The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	品質工学の基本機能の数理的基礎付けに関する研究
Author(s)	山口, 新吾
Citation	大阪大学, 2019, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/72576
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

品質工学の基本機能の
数理的基礎付けに関する研究

提出先　　大阪大学大学院情報科学研究科
提出年月　2019 年 1 月

山口　新吾

発表論文リスト

学術論文

1. Shingo YAMAGUCHI and Hiroshi MORITA, Efficient product design using functional equations, Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, Vol. 12, No. 6, (2018).
   DOI https://doi.org/10.1299/jamdsm.2018jamdsm0114

国際会議

1. Shingo YAMAGUCHI and Hiroshi MORITA, Efficient product design using functional equations, International Conference on Design and Concurrent Engineering 2017 & Manufacturing Systems Conference 2017, Osaka (2017)

国内会議

1. 山口 新吾, 森田 浩, 品質工学における基本機能の数理的基礎付け(基本概念), 日本機械学会 生産システム部門研究発表講演会(2016.03)
2. 山口 新吾, 森田 浩, 複合システムにおける基本機能の数理的基礎付け, 日本機械学会 生産システム部門研究発表講演会(2017.03)
3. 山口 新吾, 森田 浩, 階層システムにおける基本機能の数理的基礎付け, 日本機械学会 2018 年度年次大会(2018.09)

目次

1.1　研究の背景と目的 1
1.2　本論文の構成 3
第 2 章　設計方法論で定義されている機能の概要と課題 5
2.1　はじめに 5
2.2　品質工学で定義されている機能と課題 5
2.3　公理的設計で定義されている機能と課題 6
2.4　体系的アプローチで定義されている機能と課題 8
2.5　一般設計学で定義されている機能と課題 9
2.6　1DCAE で定義されている機能と課題 １０
2.7　まとめ １１
第 3 章　基本機能の定式化の概要 １４
3.1　はじめに １４
3.2　製品や技術の機能モデルの設定［回路論］ １５
3.3　機能モデルのラグランジュ関数を設定［エネルギー描像］ １６
3.4　ラグランジュ方程式を導出［変分原理］ １７
3.5　基本機能（理想関数）の導出 １８
3.6　機能要素の基本機能の導出 １９
3.7　まとめ ２５
第 4 章　単一システムの基本機能の定式化 ２７
4.1　はじめに ２７
4.2　単一システムの基本機能の導出 ２７
4.3　事例研究：スピーカーコーンシステムの基本機能の導出 ３０
4.4　まとめ ３３
第 5 章　複合システムの基本機能の定式化 ３５
5.1　はじめに ３５

5.2　複合システムの基本機能の導出 ３５
5.3　事例研究：音響システム（スピーカーシステム）の基本機能の導出 ４１
5.4　事例研究：音響システム（スピーカーシステム）での本方法論の設計プロセス適用と効果確認 ４５
5.5　まとめ ５０
第 6 章　階層システムの基本機能の定式化 ５１
6.1　はじめに ５１
6.2　階層システムの基本機能の導出 ５１
6.3　事例研究：スピーカーコーンシステムの基本機能の導出 ６０
6.4　階層システムでの本方法論の設計プロセス適用と効果 ６５
6.5　まとめ ６６
第 7 章　結論 ６７
謝辞 ７０
参考文献 ７１

第１章　序論

1.1　研究の背景と目的

現在、技術者と共に新技術の開発、新製品の設計、新生産技術の開発、生産工程の設計、生産設備の製造条件出し、生産工程の不良低減、現行製品の不良対策まで、ものづくりの様々な技術課題の解決に取り組んでいる。取り扱う製品としては、家庭電化製品、デジタル機器、電気電子部品、生産設備、システム等で多種多様である。そして、取り扱う技術も、バイオ、ナノ、材料・プロセス、オプトエレメカ、メカトロニクス、信号処理ソフト、電気電子回路、精密機構、ＥＭＣ設計、熱設計、加工組立調整、検査・計測等で多岐に亘っている。このように多種多様の製品と多岐に亘る技術について、一人の技術者が専門知識を深く広く理解し、技術課題を解決することは不可能に近い。

そこで、品質工学を技術課題の解決において拠り所とした。品質工学は、技術開発、製品企画、製品設計、生産の全段階に対して、市場で起こる品質問題を予測し、予防するだけでなく、価格競争にも勝つため、機械部門、電気・電子部門、化学部門の個別の技術ではなく共通な手法を開発し提供する汎用技術である。品質工学では、製品や技術をシステムと考え、そのシステムは内部と外部からのノイズに晒されながら入力した信号に応じて特性を出力すると考え、出力特性の安定性を効率的に評価することで最適なシステムを構築することを目指す[1]。

具体的には、品質工学で定義されている基本機能の概念を活用して製品や技術の技術課題を設定し、パラメータ設計によって設計パラメータや製造条件を最適化し、様々な技術課題を解決するという手順を実施する。

この手順の後半部分であるパラメータ設計では、直交表で計画した実験やシミュレーションを遂行し、実験結果や計算結果から製品や技術の安定性の指標である SN 比と平均値の指標である感度を計算し、SN 比と感度の夫々について設計パラメータの要因の大きさを図解する要因効果図を作成することで、誰でも一定の手順に従えば製品や技術の設計パラメータの最適な組合せを探索することが出来る[2]。ここで、直交表は、実験やシミュレーションの水準の組合せにおいて、任意の 2 つの因子の水準の組合せが同数回現れるようなわりつけを定めた表と定義される。安定性の指標である SN 比は、意図して出力を変化させることが出来る有用な成分である入力信号の効果の大きさと、意図せず出力を変化させる成分である望ましくない要因の効果の大きさとの比と定義される。感度は、入力信号の変化が与える出力特性の変化として定義される。要因効果は、特性値に対する、因子または因子の組合せの影響、主効果と交互作用の総称であり、要因効果図は要因効果を図示したものと定義される[3]。

しかし、この手順の前半部分の技術課題の設定では、基本機能は製品や技術の目的を実現するための技術手段となる働きであり、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係と定義される。しかし、定式化がなされていない[3]。従って、製品や技術の基本機能の設定が技術者の知見や経験に依存しており、同じような製品や技術について様々な基本機能が設定されている。例えば、電気回路の基本機能は実効電流と実効電圧の比例関係であるオームの法則と設定する場合があるかと思えば、電気回路への入力信号値の時間変化に応答する出力特性値の時間変化を設定する場合もあるなどである。そして、これらの様々に設定された基本機能について、どちらが正しくてどちらが間違っているという結論を下すことも困難な状況である。

以上により、品質工学における技術課題の解決の手順において、基本機能の設定が技術者の知見や経験に依存するということは、前半部分の製品や技術の技術課題を設定が技術者の知見や経験に依存することに繋がる。その結果、後半部分のパラメータ設計による設計パラメータや製造条件の最適化において、誰でも一定の手順に従って製品や技術の設計パラメータの最適な組合せを探索することが出来ても、前半部分の技術課題を設定が技術者の知見や経験に依存することにより、品質工学における技術課題の解決が技術者の知見や経験に依存することとなる。

品質工学における技術課題の解決について、技術者の知見や経験に依存することを最小限にとどめて効率化する為には、基本機能を技術者の知見や経験に依存することなく設定できるようにしなければならない。つまり、基本機能を数理的に基礎付けて合理的に基本機能を設定し、誰でも一定の手順に従って製品や技術の技術課題を合理的に設定することが重要である。そして、パラメータ設計による設計パラメータや製造条件の最適化において、誰でも一定の手順に従って製品や技術の設計パラメータの最適な組合せを探索することと組み合わせることにより、品質工学における技術課題の解決を効率化することが出来る。

また、基本機能を数理的に基礎付けて合理的に基本機能を設定することは、製品や技術の機能を定式化することに繋がり、従来、設計プロセスの中流段階や下流段階である実体設計や詳細設計において、パラメータ設計を活用して製品や技術の設計パラメータや製造条件の目標達成度や安定性の最適化していたが、設計プロセスの上流段階である目標設定や概念設計において、製品や技術の機能の目標達成度や安定性の最適化を可能とすることが期待できる。

本研究における品質工学の基本機能の数理的基礎付けとは、品質工学の基本機能の定式化を意図している。従って、本研究では、品質工学の基本機能を合理的に定式化する方法論を提案し、事例研究を通じてその有効性を検証することを目的とする。

1.2　本論文の構成

本論文は以下の内容で構成されている。

第 1 章では、研究の背景と目的について述べる。

第 2 章では、代表的な設計方法論で定義されている機能の特徴と課題について述べる。ここで、標準的な設計プロセスは、目標設定、概念設計、実体設計、詳細設計で構成されるものとする。まず、目標設定で製品や技術が実現すべき目標を設定する。次に、概念設計で製品や技術の機能を設定し、機能を実現する設計解を考案、選択する。次に、実体設計で設計解の最適化を実現する。そして、詳細設計で最適化した設計解の仕様を決定する。本研究では、代表的な設計方法論として品質工学、公理的設計、体系的アプローチ、一般設計学、1DCAE を取り上げ、それらの設計方法論で定義されている機能について特徴と課題を整理し本研究の課題設定をする。また、先行研究との比較により本研究の位置づけを明らかにする。

第 3 章では、基本機能を数理的に基礎付けて合理的に基本機能を設定する方法論として、本研究で開発した基本機能の定式化の概要を述べる。まず、本方法論の全体が 4 つの Step で構成されることを述べる。次に、各 Step の考え方の概要を夫々述べる。Step1 は回路論の考え方を活用して製品や技術の機能をモデル化するものであり、Step2 は製品や技術の機能モデルをエネルギーで表現したラグランジュ関数を設定するものであり、Step3 は変分原理を活用してラグランジュ方程式を導出するものであり、Step4 はラグランジュ方程式を基本機能の表式として設定するものである。次に、製品や技術の機能を構成する機能要素の基本機能の定式化を述べる。本方法論で考察するラグランジュ関数は運動エネルギーとポテンシャルエネルギーと散逸エネルギーと外力による仕事で構成されるとしている[4]。ここで、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーと散逸エネルギーの夫々に相当する機能を慣性機能、弾性機能、減衰機能と定義し機能要素と呼称している。

第 4 章では、単一システムの基本機能の定式化と事例研究を述べる。単一システムは一つの技術分野の慣性機能、弾性機能、減衰機能の組合せで構成される製品や技術である。そして、単一システムの事例研究として、スピーカーコーンシステムを取り上げ、基本機能が導出できることを確認する。

第 5 章では、複合システムの基本機能の定式化と事例研究と設計プロセスでの適用効果を述べる。複合システムは複数の技術分野の単一システムの組合せで構成される製品や技術である。そして、複合システムの事例研究として、音響システム（スピーカーシステム）を取り上げ、基本機能が導出できることを確認する。更に、本方法論を設計プロセスへ適用する事例研究として、音響システム（スピーカーシステム）の設計プロセスを取り上げ、その適用効果を確認する。

