

Title	Blow-up Analysis for mean field equations associated with Onsager's theory on point vortices
Author(s)	豊田, 洋平
Citation	大阪大学, 2019, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/72287">https://hdl.handle.net/11094/72287</a>
rights	
Note	やむを得ない事由があると学位審査研究科が承認したため、全文に代えてその内容の要約を公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 論文内容の要旨

氏 名 ( 豊田 洋平 )	
論文題名	Blow-up Analysis for mean field equations associated with Onsager' s theory on point vortices (点渦系のオンサーガー理論に関する平均場方程式の爆発解析)
論文内容の要旨	
<p>平均場方程式は2次元点渦系乱流モデルとしての側面をもち、指数型の非線形項をもつ半線形楕円型偏微分方程式で記述される。平均場方程式の有するスケール不変性と変分構造によって爆発解析と呼ばれる方法が展開され、これまで多くの研究がなされてきた。本論文は爆発解析の観点から平均場方程式や関連する問題を研究したものであるが、その内容について記述する。</p> <p>第一章では澤田・鈴木氏らによって導出された、点渦の渦度が決定系分布に支配される場合の確率測度を伴う平均場方程式を研究した。特に対象とする方程式のもつ変分構造に着目し、方程式に対応するエネルギー汎関数の最小化達成関数(ミニマイザー)の族に焦点をあて、それらが示す性質を明らかにした。具体的には、ミニマイザーの族に対して凝集が生じる場合に、それらの特異点近傍における漸近挙動を評価する評価式の導出を行った。導出方法は、方程式のスケール変換とポテンシャル論を組み合わせたC. S. Linの方法を、確率測度を有するより一般の方程式に適用するというものである。さらにこの結果を応用して、方程式に付随するパラメータが閾値に達した場合のエネルギー汎関数の有界性の導出に成功した。</p> <p>第二章ではNeri氏によって導出された、点渦の渦度が確率系分布に支配される場合の平均場方程式に対して、非一様有界な解の族に対する漸近挙動を評価する評価式の導出を行った。第一章の平均場方程式との違いは、非線形項の構造に現れる。このことに起因して従来のスケーリングの方法を改め、Marchis-Ricciardiの方法を応用して解の族の漸近挙動を導出した。さらに確率測度に適切な仮定を課すことで、澤田・鈴木タイプで得られた漸近挙動の評価式よりも、よりシャープな評価式が得られることが分かった。</p> <p>本論文の後半では平均場方程式に関連する問題として、べき乗型の非線形項をもつ高次元半線形楕円型方程式を扱った。第三章では解の境界での値が未知定数とし、対応する問題が平均場方程式と類似の構造を持つことに着目し、その解の族の挙動のプロファイルを研究した。第四章では非線形項に重み関数を付随させ、重み関数の零点と解の族の関連について研究した。重み関数が退化する場合を含む仮定の下で、解の最大値に関する先験的評価を導出した。</p>	

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 ( 豊田洋平 )	
	(職) 氏 名
論文審査担当者	主 査 教授 石渡 通徳
	副 査 教授 小林 孝行
	副 査 教授 関根 順
	副 査 特任教授 鈴木 貴 (数理・データ科学教育研究センター)
<p><b>論文審査の結果の要旨</b></p> <p>オンサーガーの平衡統計力学に基づいた点渦系渦度分布に動機づけられ、これまで多くの平均場方程式の研究が行われてきた。特に方程式の有する豊富な数学的構造から様々な観点から数学的成果が挙げられている。その主たるものの一つが爆発解析であるが、これは非コンパクトな挙動を示す解の列に問題に応じたスケール変換を施すことで極限方程式を見出し、その情報から付随するエネルギー汎関数のコンパクト性の損失の原因、ひいては解空間の構造を調べるものであり、楕円型偏微分方程式の解の定性的研究の際の強力な手法である。申請者は確率測度を有する平均場方程式に対して爆発解析を用いることによって、付随するパラメータが変動する際の解の列(または解の近似列)の爆発プロファイルを精密に導出することに成功した。さらに申請者は得られた爆発プロファイルを応用して、連続な決定系渦度分布における平均場方程式に対応するエネルギー汎関数の極値パラメータでの有界性を示した。このことは方程式にとって基本的であるだけでなく、臨界ソボレフ埋め込みを保証するトゥルディンガー・モーザー不等式に関連した結果であり実解析的にも大変意義がある成果である。また本論文では平均場方程式に留まらず、関連する問題としてプラズマ物理における自由境界問題に対応するべき乗型の半線形楕円型偏微分方程式を取り上げ、爆発解析を展開することでその解の列に対する爆発プロファイルの導出に成功している。このことは、申請者が得た結果が重要であるだけでなく、確立した爆発解析が様々な問題に対して適用可能であることを示しており、今後の研究においても有用であると考えられる。従ってこれまでの研究の成果から申請者はすでに自身の研究の方向を確立しているものと判断される。以上から博士(理学)の学位論文として価値のあるものと認める。</p>	