるものを扱った。
2．数列の極限の具体例、用語の復習、はさみうちの原理と応用、等比級数の和の計算の解説を行った。

4．3．2　第20回

1．函数の極限、冪級数、多項式、無理函数、三角函数を含む極限の計算手法の解説を行う。
2．１コマ目に引き続き、函数の極限、級数についての和の計算を扱う。また、有理函数、無理函数を含む極限の計算の解説も行う。

4．3．3　第21回

1．微分法の導入と具体例、特に合成函数の微分法、積の微分法、商の微分法の計算を解説する。また、応用例として接線の方程式、増減表を用いたグラフの描画と演習を行う。
2．微分の計算の練習、特に商の微分法、合成函数の微分法を扱う。また、応用として接線の方程式、法線の方程式、増減表を用いたグラフの描画を解説した。
3．極限の計算技法の問題演習を行う。また、発散の速さなどに関する計算と議論の手法についても解説した。

4．3．4　第22回

1．微分法の応用を扱う。特に不等式の証明への応用、実数解の個数についての議論への応用、パラメータ曲線の図示、文字の置き換えなどの工夫が必要となる計算の解説を行った。
2．極値問題のための用語の解説、極値問題の具体例を扱った。

4．3．5　第23回

1．積分法の導入と計算技法の説明を行う。特に置換積分法、部分積分法の解説と具体例を述べた。また、区分求積法、速度・速さ・道のりを求める問題を扱った。
2．積分法の応用問題を扱う。置換積分法、部分積分法に続き、区分求積法、速度・速さ・道のりを求める問題の解説を行った。

3．積分法の計算を中心とした演習問題を解説した。特に部分積分法をはじめとした、細かな計算技術が求められる問題を扱った。

4．3．6　第24回

1．積分法の応用として、面積、回転体の体積を扱った。こちらは計算がやや煩雑になる場合もあるので、実際に手を動かして計算する時間を設けて確認しながら解説した。
2．こちらも１コマ目と同様に、積分法の応用問題を解説した。内容もほぼ同様で、直線及び曲線で囲まれる部分の面積と、区分求積法の解説を行った。
3．11月試験対策として、質問を受け付けた。特に学習してから時間が経っている極限の問題を中心に再度解説した。

4．3．7　第25回

1．積分法の練習問題を扱った。穴埋め式ではあるが、やや難易度が高い面積の計算を扱った。実際に解いた学生からも、難しいという声が多数であり、試験問題の難易度を決定する参考材料とした。
2．積分法に関連する種々の演習問題を扱った。この中には、チャート式など日本の学習参考書から選定した問題なども含まれている。
3．次週に実施予定である試験についての説明と、講義の復習を行う。また、出題予定の問題に近い内容の問題の演習と解説も行った。

4．3．8　第26回

11月試験を実施した。試験内容は前回の試験より後の部分である。特に極限、微分法、積分法がメインテーマである。計算技法に関しては繰り返し説明したためか、平均点が高めであった。

4．3．9　第27回

11月試験の解説を行う。この日が年内最終講義日となるため、特に復習しておくべき点などを述べた。終了後、成績に基づきクラス分けと個別指導対象者を決定した。

4．4　第４期

ここでは、２月に実施される試験までの内容を紹介する。高等学校で扱う複素数平面やベクトルだけでなく、大学初年度で学習するであろう“掃き出し法を用いた連立方程式の解法”なども講義では扱っている。内容は、斎藤（1966）に基づくものである。

4．4．1　第28回

1．統計学の初歩について解説を行う。平均値、最頻値、中央値の説明や、度数分布表、ヒストグラム、四分位数、箱ひげ図といった考え方を解説した。また、分散、標準偏差を導入し、分散と平均値の関係についても証明付きで解説した。
2．こちらも１コマ目と同様に、平均値や最頻値を解説した。また、実際のデータを用いながら計算演習を行った。

4．4．2　第29回

1．ベクトルの導入を行う。種々の用語の日本語での解説や計算の具体例を示した。また、内積および外積の定義も行った。
2．ベクトルの続きを解説した。特にベクトルの平行、線型独立・従属、外積・内積の定義について述べ、具体例を例示した。

4．4．3　第30回

1．前週の時点で扱いの少なかった、ベクトルの内積の例題を解説した。特に計算が複雑なものも含めて演習問題を扱った。
2．ベクトルの続きを行う。特に学生からは計算をもう少し練習したいという意見があったため、練習問題を多めに扱った。
3．以前実施した試験でやや出来が悪かった、積分に関する問題を解説した。また、類似問題も同様に説明し、問題の持つ数学的構造を明らかにした。