第 6 章では、階層システムの基本機能の定式化と事例研究を述べる。階層システムは

単一システムが下位階層の複数の単一システムの組み合わせに分解出来たり、或いは、複数の単一システムの組み合わせが上位階層の単一システムに統合出来たりという階層構造で構成されるシステムである。そして、階層システムの事例研究として、スピーカーコーンシステムを取り上げ、基本機能が導出できることを確認する。更に、階層システムの設計プロセスをとり上げ、その適用効果を確認する。

最後に、第 7 章では、本論文の各章のまとめと、本研究と制御理論やシステム理論との関係性を述べて、結論と今後の展開を述べる。

第 2 章　設計方法論で定義されている機能の概要と課題

2.1　はじめに

本論文では、標準的な設計プロセスを目標設定、概念設計、実体設計、詳細設計と設定する。ここで、目標設定とは製品や技術が実現すべき目標を設定する段階である。概念設計とは製品や技術の機能を設定して、機能を実現する設計解を考案し選択する段階である。実体設計とは、設計解の最適化を実現する段階である。詳細設計とは最適化した設計解の仕様を決定する段階である。代表的な設計方法論として品質工学、公理的設計、体系的アプローチ、一般設計学、1DCAE を取り上げ、標準的な設計プロセスとの対応関係を述べる。そして、品質工学、公理的設計、体系的アプローチ、一般設計学、1DCAE で定義されている機能の特徴と課題を述べる。最後に、それら代表的な設計方法論で定義されている機能と課題を整理して本研究の課題設定をする。また、機能モデルの概念を論じた先行研究、ラグランジュ方程式を設計に活用した先行研究との比較により本研究の位置づけを明らかにする。

2.2　品質工学で定義されている機能と課題

品質工学で定義されている機能について特徴と課題を述べる。品質工学は、Fisher が農業分野で発明した実験計画法を田口玄一がタグチ式実験計画法として技術分野へ展開し、更に技術開発の方法論として進化させたものである。1950 年代は実験計画法の範疇で安定性を評価するタグチ式実験計画法を展開した。1960 年代は安定性の評価指標である SN 比を創案し計測分野へ応用した。1970 年代は製品や技術の目的特性を得る為の働きという概念である目的機能を提案し SN 比を計測以外の技術分野へ応用を開始した。1980 年代は製品や技術の目的機能を実現するための技術的手段となる働きという概念である基本機能を提案し SN 比を全技術分野へ展開した。1990 年代は製品設計と生産技術の併行開発（コンカレントエンジニアリング）へ応用を開始した。2000 年代は完全な二段階設計を目指した標準 SN 比を新たに創案し R&D への応用を開始し、現在に至っている。

品質工学は、システム選択、パラメータ設計、許容差設計の 3 つの手段を提供している。システム選択は目的機能を持つ多くの技術的手段の中から、ある技術的手段をシステムとして選択することであり、標準的な設計プロセスにおける目標設定、概念設計に相当する。パラメータ設計は選択システムの中の設計パラメータの最適中心値（水準）の選択であり、標準的な設計プロセスにおける実体設計に相当する。許容差設計は選択

システムの中の設計パラメータの最適中心値の前後・大小・長短等の許容差の設計であり、標準的な設計プロセスにおける詳細設計に相当する。

また、品質工学は、基本機能、SN 比、損失関数の 3 つの重要概念を持っている。基本機能は目的機能を実現するために選択した技術的手段と定義され、システム選択で選択される製品や技術を構成する技術的手段に相当する。従って、基本機能は、標準的な設計プロセスの概念設計における製品や技術の機能と、その機能を実現する設計解に相当する。前章で述べたように、SN 比は製品や技術の特性値の変動のうち、特性値を意図的に変化させる信号の効果の大きさと、望ましくない変動要因の効果の大きさとの比である。従って、SN 比は製品や技術の安定性を評価する指標であり、パラメータ設計において製品や技術の設計パラメータの最適中心値（水準）を選択する指標に相当する。従って、SN 比は実体設計における設計解を最適化する時の評価指標に相当する。損失関数は製品や技術の特性値が目標値から外れたときに発生する社会的損失を表現する関数として定義される。そして、一般に損失関数は目標値で最小となる二次関数で近似され、許容差設計において選択システムの中の設計パラメータの最適中心値の前後・大小・長短等に与える許容差の計算式として活用される。従って、損失関数は詳細設計で最適化した設計解の仕様を決定する時の計算根拠に相当する[3]。

以上より、品質工学で定義されている基本機能が製品や技術の機能と考えられる。そこで、基本機能の特徴と課題を述べる。基本機能は、製品や技術の目的機能を実現する為の技術的手段となる働きと定義され、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係であり、製品や技術への入力信号と出力特性の理想的な関係を表す理想関数を$y = \beta M$という数式で表現している。ここで、yは出力特性、Mは入力信号、βは比例係数であり、入力信号Mも出力特性yもどちらも二乗したとき、エネルギーに比例するデータである。つまり、基本機能の特徴は、製品や技術へのエネルギーの入力に対する出力の関係を数式で表現しているところである。しかし、基本機能は、理想関数$y = \beta M$を特徴付ける比例係数βがブラックボックスであり、実験、或いは、シミュレーションを活用して、出力特性yと入力信号Mの実験結果や計算結果から帰納法的、統計的に比例係数βを推定する方法を採用している。しかも、出力特性yと入力信号Mの設定が技術者に任せられている[2]。つまり、基本機能の課題は、基本機能の設定が技術者の経験と知見等に依存しているところである。その結果、品質工学の目的であるロバスト化や最適化の成否が技術者の経験と知見等に依存してしまうことである。

2.3　公理的設計で定義されている機能と課題

公理的設計で定義されている機能について特徴と課題を述べる。公理的設計は、Suh により提唱された設計方法論である。良い設計すべてに共通する要素を考察することに

よって得られた設計に関する 2 つの公理を提起し、2 つの公理をベクトルや行列を用いて表現することで、設計を科学的に説明した設計方法論の一つである。2 つの設計公理とは、独立公理と情報公理である。公理的設計では、製品や技術に求められる機能を要求機能と呼称している。独立公理は、要求機能が互いに独立している設計を是とする公理であり、情報公理は、要求機能のばらつきの範囲（システムレンジという）と、システムレンジが設計の許容範囲（デザインレンジ）を満足する範囲（コモンレンジ）の比で算出される情報量が最小（つまり、成功確率が最も高い）の設計を是とする公理である。まず、1970 年代に 2 つの設計公理が提起された[5][6]。そして、1980 年代に公理的設計として体系化され、その後の設計方法論に大きな影響を与えつつ、現在に至っている。

公理的設計は、設計プロセスを顧客領域、機能領域、実体領域、プロセス領域の 4 つの領域で構成するとしている。顧客領域は顧客が期待する商品、製造プロセス、システム、材料などのニーズ或いは顧客属性で構成され、標準的な設計プロセスにおける製品や技術が実現すべき目標を設定する目標設定に相当する。機能領域は顧客の要求仕様を満足する要求機能と制約条件で構成され、標準的な設計プロセスにおける製品や技術の機能を設定し、機能を実現する設計解を考案し選択する概念設計に相当する。実体領域は要求機能を満足する設計解で構成され、標準的な設計プロセスにおける設計解の最適化を実現する実体設計に相当する。プロセス領域は設計解に基づいて記述された製品を生産する生産条件で構成され、標準的な設計プロセスにおける最適化した設計解の仕様を決定する詳細設計に相当する。

顧客領域の要素である顧客属性から機能領域の要素である要求機能、機能領域の要素である要求機能から実体領域の要素である設計解、実体領域の要素である設計解からプロセス領域の要素である設計パラメータへと、各領域の要素間の順方向の写像と、また、プロセス領域から実体領域、実体領域から機能領域、機能領域から顧客領域へと、各領域の要素間の逆方向の写像を、適宜、繰り返し、独立公理と情報公理を満足することにより設計パラメータを最適化し、製品の性能、耐久性、および信頼性などを改善する。ここで、各領域の要素間の写像は、各領域の要素ベクトルの関係を行列（設計行列という）で表現した設計方程式で定式化される[7][8]。

以上より、公理的設計で定義されている要求機能が製品や技術の機能と考えられる。そこで、要求機能の特徴と課題を述べる。ベクトルで数値化された要求機能は設計行列を介してベクトル形式で数値化された設計解と設計方程式で関係づけられ、ベクトル形式で数値化された設計解は設計行列を介してベクトル形式で数値化された設計パラメータと設計方程式で関係づけられる。そして、要求機能と設計解と設計パラメータは独立公理と情報公理を満足することにより最適化される。つまり、要求機能の特徴は、数値化されて設計方程式を介して設計解や設計パラメータと関係づけられるところである。そして、要求機能の課題は、要求機能だけでは、製品の性能、耐久性、および信頼

性などを改善することができないところである。

2.4　体系的アプローチで定義されている機能と課題

体系的アプローチで定義されている機能について特徴と課題を述べる。体系的アプローチは、製品や技術の設計のための具体的な行動課程であり、設計科学と認知科学、および異なった分野における実経験から知見を導き出し、業務ステップおよび設計フェーズと結びついた行動計画で構成される。しかし、直感なくして、本当の成功はあり得ないという考えのもと、直感的な手段、すなわち設計解全体を漠然と理解する方法をも含む。そして、設計者の可能性を促進して手引きし、創造性を高め、同時に結果の評価の必要性を強調する。また、設計プロセスと生産プロセスを合理化する効率的な方法を提供する。更に、コンピュータに保存された製品モデルを使用した柔軟かつ継続的な設計プロセスのコンピュータ支援を行う為の前提条件である。まず、1977 年にドイツで提唱され書籍として出版された。そして、1980 年代にはハンガリー、ポーランド、イギリス、中国で翻訳出版された。更に、1990 年代にはフィンランド、日本、韓国に翻訳出版された。そして、2000 年代にはポルトガル等で翻訳出版され、また、改訂版も出版される等の世界中に展開がなされ、現在に至っている[9]。

体系的アプローチは、設計プロセスが目標設定、概念設計、実体設計、詳細設計で構成されるとする。まず、目標設定で製品や技術が実現すべき目標を設定する。次に、概念設計で製品や技術の機能を設定して、機能を実現する設計解を考案し選択する。次に、実体設計で設計解の最適化を実現する。最後に、詳細設計で最適化した設計解の仕様を決定する。なお、上記の体系的アプローチの概要から、本論文では、標準的な設計プロセスとして体系的アプローチの考え方を採用している。

