The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	High frequency statistical analysis for self-similar stationary Gaussian noises and fractional volatility
Author(s)	髙畠, 哲也
Citation	大阪大学, 2019, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/72288
rights	
Note	やむを得ない事由があると学位審査研究科が承認したため、全文に代えてその内容の要約を公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　高 畠 哲 也　）	
論文題名	High frequency statistical analysis for self-similar stationary Gaussian noises and fractional volatility （自己相似定常Gaussノイズと非整数ボラティリティに対する高頻度統計解析）

論文内容の要旨

資産価格変動の大きさを表すボラティリティは，資産価格変動のリスク管理で重要である一方，市場で直接的に観測できないため，統計的性質は未だ明らかではない．近年，ラフ・ボラティリティモデルと呼ばれる，非常に小さいHurst指数を持つ（変動が激しい）非整数Brown運動により，対数ボラティリティが駆動される資産価格モデルが，対数実現ボラティリティのモノフラクタル性，オプション市場で観測されるインプライド・ボラティリティ・スキューなどの金融データの特徴を再現できる事が分かり，数理ファイナンスの分野で注目されている．しかし，ボラティリティの駆動ノイズのHurst指数や拡散係数に対する一致推定量すら構成できていないなど，統計学的側面からは多くの問題が存在する．本論文では，高頻度取引データを利用し，ボラティリティの駆動ノイズに対する擬似尤度解析の理論を構築する．

第一章では，非整数Gaussノイズを含む，一般の自己相似定常Gaussノイズに対し，高頻度観測下で漸近有効かつ計算負荷の少ない推定量を構成する．特に，非整数Brown運動を高頻度観測する状況が，上記枠組みに含まれる．高頻度観測下では，データの自己相似性に起因したFisher情報量行列の退化が極限で生じるため，推定量の最適な収束レートや漸近分散が，Hurst指数や拡散係数が既知かどうかで異なる事が近年判明した．我々は，Whittle推定理論を高頻度解析の枠組みに拡張し，計算負荷の少ない漸近有効推定量を上記全ての場合で構成する.更に,数値実験により構成手法の有限標本での有用性を示す.

第二章では，対数ボラティリティを駆動する非整数Brown運動のHurst指数と拡散係数に対し，実現ボラティリティに基づく擬似尤度解析の理論を構築する．実現ボラティリティの計測誤差は，推定量の漸近挙動と有限標本での数値的挙動の両方と深く関係するため，実データ解析の際，計測誤差の影響を考慮した推定量の構成が必要となる．我々は，対数実現ボラティリティに関する中心極限定理と前章のWhittle推定理論に基づき推定量を構成し，高頻度観測下で構成した推定量の一致性を証明する．更に，数値実験と実データ解析を通して，主要株価指数のボラティリティ変動の激しさを推定する．我々の実データ解析結果は，実際のボラティリティ変動は先行研究の予想よりも更にラフであることを示唆する.

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（　高　畠　哲　也　）		
論文審査担当者	（職）	氏　名
主 査	教授	深澤　正彰
副 査	教授	関根　順
副 査	教授	内田　雅之

論文審査の結果の要旨

本論文は、非整数ブラウン運動に代表される非セミマルチンゲールの、高頻度観測データに対する擬似尤度解析理論を構築するものである。極限定理を証明すると共に、提案する推定量の有限標本における挙動も数値シミュレーションによって明らかにし、さらに金融時系列データに提案手法を適用して、ボラティリティ過程のハースト指数（ヘルダー指数）と拡散定数の推定を与えている。拡散過程などセミマルチンゲールに対しては伊藤解析が有効であり、その高頻度データに対する統計的漸近理論は 1990年代より盛んに研究されてきた。特に、適切に構成された擬似最尤推定量が、漸近有効性などの好ましい漸近的な性質を持つことがよく知られている。一方、非セミマルチンゲールの高頻度データについては解析が難しく、本論文のように、実装可能な擬似最尤推定量を構成し、その漸近的性質を明らかにする研究は他に類を見ない。

第1章においては非整数ブラウン運動を含む、増分定常自己相似ガウス過程の高頻度データに対する擬似最尤推定量が構成され、その漸近有効性が証明されている。定常ガウス過程の大標本に対してはホイットル近似による擬似最尤推定量の漸近有効性が知られており、本論文はこのホイットル近似を高頻度データに応用するものである。自己相似性に起因して漸近フィッシャー情報行列が退化するため、ホイットル尤度には高頻度データ特有の漸近挙動が現れる。

第2章においては近年数理ファイナンスにおいて注目されている、ラフ・ボラティリティモデルが扱われている。ボラティリティは隠れ変数であり、しかも非整数ブラウン運動で駆動されるため、高頻度データの扱いは既存研究の枠内に収まらない。この章では第1章の解析を応用した擬似最尤推定量が提案され、その一致性が証明されている。提案手法による金融時系列データ解析により、ラフ・ボラティリティモデルを支持する結果が得られている。

学位申請者は公聴会において本論文を明瞭に発表し、主査1名副査2名を含む出席者からの質問に適切に回答した。本論文は、数理統計学に貢献する数学的成果と、計量ファイナンス及び金融実務への知見を兼ね備えるものであり、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。