4．4．4　第31回

1．行列の定義を行い、スカラー倍、和、差、積などの演算を導入した。また、対角行列などのやや特殊な行列も紹介し、用語の解説も行った。
2．種々の行列の定義を行い、行列の演算の例示を行った。
3．こちらも前の時間から引き続き、行列の演算の例示と計算練習をおこなった。特に、いきなり抽象論に走るのではなく具体的な成分による計算を重視した。行列のサイズも２×２もしくは３×３が中心である。

4．4．5　第32回

1．行列の演算の復習、置換を用いた行列式の定義、行列式の性質を用いた計算の解説を行った。
2．行列の計算の復習と、掃き出し法を用いた連立方程式の解法を解説した。こちらは解くプロセスそのものが重要になるので、問題演習も同時に行っている。

4．4．6　第33回

1．複素数平面の導入を行う。また、絶対値を含めた計算を中心としつつ、文章題もやや詳しく扱った。これは、問題を解く際にこの分野特有の表現の煩雑さに悩まされることが多いためである。
2．１コマ目に引き続き複素数平面を扱う。極形式の解説と、具体的な例題を扱い、解説を行った。
3．引き続き、複素数平面の解説を行う。特に文章から立式する必要のある問題を中心に扱う。

4．4．7　第34回

1．極形式表示の応用問題を扱う。また試験に備えて、用語に関する注意点や例題などを

解説した。

2．複素数平面、特に極形式表示が解法の鍵となる問題を解説した。また、１の冪根に関する問題も解説した。

3．１コマ目の内容に引き続き、複素数平面に関する例題を扱う。文章の中から立式するポイントや、複素数特有の計算技法に関しても注意点を解説しておいた。

4．4．8　第35回

２月試験を実施した。複素数平面の設問には、講義内容から少しギャップがあるものが含まれたのだが、無事にクリアされており、良く出来ていた。

4．4．9　第36回

２月試験の解説を行う。平均点が比較的高めであり、筆者が説明した内容に関しては問題なく理解されていたため、重要なポイントに的を絞り手短に解説した。

5　問題点と今後の課題

ここでは、講義においてやや問題があると感じた点を述べる。細かな点が多いようにも見えるが、学生にとっては大きな障壁となるものもあると思われる。

5．1　配布物に関して

筆者は講義において、その分野の重要な公式や代表的な問題をまとめたものを配布することがある。これには、単に数学的内容だけでなく、重要語句の英訳が付されている。慣れない日本語、特に漢字の煩雑さによって数学そのものの理解が浅くなることを危惧しているためである。こういった“分野ごとの単語リスト”は出版物等で出回っている数が少ないため、役に立った様子であった。だが、グループを３つに分けているため、配布しにくい点が問題であった。講義における解説の方針が微妙に異なる場合などに、学生が混乱する可能性があるためである。

5．2　教科書に関して

国費学部留学生Ｕプログラムで現在用いられている『留学生のための教科書数学（上・下）』は、日本で数学を学習するために必要な事項が網羅されており、内容としては充分であると言える。一方で、“一年間という期間で”扱うには、800ページ超というページ数は分厚く、それに伴って情報量が多過ぎるという点が問題であろう。単語レベルでは多言語に対応しているものの、用いられる日本語表現が非常に硬いこともあり、文章が分かりにくいのではないかと思われる。また一部の解説や設問についても、やや古い価値観で書かれており、現行の教科書や問題集等とは乖離があると言わざるを得ない。数学的主張そのものは何億年経っても変わらないのであるが、教育としての解説は時代によって傾向が異なるのである。

日本語や数学が得意でない学生にとっては、「この本に必要なことは全て書いてあるのだから、この中から重要な点を取捨選択せよ」と言われても途方に暮れてしまう可能性が高く、結果として数学に対する興味を失ってしまうことも懸念される。実際、「教科書が厚すぎて分から

ない、どうすればもう少し効率良く勉強できるだろうか」という質問を頻繁に受ける。筆者は数学者ではあるが、計算ミスをすることもあるし、入り組んだ問題設定の文章の理解で悩み、ストレスを感じることもある。留学生であれば尚更であろう。従って今後、留学生数が増加した場合、様々な数学力を持つ学生に対応できるように、もう少し学生が取り組みやすい教科書や参考書を充実させていくべきであろうと思われる。

参考文献

斎藤正彦（1966）『線型代数入門』東京大学出版会

杉浦光夫（1980）『解析入門Ⅰ』東京大学出版会

杉浦光夫（1985）『解析入門Ⅱ』東京大学出版会

長谷川貫之（2015）『留学生のための教科書数学（上・下）［第 2 試用版］』

（もりた　たけし　本センター非常勤講師）