以上より、体系的アプローチで定義されている、概念設計で設定する製品や技術の機能が、まさに、製品や技術の機能と考えられる。そこで、概念設計で設定する製品や技術の機能の特徴と課題を述べる。概念設計で設定される機能は、製品や技術の機能がエネルギーと物質と信号の 3 要素を入力し、それをまた、エネルギーと物質と信号の形で出力すると考え、複数の機能がエネルギーと物質と信号で接続されると考える。製品や技術の全体機能は、複数の下位機能の組合せと考えることができ、全体機能は識別可能な下位機能に分解できる。また、その逆として、下位機能の組み合わせによって全体機能が構成される。このように、製品や技術の機能が構造を持っていると考える。そして、機能と設計解の対応関係のカタログデータベースを構築し、所望の機能を実現する設計解をカタログデータベースから選択する方法を採用している[10][11]。つまり、概念設計で設定する製品や技術の機能の特徴は、ある役割を果たすことを目的とした製品や技術に対して、エネルギーと物質と信号の入出力の相互関係としているところである。そして、概念設計で設定される製品や技術の機能の課題は、数値化や定式化がされておら

ず、それだけでは製品の性能、耐久性、および信頼性などを改善することができないところである。

2.5　一般設計学で定義されている機能と課題

一般設計学で定義されている機能について特徴と課題を述べる。一般設計学は、機械設計などの様々な設計領域に共通する、設計や設計行為における一般的な法則を明らかにする目的で提案された設計方法論である。まず、1979 年から提案された。1980 年代に集中的に研究が展開され、設計を数学的に説明する代表的な方法論として位置づけられて、現在に至っている[12]。

一般設計学では、設計の一般法則を解析するための方策として、機能解剖と機械解剖、設計実験、公理論的設計学、公理論的設計過程の 4 つがあるとしている。そして、これら 4 つの方策は、設計の対象軸と設計の手法軸の 2 軸に整理でき、設計の対象軸は静的構造と動的構造に整理でき、設計の手法軸は帰納的手法と演繹的手法に整理できる。機能解剖と機械解剖は静的構造の帰納的手法であり、設計実験は動的構造の帰納的手法であり、公理論的設計学は静的構造の演繹的手法であり、公理論的設計過程は動的構造の演繹的手法である。機能解剖と機械解剖は、設計に先立って要求される機能と設計解としての機械の双方を分析し、それらの対応関係を把握することで設計過程を明らかにする方策である[13]。設計実験は、実際に設計者が設計を行う過程を観察することによって、その背後に潜む設計の一般法則を明らかにする方策である。公理論的設計学と公理論的設計過程は、人間の知識や概念について十分に認められる性質を仮説あるいは法則として設定し、それから演繹によって、設計において必要な概念の構造や設計過程についての知見を定理として導出することで設計過程を明らかにする方策である[14]。設計過程は、目標設定、概念設計、実体設計、詳細設計という標準的な設計プロセス構成を想定できる。

公理論的設計学と公理論的設計過程では、設計は一般に、要素から設計解を導出する為の、人間がもつ知識や概念の操作であるとされる。この概念操作を公理論的集合論によって記述する。まず、人間として考えうる実体（人工物）の集合を実体概念集合とする。実体がその機能的側面によって分類された集合を機能概念集合とよび、その物理的属性によって分類された集合を属性概念集合とよぶ。これらの概念を用いて表現すると、設計は機能概念集合の要素から属性概念集合の要素への写像と定義される。設計において、この写像が成立するためには、人間が全ての実体概念に対する知識を有している必要があるが、現実の設計では、人間が実体概念に対する全ての知識を有していることは考えられないため、現実は人間が有する不十分な知識（現実的知識）の範囲で設計が可能となる必要がある。そこで、機能概念集合と属性概念集合の間に、物理現象に関する知識によって形成される集合と、ごく単純な属性に対する機能である機能素によって形

成される機能素集合を新たに導入する。これにより、人間が物理現象に関する知識と機能素に関する知識を現実的知識として有していれば、これらの集合間の写像が成立し、設計が可能となる。他方、機械を、入力としてエネルギー、物質、情報を受け取り、これに変換を施してエネルギー、物質、情報を出力するものとして定義する。そして、機械への入力としてのエネルギー、物質、情報と、機械からの出力としてのエネルギー、物質、情報との比が無次元数となる時に、これをパイナンバと命名した機能の表式法を提案している[15]。

以上より、一般設計学で定義されている、要求仕様に対応する機能概念集合の要素で、現実の設計を可能とする為に、機能概念集合と属性概念集合の間に導入された現実的知識である機能素が、製品や技術の機能と考えられる。そこで、機能素の特徴と課題を述べる。機能素は機械への入力としてのエネルギー、物質、情報と、機械からの出力としてのエネルギー、物質、情報との比が無次元数となる時に、これをパイナンバと命名した機能の表式法を提案している。つまり、機能素の特徴は、機械への入力としてのエネルギー、物質、情報と、機械からの出力としてのエネルギー、物質、情報との比が無次元数となるパイナンバと命名した機能の表式法が存在しているところである。しかし、パイナンバは、あくまでも表式的な意味でしかなく計算に使うことが出来ない。つまり、定式化されていないことである。つまり、機能素の課題は、パイナンバという表式は存在するが、定式化されておらず、製品の性能、耐久性、および信頼性などを改善することができないところである。

2.6　1DCAE で定義されている機能と課題

1DCAE の機能について特徴と課題を述べる。1DCAE は、物事の本質を的確に捉え見通しの良い形式でシンプルに表現することにより、設計の上流段階から適用可能な設計支援の考え方、手法、ツールを総称する考え方と方法論で、ハード、ソフトに関わらず対象とする技術や製品の全体をもれなく記述し、設計パラメータの探索を可能とする環境を構築することを目指している。2012 年に提案され、1DCAE という言葉はかなり普及していると考えている[16][17][18]。

1DCAE を活用した設計プロセスは、1DCAE 単独ではなく 2DCAE や 3DCAE／CAD と組み合わせて構成される。製品や技術が実現する目標を設定し、1DCAE で機能を考案、検討し、機能を実現する設計解を考案し選択する。2DCAE や 3DCAE／CAD で設計解の具体的な形や寸法の最適な特性値を見出し、仕様を決定する。1DCAE では、既知の様々な物理、化学等の方程式や回路論等を活用して作成された物理モデルや制御モデルのシミュレーション計算部品を整備し、それらシミュレーション計算部品を組み合わせた製品モデルで簡易にシミュレーションを実行して製品や技術の機能を考案し検討する。

以上より、1DCAE で定義されている製品や技術のモデル部品が、製品や技術の機能と考えられる。そこで、モデル部品の特徴と課題を述べる。モデル部品は、既知の様々な物理、化学等の方程式や回路論等を活用して作成された物理モデル（プラントモデル）や制御モデルなどのシミュレーション計算部品である。つまり、モデル部品の特徴は、シミュレーション計算に直ぐに活用できる部品として整備されているところである。しかし、1DCAE で新しい製品や技術を考案、検討するには、既存モデル部品を組み合わせたりすることにより、新しい製品や技術の擬似的なモデル部品として代用する等が考えられる。つまり、モデル部品の課題は、既存の部品で表し難い新機能を、見通し良く合理的に定式化する手順を提示しておらず、新しい製品や技術の機能を表すモデル部品を新たに作成することが難しいとことである。

2.7　まとめ

代表的な設計方法論として、品質工学、公理的設計、体系的アプローチ、一般設計学、1DCAE を取り上げて、それらの設計方法論で定義されている機能の特徴と課題を述べてきた。品質工学、公理的設計、体系的アプローチ、一般設計学、1DCAE で定義されている機能の特徴と課題を整理するとともに、先行研究と比較をすることで、本研究の位置づけを述べる。

品質工学で定義されている基本機能は、製品や技術の設計開発において製品や技術の目的機能を実現する為の技術的手段となる働きと定義され、技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係であり、製品や技術への出力特性yと入力信号Mの理想的な関係を表す理想関数$y = \beta M$という数式で表現しているところであった。しかし、出力特性yと入力信号Mの設定が技術者の知見と経験に任せられており、実験、或いは、シミュレーションを活用して帰納法的、統計的に比例係数βを推定する必要があった。従って、品質工学の目的であるロバスト化や最適化の成否が技術者の経験と知見等に依存してしまうという課題があった。

公理的設計で定義されている要求機能は、数値化されて設計方程式を介して設計解や設計パラメータと関係づけられていた。従って、要求機能だけでは、製品の性能、耐久性、および信頼性などを改善することができないという課題があった。

体系的アプローチで定義されている、概念設計で設定する製品や技術の機能は、製品や技術の機能がエネルギーと物質と信号の 3 要素を入力し、それをまた、エネルギーと物質と信号の形で出力するものであった。そして、複数の機能がエネルギーと物質と信号で接続されるとされた。製品や技術の全体機能は、複数の下位機能の組合せと考えることができ、全体機能は識別可能な下位機能に分解できた。また、その逆として、下位機能の組み合わせによって全体機能が構成された。つまり、製品や技術は機能の構造を持っているとされた。そして、所望の機能を実現する設計解をカタログデータベースか

ら選択することで、製品の性能、耐久性、および信頼性などを改善する必要があった。従って、概念設計で設定される機能だけでは、製品の性能、耐久性、および信頼性などを改善することができないという課題があった。

一般設計学で定義されている機能素は、機械への入力としてのエネルギー、物質、情報と、機械からの出力としてのエネルギー、物質、情報との比を考え、その無次元数となる比をパイナンバと命名した表式法を提案していた。しかし、パイナンバは、あくまでも表式的な意味しかなく定式化されていなかった。従って、機能素、パイナンバだけでは、製品の性能、耐久性、および信頼性などを改善することができないという課題があった。

1DCAE で定義されているモデル部品は、既知の様々な物理、化学等の方程式や回路論等を活用して作成された物理モデルや制御モデルなどのシミュレーション計算部品として整備されていた。しかし、既存のモデル部品で表し難い新機能を、見通し良く合理的に定式化する手順を提示しておらず、新しい製品や技術の機能を表すモデル部品を新たに作成することが難しいという課題があった。

以上より、本研究は、従来の代表的な設計方法論で定義されている様々な機能の特徴を活かし課題を解決し、製品や技術の機能を用いて、製品の性能、耐久性、および信頼性などの改善を可能とすることを目指し、機能を数理的に基礎付け定式化する方法論を構築することを目的と設定した。

機能の数理的基礎付けや定式化という視点で代表的な設計方法論を概観すると、唯一、品質工学で定義されている基本機能が $y = \beta M$ という数式で表現されていた。なお、一般設計学の機能素はパイナンバという表式を持っているが計算可能な定式化ではなかった。

機能の概念の共通性という視点で代表的な設計方法論を概観すると、品質工学の基本機能は、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係と考えられていた。体系的アプローチで定義されている概念設計で設定される機能は、エネルギーと物質と信号の入力と、エネルギーと物質と信号の出力の関係と考えられていた。一般設計学で定義されている機能素は、機械への入力としてのエネルギー、物質、情報と、機械からの出力としてのエネルギー、物質、情報の比であるパイナンバという表式を持っていた。1DCAE のモデル部品は、既知の様々な物理、化学等の方程式等を部品として整備されていた。これらから、製品や技術の機能は、エネルギーの入出力と物理・化学法則と密接に関係していることが判った。

そこで、本研究では、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係と定義される品質工学の基本機能を対象として、基本機能を表現している $y = \beta M$ という数式の数理的な基礎を付けする事、つまり、品質工学の基本機能を合理的に定式化する方法論を構築することを目的とした。

本研究を進めるにあたり、製品や技術の機能に着目したモデル化と数式化について先行研究を調査した。

長松らは、力学法則を電磁気学の法則との対比から再構成し[19]、力学と電磁気学の状態変数（力学：力、速度等、電磁気学：電流、電圧等）、特性（力学：質量、弾性等、電磁気学：電気容量、インダクタンス等）、法則・規定（力学：ニュートンの法則、フックの法則等、電磁気学：電気容量の性質、電磁誘導の法則等）、エネルギー（力学：運動エネルギー等、電磁気学：静電エネルギー、電磁エネルギー）の新しい相似則（アナロジー）を考案し[20]、力学と電磁気学を統一的に表すことの出来る機能モデルを構成する物理機能線図を提案する。物理機能線図を構成する部品には、状態変数、特性等の諸々の物理量に加えて演算子等の諸々の関数を整備し、独自の記号を定義している。これらの記号を回路論のキルヒホッフの電流則と電圧則に従って直列、並列に接続することで製品の機能モデルを構成するので、製品の機能モデルを一定の手順に従って構成することが出来る。しかも、これらの記号を数式と対応づけており機能モデルから自動的に製品の機能を表す方程式を設定することが出来る[21][22][23]。

しかし、製品の機能モデルを作成するにあたり、キルヒホッフの電流則と電圧則を満足するように、これらの物理量と演算子を表す記号を的確に接続するには、製品の機能と技術手段についての十分な知識が必要であり、製品の機能や技術手段が明確に定まらない概念設計のような設計プロセスの上流段階では、的確な機能モデルを構成することが難しい。

また、国立研究開発法人 新エネルギー・産業技術総合研究開発機構は、高集積・複合 MEMS 製造技術開発プロジェクトでは、MEMS の 3DCAD モデルからラグランジュ関数を構成し、ラグランジュ関数から MEMS の動作を表す方程式を導出し、方程式から回路合成の方法を活用して等価回路を導出する手順を提案している [24]。

しかし、あくまでも MEMS 設計専用の方法論であり、様々な機能と技術手段で構成される製品に適用することが出来ない。そして、そもそも、最初に製品構造に関する知識と情報が必要であり、製品の機能や技術手段が明確に定まらない概念設計のような設計プロセスの上流段階では、的確な機能モデルを構成し定式化することが難しい。

本研究は、様々な機能や技術手段で構成される製品に適用出来る汎用性を有し、更に、製品の機能や技術手段が明確に定まらない概念設計のような設計プロセスの上流段階や、既存製品の改造設計においても、改造する部品・機能について機能や技術手段が明確に定まらない場合でも、的確な機能モデルを構成し機能を定式化することが出来る方法論を開発することを目指した。

第 3 章　基本機能の定式化の概要

3.1　はじめに

品質工学の基本機能の数理的基礎付けによる定式化の全体構成を述べる。前章において、製品や技術の機能がエネルギーの入出力と物理・化学法則と密接に関係していることを確認した。そして、代表的な設計方法論で定義されている製品や技術の機能の中で、品質工学で定義されている基本機能のみが理想関数$y = \beta M$という数式で表現されていることを確認した。ここで、yは出力特性、Mは入力信号、βは比例係数であり、入力信号Mも出力特性yもどちらも二乗したとき、エネルギーに比例するとしている。

そこで、品質工学の基本機能の数理的基礎付けによる定式化にあたり、次の３つの要請を設定した。

一つ目の要請は、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係であるという基本機能の定義を満足することである。

二つ目の要請は、様々な製品や技術に適用できる汎用性を満足することである。

三つ目の要請は、$y = \beta M$という基本機能の理想関数として定式化することである。

本方法論は 4 つの Step で構成される。

Step1：製品や技術の機能モデルの設定［回路論］

回路論に基づき、製品や技術の機能を表す機能モデルを設定する。

Step2：機能モデルのラグランジュ関数を設定［エネルギー描像］

機能モデルのラグランジュ関数を設定する。

Step3：ラグランジュ方程式を導出［変分原理］

機能モデルのラグランジュ関数から変分原理でラグランジュ方程式を導出する。

Step4：基本機能（理想関数）の導出

製品や技術の機能の入力信号と出力特性とラグランジュ方程式との対応関係から基本機能の理想関数を導出する。

ここで、Step1 は、製品や技術の機能モデルの設定であり、様々な製品や技術に適用できる汎用性を満足するという二つ目の要請を実現するものである。Step2 は、製品や技術の機能モデルのエネルギー描像としてのラグランジュ関数の設定であり、Step 3 は、ラグランジュ関数の変分原理によるラグランジュ方程式の導出であり、Step2 と Step3 で、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係であるという基本機能の定義を満足するという 1 つ目の要請を実現するものである[25][26]。Step4 は、ラグランジュ方程式から基本機能を導出し、$y = \beta M$という基本機能の理想関数として定式化するという三つ目の要請を実現するも

のである。

なお、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係であるという基本機能の定義を満足することであるという要請１から、本方法論は、物理・化学的な法則に従って設計製造される製品、つまり、機械、電気、熱、光、化学という技術分野で構成される製品を対象とする。

3.2　製品や技術の機能モデルの設定［回路論］

Step1 の、製品や技術の機能モデルの設定の概要を述べる。回路論の考え方を活用して、様々な製品や技術に適用できる汎用性を満足するという二つ目の要請を実現するものである。

表 3.2.1 に示すように、回路論では、質量、バネ、ダンパーの 3 つの機械的要素と、コイル、静電容量、電気抵抗の 3 つの受動的電気要素との間の対応関係がよく知られている[27]。更に、これらの機械的要素および電気的要素に対応する 3 つの機能要素を定義する。ここで、慣性M、弾性K、減衰Λを機能要素と定義する。慣性機能：慣性係数Mは、機械系の質量mと電気系のコイルLに対応する機能要素として、弾性機能：弾性係数Kは、機械系のバネ定数kと電気系の電気容量 $1/C$に対応する機能要素として、減衰機能：減衰係数Λは、機械系のダンパーrと電気系の電気抵抗Rに対応する機能要素として定義する。機能記号は、慣性、弾性、減衰の機能を直感的に理解しやすいと考えて、電気系システムの回路素子記号を採用している。ここでは、機能要素は機械系と電気系との対応関係を例示しているが、電気系と機械系だけでなく、例えば、熱、光、化学などの様々な技術分野で成立することができるとする。そして、様々な製品や技術の機能は、これら３つの機能要素の組み合わせで表すことが出来るとする。

表 3.2.1　機能要素の特性係数

機能要素		機能記号	特性係数			
			機械系システム		電気系システム	
慣性	M		質量	m	コイル	L
弾性	K		バネ定数	k	電気容量	$1/C$
減衰	Λ		ダンパー	r	電気抵抗	R

回路論では、電圧と力を対応づけるインピーダンス法や電圧と速度を対応づけるモビリティ法等、状態変数について機械系システムと電気系システムの対応関係が良く知られている[28][29]。ここでは、図 3.2.2 のように、機械系システムの状態変数である座標・変位、速度、力と、電気系システムの状態変数である電荷、電流、起電力・電圧との直感的な対応関係（アナロジー）を設定している。qは一般化座標、xは座標、変位、

Qは電荷、$\dot{q}$は一般化速度、$\dot{x}, v$は速度、Iは電流、fは一般化力、Fは力、Eは起電力・電圧である。ここでは、状態変数は機械系と電気系との対応関係を例示しているが、電気系と機械系だけでなく、熱、光、化学などの様々な技術分野で成立することができるとする。

表 3.2.2　状態変数

システム	座標	速度	力
一般システム	q	$\dot{q}$	f
機械系システム	x	$\dot{x}, v$	F
電気系システム	Q	I	E

3.3　機能モデルのラグランジュ関数を設定［エネルギー描像］

Step2 の、製品や技術の機能モデルに対応するエネルギー描像としてのラグランジュ関数の設定の概要を述べる。製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係である基本機能の定義を満足するという一つ目の要請を実現するものである。

回路論では、質量、バネ、ダンパーの 3 つの機械的要素と、コイル、電気容量、電気抵抗の 3 つの受動的電気要素との間の対応関係と同様に、3 つの機械的要素および電気的要素のエネルギー間の対応関係がよく知られている。表 3.3.1 に示すように、機械系のエネルギーと電気系のエネルギーとの対応関係を拡張し、3 つの機能要素のエネルギーを定義する。慣性機能のエネルギーは運動エネルギーに対応し、弾性機能のエネルギーはポテンシャルエネルギーに対応し、減衰機能のエネルギーは散逸エネルギーに対応するとする。表 3.3.1 では、Mは慣性係数、Kは弾性係数、Λは減衰係数、mは質量、kはバネ定数、rはダンパー、Lはコイル、$1/C$は電気容量、Rは電気抵抗で、qは一般化座標、xは座標、変位、Qは電荷、$\dot{q}$は一般化速度、$\dot{x}$は速度、Iは電流である。

他方、着目するシステムのエネルギーを論ずる時、システム内の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーとシステムから散逸する散逸エネルギーとシステムの外界からシステムに作用する外力を用いてラグランジュ関数を過不足なく表現することができることを知っている。そこで、製品や技術の機能モデルのエネルギー描像として運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー、散逸エネルギー、および、システムの外界からの外力を用いてラグランジュ関数を表すことを考える。

製品や技術の機能モデルのラグランジュ関数$\mathcal{L}$は、

$$\mathcal{L} = \left(T - U\right) + D - f \cdot q = \left(\frac{1}{2}M\dot{q}^2 - \frac{1}{2}Kq^2\right) + \frac{1}{2}\Lambda\dot{q}^2 - f \cdot q \qquad (3.3.1)$$

表 3.3.1 機能要素のエネルギー関数

エネルギー項目	エネルギー描像					
	機能要素		特性係数			
			機械系システム		電気系システム	
運動エネルギー	慣性	$\frac{1}{2}M\dot{q}^2$	質量	$\frac{1}{2}m\dot{x}^2$	コイル	$\frac{1}{2}LI^2$
ポテンシャルエネルギー	弾性	$\frac{1}{2}Kq^2$	バネ定数	$\frac{1}{2}kx^2$	電気容量	$\frac{1}{2C}Q^2$
散逸エネルギー	減衰	$\frac{1}{2}\Lambda\dot{q}^2$	ダンパー	$\frac{1}{2}r\dot{x}^2$	電気抵抗	$\frac{1}{2}RI^2$

ここで、Tは運動エネルギー、Uはポテンシャルエネルギー、Dは散逸エネルギー、fは一般化外力、qは一般化座標、$\dot{q}$は一般化速度である。括弧で囲まれた第 1 項は、運動エネルギーとシステム内のポテンシャルエネルギーとの間の差分である運動ポテンシャルを表している。第 2 項はシステムから散逸するエネルギーを表している。第 3 項はシステムの外界からの外力による仕事エネルギーを表している。

様々な製品や技術の機能モデルのエネルギー描像としてラグランジュ関数で表すことができるという事実から、製品や技術の機能モデルは慣性機能と弾性機能と減衰機能の 3 つの機能要素の組み合わせで過不足なく表すことが出来ることを意味している[30]。

3.4　ラグランジュ方程式を導出［変分原理］

Step3 の、製品や技術のラグランジュ方程式の導出の概要を述べる。変分原理を活用して、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理･化学的な法則、エネルギーの入出力関係であるという基本機能の定義を満足するという二つ目の要請を実現するものである。

物理学や工学の多くの基礎方程式が、エネルギーについての変分原理から導かれることが知られている。この事実が、変分原理を活用することが、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係であるという基本機能の定義を満足できるという根拠の一つを示している。実際に、変分原理から導かれる方程式は、例えば、古典力学では、ニュートン運動方程式、振動方程式、質点系の方程式、流体力学の方程式など、電気磁気学では、マクスウェル方程式など、古典統計力学では、熱伝導方程式、拡散方程式など、量子力学では、シュレーディンガー方程式、ディラック方程式、ハイゼンベルク方程式など、量子統計力学では、ブロッ

ホ方程式など、場の量子論では、朝永・シュインガー方程式、シュインガー・ダイソン方程式、くりこみ方程式など、一般相対論では、アインシュタイン方程式等のように多岐に亘っている[31][32]。

そこで、Step2 で設定したラグランジュ関数から変分原理によりラグランジュ方程式を導出する。ラグランジュ関数$\mathcal{L}$の変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L}dt = \int_{t1}^{t2} \delta\left\{\left(T-U\right)+D-f\cdot q\right\}dt = 0 \tag{3.4.1}$$

ここで、δDは

$$\delta D = \frac{\partial D}{\partial \dot{q}}\,\delta q \tag{3.4.2}$$

であるので、ラグランジュ方程式は次のように書かれる。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} - f = 0 \tag{3.4.3}$$

機能要素に対応するエネルギー関数を(3.4.3)に代入するとラグランジュ方程式は次のように書かれる。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{q}}\left(\frac{1}{2}M\dot{q}^2\right) - \frac{\partial}{\partial q_j}\left(-\frac{1}{2}Kq^2\right) + \frac{\partial}{\partial \dot{q}}\left(\frac{1}{2}\Lambda\dot{q}^2\right) - f = 0 \tag{3.4.4}$$

となる。(3.4.4)を変形すると、

$$M\ddot{q} + K\dot{q} + \Lambda\dot{q} - f = 0 \tag{3.4.5}$$

となる。

3.5　基本機能（理想関数）の導出

Step4 の、ラグランジュ方程式から基本機能の理想関数の定式化の概要を述べる。

$y = \beta M$という基本機能の理想関数として定式化するという三つ目の要請を実現するものである。

Step2 と Step3 で導かれたラグランジュ方程式を基本機能の理想関数$y = \beta M$に対応付ける。ここで、任意の状態を表す変数は直交展開できるので、状態を表す変数について、一般化速度は$\dot{q}(t) = \dot{q}e^{iwt}$、一般化外力は$f(t) = fe^{iwt}$と直交展開してラグランジュ方程式(3.4.5)に代入すると、

$$\left(iwM + \frac{1}{iw}K + \Lambda\right)\dot{q}(t) = f(t) \tag{3.5.1}$$

となり、(3.5.1)を変形すると、

$$\dot{q}(t) \equiv f(t)\Big/\left(iwM + \frac{1}{iw}K + \Lambda\right) \tag{3.5.2}$$

ここで、

$$M \equiv f(t) \tag{3.5.3}$$

を入力信号、

$$y \equiv \dot{q}(t) \tag{3.5.4}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv 1/\left(iwM + \frac{1}{iw}K + \Lambda\right) \tag{3.5.5}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{3.5.6}$$

となる。このように、製品や技術を表す非因果関係式のラグランジュ方程式において、製品や技術への入力信号Mと出力特性yとを明確に定義して、そして、比例係数βを割り付けることで、因果関係式の基本機能の理想関数を導出する。ここで重要なことは、理想関数の比例係数βを導出することのみならず、入力信号Mと出力特性yを明示することである。本研究では、製品や技術の基本機能を機能方程式とも呼ぶこととする。

3.6　機能要素の基本機能の導出

製品や技術の機能を構成する 3 つの機能要素である慣性機能と弾性機能と減衰機能について夫々の基本機能を導出する。

まず、機能要素の一つである慣性機能の基本機能を導出する。質量に外力が働き速度が変化するシステムを例として述べる。機械系の回路解析における質量mの回路図の作図法に従って[33]、図 3.6.1 に質量mが外力fにより速度v_{12}となる様子を図解する。ここで、質量mは端子○と線分で連結されているとする。v_2は固定面の速度であるので、$v_2 = 0$である。そして、外力f以外に重力や抵抗等の影響を受けないとする。そこで、質量mと端子○を連結する線分が管（パイプ状）と非接触で指示され、水平方向のみの座標・位置の変化が可能であるとする。

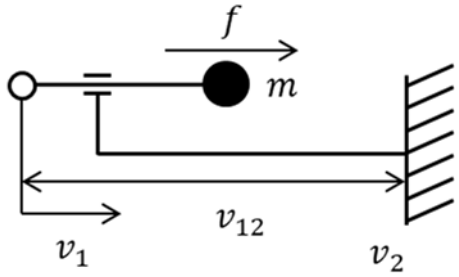

図 3.6.1　質量に外力が働くシステム概要

Step1：慣性機能の機能モデルを設定する。

質量に外力が働き速度が変化するシステムについて、表 3.2.1 の機能要素の特性係数より、図 3.6.2 に示すように慣性機能の機能記号を採用して機能モデルを設定する。今回は、機械系システムであるので、表 3.2.1 の慣性機能の質量mを機能記号に付与する。機能記号の入力に外力fを付与し、出力に速度v_{12}を付与すると、図 3.6.2 のような慣性機能の機能モデルとなる。

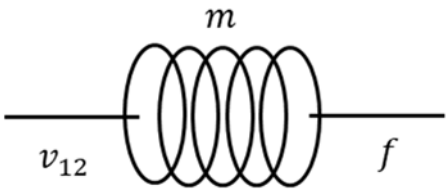

図 3.6.2　慣性機能の機能モデル

Step2：慣性機能のラグランシュ関数を設定する。

運動エネルギーは、質量mが速度v_{12}であるので、

$$T = \frac{1}{2}mv_{12}^2 \tag{3.6.1}$$

ポテンシャルエネルギーは、垂直方向の重力基準で変位が 0 であるので、

$$U = 0 \tag{3.6.2}$$

散逸エネルギーは、粘性抵抗を持たないので、

$$D = 0 \tag{3.6.3}$$

となる。

外界からの外力fによるエネルギーは

$$W = f \cdot x \tag{3.6.4}$$

ここで、xは変位とする。

これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}$は、

$$\mathcal{L} = (T - U) + D - W = \frac{1}{2}mv_{12}^2 - 0 + 0 - f \cdot x = \frac{1}{2}mv_{12}^2 - f \cdot x \tag{3.6.5}$$

となる。

Step3：変分原理により慣性機能のラグランジュ方程式を導出する。

外界から外力fが印加されている場合の変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L}dt = \int_{t1}^{t2} \delta\left\{\frac{1}{2}mv_{12}^2 - f \cdot x\right\}dt = 0 \tag{3.6.6}$$

ラグランジュ方程式は

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v_{12}}\left(\frac{1}{2}mv_{12}^2\right)-f=0 \tag{3.6.7}$$

となり、

$$ma_{12}=f \tag{3.6.8}$$

ニュートンの運動方程式となる。ここで、a_{12}は加速度である。

Step4：慣性機能の基本機能を導出する。

ラグランジュ方程式から導出したニュートンの運動法則において、質量mの逆数$1/m$をβ、外力fを入力信号M、加速度a_{12}を出力特性yとすると、

$$y=\beta M \tag{3.6.9}$$

となり、慣性機能の基本機能と言われているニュートンの運動方程式を導出できることが確認できる。

なお、品質工学では、例えば、加速度aが一定であることが理想であれば、速度vは

$$v=at \tag{3.6.10}$$

で表される。ここで、tは時間である。また、その時の変位xは、

$$x=\frac{1}{2}at^2 \tag{3.6.11}$$

で表される。この場合、時間を信号として、変位の平方根を出力特性として、

$$x=y \tag{3.6.12}$$

$$(1/2)a=\beta \tag{3.6.13}$$

$$t=M \tag{3.6.14}$$

と設定し、基本機能の理想関数を

$$y=\beta M \tag{3.6.15}$$

として、実際の測定・計測器等により評価をしている[31]。品質工学では、入力信号Mと出力特性yについて実際に評価が出来ることが重要となる。

次に、機能要素の一つである弾性機能の基本機能を導く。バネに外力が働き座標が変化するシステムを例として述べる。図 3.6.3 にバネ定数kに外力fが働き変位x_{12}となる様子を図解する。機械系の回路解析におけるバネ定数kの回路図の作図法に従って[33]、図 3.6.3 にバネ定数kが外力fにより変位x_{12}となる様子を図解する。ここで、バネ定数kは左側の端子〇と右側の端子〇の間で外力fが作用し、左端子の座標x_1と右端子の座標x_2との変位x_{12}となる。

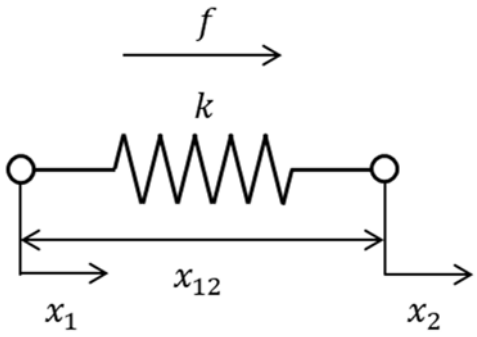

図 3.6.3　バネに外力が働くシステム概要

Step1：弾性機能の機能モデルを設定する。

バネに外力が働き変位が変化するシステムについて、表 3.2.1 の機能要素の特性係数より、図 3.6.4 に示すように弾性機能の機能モデルを設定する。今回は、機械系システムであるので、表 3.2.1 の弾性機能のバネ定数kを機能記号に付与する。機能記号の入力に外力fを付与し、出力に変位x_{12}を付与すると、図 3.6.4 のような弾性機能の機能モデルとなる。

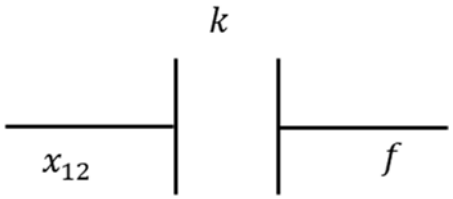

図 3.6.4　弾性機能の機能モデル

Step2：弾性機能のラグランシュ関数を設定する。

運動エネルギーは、バネの重心速度が 0 であるので、

$$T = 0 \tag{3.6.16}$$

ポテンシャルエネルギーは、外力fが与えられた時の変位がx_{12} であるので、

$$U = \frac{1}{2}kx_{12}^2 \tag{3.6.17}$$

散逸エネルギーは、粘性抵抗を持たないので、

$$D = 0 \tag{3.6.18}$$

となる。

外界からの外力fによるエネルギーは、

$$W = f \cdot x \tag{3.6.19}$$

ここで、xは変位とする。
これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}$は、

$$\mathcal{L} = (T - U) + D - W = 0 - \frac{1}{2}kx_{12}^2 + 0 - f \cdot x = -\frac{1}{2}kx_{12}^2 - f \cdot x \tag{3.6.20}$$

となる。

Step3：変分原理により弾性機能のラグランジュ方程式を導出する。
　外界から外力fが印加されている場合の変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L}dt = \int_{t1}^{t2} \delta\left\{-\frac{1}{2}kx_{12}^2 - f \cdot x\right\}dt = 0 \tag{3.6.21}$$

ラグランジュ方程式は

$$-\frac{\partial}{\partial x_{12}}\left(-\frac{1}{2}kx_{12}^2\right) - f = 0 \tag{3.6.22}$$

となり、

$$kx_{12} = f \tag{3.6.23}$$

フックの法則となる。

Step4：弾性機能の基本機能を導出する。
　ラグランジュ方程式から導出したフックの法則において、バネ定数kの逆数$1/k$をβ、外力fを入力信号M、変位x_{12}を出力特性yとすると、

$$y = \beta M \tag{3.6.24}$$

となり、品質工学で弾性機能の基本機能と言われているフックの法則を導出できることが確認できる。
　最後に、機能要素の一つである減衰機能の基本機能を導出する。ダンパーに外力が働き速度が変化するシステムを例として述べる。図 3.6.5 にダンパー：粘性係数rのが外力fにより速度v_{12}となる様子を図解する。機械系の回路解析におけるダンパー：粘性係数rの回路図の作図法に従って[33]、図 3.6.5 にダンパー：粘性係数rが外力fにより速度v_{12}となる様子を図解する。ここで、ダンパー：粘性係数rは左側の端子〇と右側の端子〇の間で外力fが作用し、右側の端子の速度v_1と左側の端子の座標v_2との変化が速度v_{12}となる。

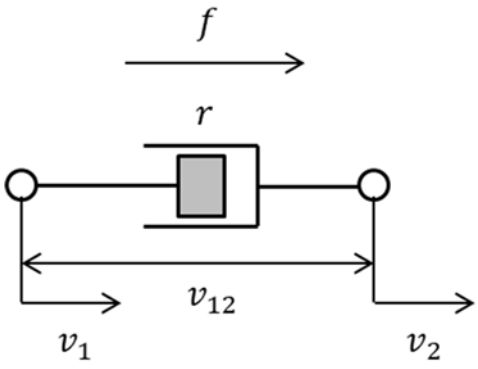

図 3.6.5　ダンパーに外力が働くシステム概要

Step1：減衰機能の機能モデルを設定する。

ダンパーに外力が働き速度が変化するシステムについて、表 3.2.1 の機能要素の特性係数より、図 3.6.6 に示すように減衰機能の機能モデルを設定する。今回は、機械系システムであるので、表 3.2.1 の減衰機能のダンパー：粘性係数rを機能記号に付与する。機能記号の入力に外力fを付与し、出力に速度v_{12}を付与すると、図 3.6.6 のような減衰機能の機能モデルとなる。

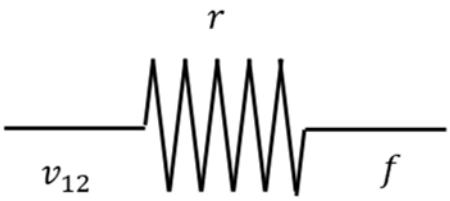

図 3.6.6　減衰機能の機能モデル

Step2：減衰機能のラグランシュ関数を設定する。

運動エネルギーは、ダンパーの重心速度が 0 であるので、

$$T = 0 \tag{3.6.25}$$

ポテンシャルエネルギーは、垂直方向の重力基準で変位が 0 であるので、

$$U = 0 \tag{3.6.26}$$

散逸エネルギーは、外力fが与えられた時の速度がv_{12}であるので、

$$D = \frac{1}{2} r v_{12}^2 \tag{3.6.27}$$

となる。

外界からの外力fによるエネルギーは

$$W = f \cdot x \tag{3.6.28}$$

ここで、xは変位とする。
これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}$は、

$$\mathcal{L} = (T - U) + D - W = 0 - 0 + \frac{1}{2} r v_{12}^2 - f \cdot x = \frac{1}{2} r v_{12}^2 - f \cdot x \tag{3.6.29}$$

となる。

Step3：変分原理により減衰機能のラグランジュ方程式を導出する。
　外界から外力fが印加されている場合の変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta \mathcal{L} dt = \int_{t1}^{t2} \delta \left\{ \frac{1}{2} r v_{12}^2 - f \cdot x \right\} dt = 0 \tag{3.6.30}$$

ラグランジュ方程式は

$$\frac{\partial}{\partial v_{12}} \left(\frac{1}{2} r v_{12}^2 \right) - f = 0 \tag{3.6.31}$$

となり、

$$r v_{12} = f \tag{3.6.32}$$

ニュートンの粘性流体の法則となる。

Step4：減衰機能の基本機能を導出する。
　ラグランジュ方程式から導出したニュートンの粘性流体の法則において、粘性係数rの逆数$1/r$をβ、外力fを入力信号M、速度v_{12}を出力特性yとすると、

$$y = \beta M \tag{3.6.33}$$

となり、品質工学で減衰機能の基本機能と言われているニュートンの粘性流体の法則を導出できることが確認できる。
　機械系システムを例として、品質工学の基本機能として考えられているニュートンの運動法則、フックの法則、流体の方程式が導出できることを述べ、機械系システムのニュートンの運動法則、フックの法則、流体の方程式が、夫々、慣性機能、弾性機能、減衰機能であることを述べた。以上により、本方法論によって、製品や技術の機能を構成する 3 つの機能要素である慣性機能と弾性機能と減衰機能の定式化が出来ることを述べた。

3.7　まとめ

　品質工学の基本機能の数理的基礎付けによる定式化の全体構成を述べた。品質工学の基本機能の数理的基礎付けによる定式化について、製品や技術の設計開発において技術

者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係である基本機能の定義を満足すること、様々な製品や技術に適用できる汎用性を満足すること、$y = \beta M$という基本機能の理想関数として定式化することという３つの要請を実現することを目指し、Step1：製品や技術の機能モデルの設定［回路論］で、回路論に基づき製品や技術の機能を表す機能モデルを設定し、Step2：機能モデルのラグランジュ関数を設定［エネルギー描像］で、製品や技術の機能モデルのラグランジュ関数を設定し、Step3：ラグランジュ方程式を導出［変分原理］で、機能モデルのラグランジュ関数から変分原理でラグランジュ方程式を導出し、Step4：基本機能（理想関数）の導出で、ラグランジュ方程式と製品や技術の機能の入力信号と出力特性との対応関係から基本機能の理想関数$y = \beta M$を導出できることを示した。本方法論によって、機械系システムを例として、慣性機能、弾性機能、減衰機能を定式化出来ることを述べた。

第 4 章　単一システムの基本機能の定式化

4.1　はじめに

前章において、様々な製品や技術の機能は慣性機能と弾性機能と減衰機能の３つの機能要素の組み合わせで過不足なく表すことが可能で、夫々の機能要素である慣性機能、弾性機能、減衰機能について基本機能の定式化が出来ることを確認した。ここでは、単一システムの基本機能の定式化と事例研究を述べる。単一システムは一つの技術分野の慣性機能、弾性機能、減衰機能の組合せで構成される製品や技術である。そして、単一システムの事例研究として、スピーカーコーンシステムを取り上げ、基本機能が導出できることを確認する。

4.2　単一システムの基本機能の導出

本方法論では、製品や技術の機能は 3 つの機能要素である慣性機能と弾性機能と減衰機能で過不足なく構成されるとしている。そこで、単一システムの基本機能の定式化と事例研究を述べる。単一システムは一つの技術分野の慣性機能、弾性機能、減衰機能の組合せで構成される製品や技術である。

Step1：単一システムの機能モデルを設定する。

表 3.2.1 の機能要素の特性係数より、図 4.2.1 に示すように単一システムの機能モデルを設定する。表 3.2.1 の慣性機能M、減衰機能Λ、弾性機能Kを夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して単一システムを構成する。単一システムの入力に外力fを付与し、出力に座標x、速度$\dot{x}$を付与すると、図 4.2.1 のような単一システムの機能モデルとなる。回路論によれば、素子の接続方式が直列と並列で同等であることが判っているので、本論文では慣性機能、減衰機能、弾性機能の接続は直列接続で統一する。

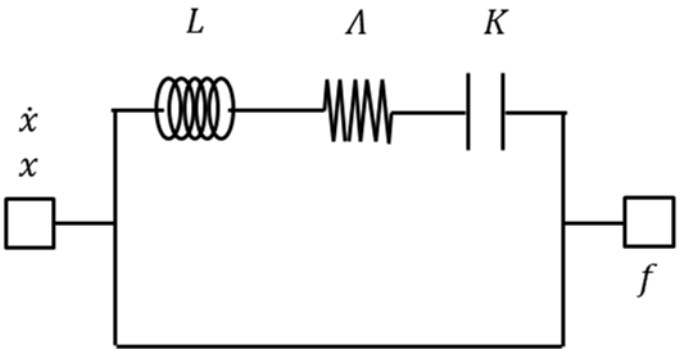

図 4.2.1　単一システムの機能モデル

Step2：単一システムのラグランシュ関数を設定する。

運動エネルギーは、慣性質量Mが速度$v = \dot{x}$であるので、

$$T = \frac{1}{2}Mv^2 \tag{4.2.1}$$

ポテンシャルエネルギーは、垂直方向の重力基準で変位が 0 であるので、

$$U = \frac{1}{2}Kx^2 \tag{4.2.2}$$

次に、散逸エネルギーは、

$$D = \frac{1}{2}\Lambda v^2 \tag{4.2.3}$$

となる。

外界からの外力fによるエネルギーは、

$$W = f \cdot x \tag{4.2.4}$$

ここで、xは変位とする。

これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}$は、

$$\mathcal{L} = (T - U) + D - W = \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}\Lambda v^2 - f \cdot x \tag{4.2.5}$$

となる。

Step3：変分原理により単一システムのラグランジュ方程式を導出する。

外界から外力fが印加されている場合の変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L}dt = \int_{t1}^{t2} \delta\left\{\frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}\Lambda v^2 - f \cdot x\right\}dt = 0 \tag{4.2.6}$$

ラグランジュ方程式は

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{2}Kx^2\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{2}\Lambda v^2\right) = f \tag{4.2.7}$$

となり、

$$Ma + Kx + \Lambda v = f \tag{4.2.8}$$

を得る。

Step4：単一システムの基本機能を導出する。

ここで、任意の状態を表す変数は直交展開できるので、状態を表す変数について、速度$v(t)$は$\dot{q}(t) = \dot{q}e^{iwt}$、外力は$f(t) = fe^{iwt}$と直交展開してラグランジュ方程式(4.2.8)に代入すると、

$$\left(iwM + \frac{1}{iw}K + \Lambda\right)\dot{q}(t) = f(t) \tag{4.2.9}$$

となり、(4.2.9)を変形すると、

$$\dot{q}(t) \equiv f(t)/\left(iwM + \frac{1}{iw}K + \Lambda\right) \tag{4.2.10}$$

ここで、

$$M \equiv f(t) \tag{4.2.11}$$

を入力信号、

$$y \equiv \dot{q}(t) \tag{4.2.12}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv 1/\left(iwM + \frac{1}{iw}K + \Lambda\right) \tag{4.2.13}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{4.2.14}$$

となり、単一システムの基本機能の理想関数の定式化が出来る。なお、本研究では、製品や技術の基本機能を機能方程式とも呼ぶこととする。

4.3　事例研究：スピーカーコーンシステムの基本機能の導出

単一システムの事例研究として、スピーカーコーンシステムの基本機能を導出する。スピーカーコーンシステムは、加振力により振動するスピーカーコーンを想定している。図 4.3.1 にスピーカーコーンシステムを図解する。

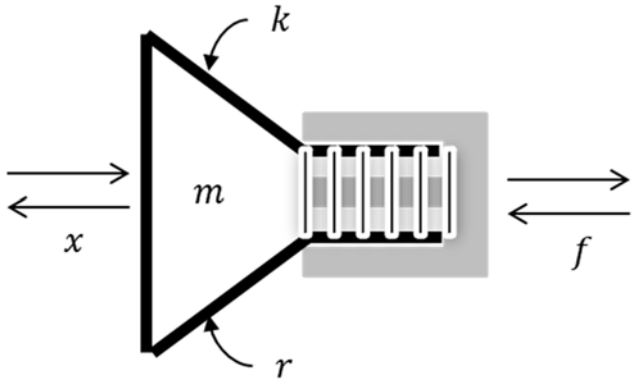

図 4.3.1　スピーカーコーンの概略図

ここで、mはスピーカーコーンの可動部分を構成するボイスコイルとスピーカーコーンとの等価質量であり、kはスピーカーコーンの可動部分を構成するコーンエッジの等

価バネ定数であり、rはスピーカーコーンの可動部分を構成するコーンの機械抵抗の等価粘性抵抗であり、fはスピーカーコーンの可動部分を構成するボイスコイルに加えられた加振力であり、xはスピーカーコーンを構成する振動板・コーンの座標、変位である。以上より、スピーカーコーンシステムの機械回路モデルは図 4.3.2 のようになる[34]。

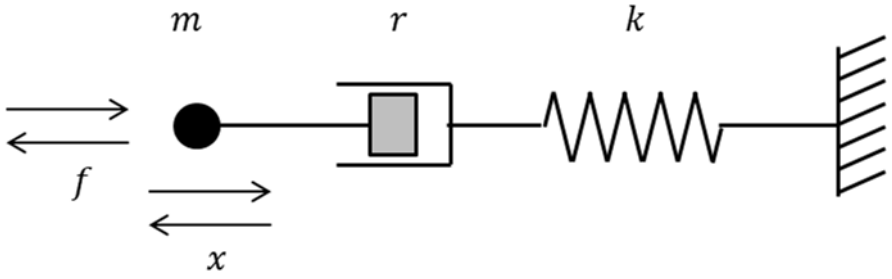

図 4.3.2　スピーカーコーンの機械回路モデル

Step1：スピーカーコーンシステムの機能モデルを設定する。

スピーカーコーンシステムは、図 4.3.2 から慣性機能と弾性機能と減衰機能で構成されるシステムとして、図 4.2.1 に準じて、図 4.3.3 に示すようにスピーカーコーンシステムの機能モデルを設定する。表 3.2.1 の等価質量m、等価粘性抵抗r、等価バネ定数kを夫々の機能記号に付与する。そして、等価質量m、等価粘性抵抗r、等価バネ定数kを接続して単一システムを構成する。単一システムの入力に加振力fを付与し、出力に振動板・コーンの座標、変位xを付与すると、図 4.3.3 のような単一システムの機能モデルとなる。

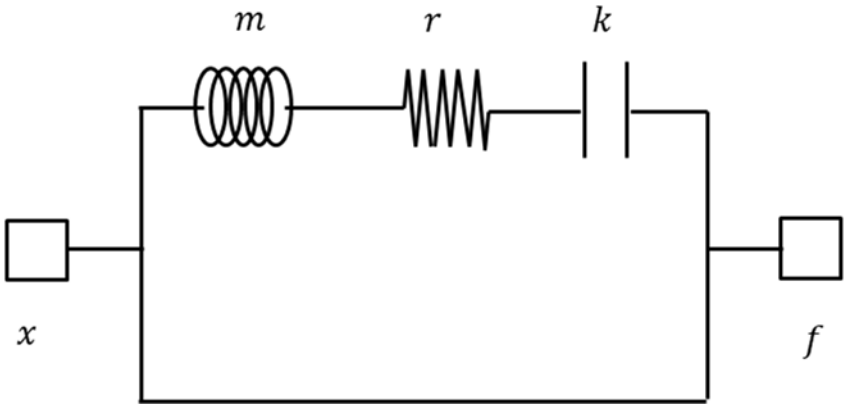

図 4.3.3　スピーカーコーンの機能モデル

Step2：スピーカーコーンシステムのラグランシュ関数を設定する。

スピーカーコーンシステムのエネルギーは、加振力fで外部から注入され、スピーカ

ーコーンの可動部分の等価質量mの運動エネルギーと、等価バネ定数kの弾性エネルギーとなり、等価粘性抵抗rの散逸エネルギーとして散逸する。
スピーカーコーンの等価質量mの運動エネルギーは、質量mが速度vであるので、

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \tag{4.3.1}$$

ポテンシャルエネルギーは垂直方向の重力基準で変位が 0 の為、等価バネ定数kの弾性エネルギーのみと考えられるので、

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \tag{4.3.2}$$

等価粘性抵抗rの散逸エネルギーは、

$$D = \frac{1}{2}rv^2 \tag{4.3.3}$$

となる。
スピーカーコーンシステムの加振力fによるエネルギーは

$$W = f \cdot x \tag{4.3.4}$$

これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}$は、

$$\mathcal{L} = (T - U) + D - W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}rv^2 - f \cdot x \tag{4.3.5}$$

となる。

Step3：変分原理によりスピーカーコーンシステムのラグランジュ方程式を導出する。
　外界からの加振力fが印加されている場合の変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L}dt = \int_{t1}^{t2} \delta\left\{\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}rv^2 - f \cdot x\right\}dt = 0 \tag{4.3.6}$$

ラグランジュ方程式は

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{2}kx^2\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{2}rv^2\right) = f \tag{4.3.7}$$

となり、

$$ma + kx + rv = f \tag{4.3.8}$$

で、1 次元振動子の運動方程式を導くことができる。

Step4：スピーカーコーンシステムの基本機能を導出する。
　ここで、任意の状態を表す変数は直交展開できるので、状態を表す変数について、変位は$x(t) = xe^{iwt}$、外力は$f(t) = fe^{iwt}$と直交展開してラグランジュ方程式(4.3.8)に代入すると、

$$(-w^2m + k + iwr)x(t) = f(t) \tag{4.3.9}$$

となり、変形すると、

$$x(t) = \frac{f(t)}{-w^2m + k + iwr} \tag{4.3.10}$$

1 次元振動子の運動方程式の加振力fを入力信号M、変位xを出力特性yとし、
ここで、

$$M \equiv f(t) \tag{4.3.11}$$

を入力信号、

$$y \equiv x(t) \tag{4.3.12}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv \frac{1}{-w^2m + k + iwr} \tag{4.3.13}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{4.3.14}$$

となりスピーカーコーンシステムの基本機能を得ることができる。
なお、出力特性を速度$v(t) = \dot{x}(t)$として、

$$\left(iwm + \frac{1}{iw}k + r\right)v(t) = f(t) \tag{4.3.15}$$

となり、変形すると、

$$v(t) \equiv f(t) \Big/ \left(iwm + \frac{1}{iw}k + r\right) \tag{4.3.16}$$

ここで、

$$M \equiv f(t) \tag{4.3.17}$$

を入力信号、

$$y \equiv v(t) \tag{4.3.18}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv 1 \Big/ \left(iwm + \frac{1}{iw}k + r\right) \tag{4.3.19}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{4.3.20}$$

とすることも出来る。

4.4　まとめ

単一システムの基本機能の定式化と事例研究を述べた。様々な製品や技術の機能は慣性機能と弾性機能と減衰機能の３つの機能要素の組み合わせで過不足なく表すことが

可能で、単一システムは一つの技術分野の慣性機能、弾性機能、減衰機能の組合せで構成される製品や技術である。そして、単一システムの事例研究として、スピーカーコーンシステムを取り上げ、基本機能が導出できることを確認した。

第 5 章　複合システムの基本機能の定式化

5.1　はじめに

現在の製品や技術は様々な分野の技術が組み合わされて製造されている。本方法論を現在の製品や技術に適用可能とするには、様々な分野の技術で組み合わされているシステムの基本機能の定式化が可能であることを示す必要がある。

そこで、複合システムの基本機能の定式化と事例研究と設計プロセスでの適用効果を述べる。複合システムは複数の技術分野の単一システムの組合せで構成される製品や技術である。ここでは、簡単に 3 つのサブシステムが直列に接続され、各サブシステムの技術分野が異なるシステムを想定している。複合システムの事例研究として、音響システム（スピーカーシステム）を取り上げ、基本機能が導出できることを確認する。更に、本方法論を設計プロセスへ適用する事例研究として、音響システム（スピーカーシステム）の設計プロセスを取り上げ、その適用効果を確認する。

5.2　複合システムの基本機能の導出

様々な分野の技術で構成された製品や技術である複合システムの基本機能を導出する。まず、3 つの異なる技術分野のサブシステムが直列に接続される複合システムについて基本機能を導出する。

Step1：3 つの異なる技術分野のサブシステムが直列に接続される複合システムの機能モデルを設定する。

表 3.2.1 の機能要素の特性係数と表 3.2.2 の状態変数より、図 5.2.1 に示すように複合システムの機能モデルを設定する。表 3.2.1 の慣性機能M、減衰機能Λ、弾性機能Kを夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して 1 つのサブシステムを構成する。更に、3 つのサブシステムを直列に接続する。各サブシステムの入力に外力f、φを付与し、出力に座標x、速度$\dot{x} = v$を付与する。ここで、fはシステム外部からの外力、または、当該のサブシステムの右側のサブシステムからの作用を表し、φは当該のサブシステムの左側のサブシステムからの作用を表す。添え字 1,2,3 はサブシステムを表す。以上より、図 5.2.1 のような複合システムの機能モデルとなる。

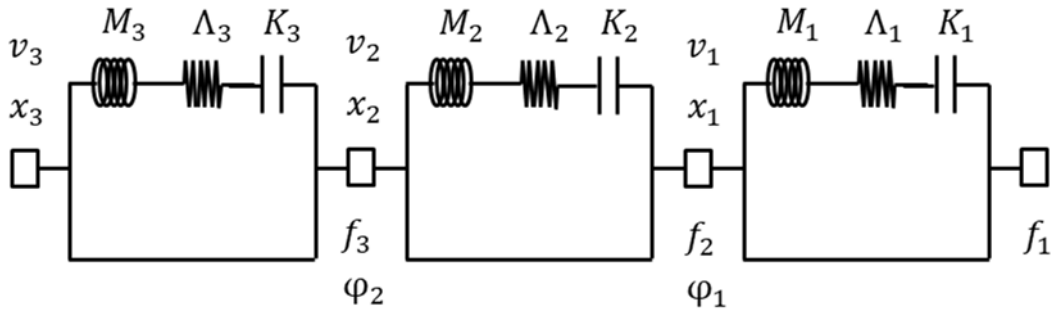

図 5.2.1　3 サブシステムの直列接続の複合システムの機能モデル

Step2：複合システムのラグランシュ関数を設定する。

複合システムを構成する各サブシステムの機能モデルを構成する慣性機能と弾性機能と減衰機能のエネルギー関数でラグランジュ関数を設定する。複合システムのエネルギーは、外力fで外部から注入され、各サブシステムにて、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーとなり、一部は散逸エネルギーとして散逸する。各サブシステム間は、夫々の相互作用f、φで接続されている。

サブシステム 1 の運動エネルギーは、

$$T_1 = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 \tag{5.2.1}$$

ポテンシャルエネルギーは

$$U_1 = \frac{1}{2} K_1 x_1^2 \tag{5.2.2}$$

散逸エネルギーは、

$$D_1 = \frac{1}{2} \Lambda_1 v_1^2 \tag{5.2.3}$$

となる。

外界からの外力f_1によるエネルギーは

$$W_1 = f_1 \cdot x_1 \tag{5.2.4}$$

サブシステム 2 からの相互作用力φ_1によるエネルギーは、

$$\omega_1 = \varphi_1 \cdot x_1 \tag{5.2.5}$$

これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}_1$を設定する。

$$\mathcal{L}_1 = (T_1 - U_1) + D_1 - (W_1 - \omega_1) = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 - \frac{1}{2} K_1 x_1^2 + \frac{1}{2} \Lambda_1 v_1^2 - (f_1 \cdot x_1 - \varphi_1 \cdot x_1) \tag{5.2.6}$$

同様に、サブシステム 2，3 のラグランジュ関数$\mathcal{L}_2$，$\mathcal{L}_3$は

$$\mathcal{L}_2 = (T_2 - U_2) + D_2 - (W_2 - \omega_2) = \frac{1}{2}M_2 v_2^2 - \frac{1}{2}K_2 x_2^2 + \frac{1}{2}\Lambda_2 v_2^2 - (f_2 \cdot x_2 - \varphi_2 \cdot x_2) \quad (5.2.7)$$

$$\mathcal{L}_3 = (T_3 - U_3) + D_3 - W_3 = \frac{1}{2}M_3 v_3^2 - \frac{1}{2}K_3 x_3^2 + \frac{1}{2}\Lambda_3 v_3^2 - f_3 \cdot x_3 \quad (5.2.8)$$

となり、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 \quad (5.2.9)$$

である。

Step3：変分原理により複合システムのラグランジュ方程式を導出する。

3 つのサブシステムで構成されている複合システムの変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L} dt = \int_{t1}^{t2} \delta\{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3\} dt = 0 \quad (5.2.10)$$

ラグランジュ方程式は

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v_1}\left(\frac{1}{2}M_1 v_1^2\right) - \frac{\partial}{\partial x_1}\left(-\frac{1}{2}K_1 x_1^2\right) + \frac{\partial}{\partial v_1}\left(\frac{1}{2}\Lambda_1 v_1^2\right) - (f_1 - \varphi_1) \\ &+\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v_2}\left(\frac{1}{2}M_2 v_2^2\right) - \frac{\partial}{\partial x_2}\left(-\frac{1}{2}K_2 x_2^2\right) + \frac{\partial}{\partial v_2}\left(\frac{1}{2}\Lambda_2 v_2^2\right) - (f_2 - \varphi_2) \\ &+\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v_3}\left(\frac{1}{2}M_3 v_3^2\right) - \frac{\partial}{\partial x_3}\left(-\frac{1}{2}K_3 x_3^2\right) + \frac{\partial}{\partial v_3}\left(\frac{1}{2}\Lambda_3 v_3^2\right) - f_3 = 0 \end{aligned} \quad (5.2.11)$$

となり、整理すると、

$$\begin{aligned} &M_1 v_1 + K_1 x_1 + \Lambda_1 v_1 - (f_1 - \varphi_1) \\ &+M_2 v_2 + K_2 x_2 + \Lambda_2 v_2 - (f_2 - \varphi_2) \\ &+M_3 v_3 + K_3 x_3 + \Lambda_3 v_3 - f_3 = 0 \end{aligned} \quad (5.2.12)$$

となる。

Step4：複合システムの基本機能を導出する。

ここで、任意の状態を表す変数は直交展開できるので、状態を表す変数について、速度は$v(t) = ve^{iwt}$、外力は$f(t) = fe^{iwt}$と直交展開してラグランジュ方程式(5.2.12)に代入すると、

$$\begin{aligned} &\left(iwM_1 + \frac{1}{iw}K_1 + \Lambda_1\right)v_1 + \left(iwM_2 + \frac{1}{iw}K_2 + \Lambda_2\right)v_2 + \left(iwM_3 + \frac{1}{iw}K_3 + \Lambda_3\right)v_3 \\ &\qquad - (f_1 - \varphi_1) - (f_2 - \varphi_2) - f_3 = 0 \end{aligned} \quad (5.2.13)$$

ここで、相互結合係数をαとし、2 種類の相互結合係数を考える。

1 つ目は、変位・速度から外力への結合で

$$f_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot v_i \quad (5.2.14)$$

$$\varphi_i = \alpha_{i+1,i} \cdot v_{i+1} \quad (5.2.15)$$

2 つ目は、変位・速度間、外力間の結合で、

$$v_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot v_i \quad , \quad f_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot f_i \tag{5.2.16}$$

$$\varphi_i = \alpha_{i+1,i} \cdot f_{i+1} \tag{5.2.17}$$

である。ここで、$i = 1,2$である。

議論を見やすくする為、状態変数：速度vの係数を

$$Z_1 \equiv iwM_1 + \frac{1}{iw}K_1 + \Lambda_1 \tag{5.2.18}$$

$$Z_2 \equiv iwM_2 + \frac{1}{iw}K_2 + \Lambda_2 \tag{5.2.19}$$

$$Z_3 \equiv iwM_3 + \frac{1}{iw}K_3 + \Lambda_3 \tag{5.2.20}$$

と設定する。ここで、添え字 1,2,3 はサブシステムを表す。

まず、1 つ目の変位・速度から外力への結合方式を議論する。図 5.2.1 の複合システムの機能モデルにて、1 つ目の相互結合(5.2.14) (5.2.15) と状態変数：速度vの係数(5.2.18) (5.2.19) (5.2.20)を導入することで、図 5.2.2 のように複合システムの機能モデルを書き直す。ここで、1 つ目の相互結合(5.2.14) (5.2.15)を黒実線→で表している。

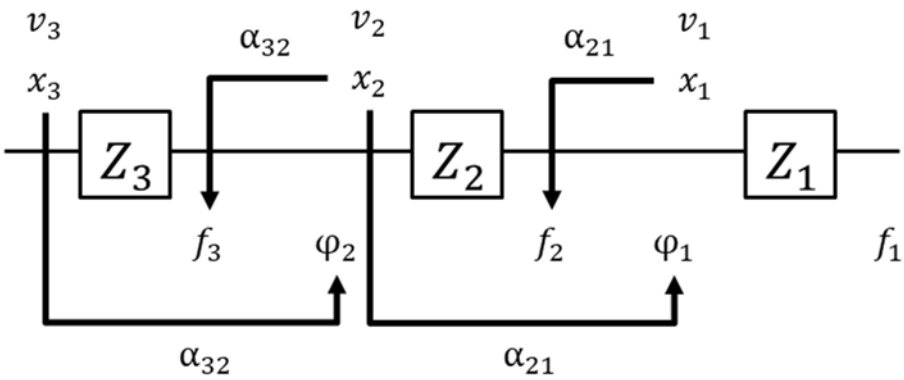

図 5.2.2　1 つ目の相互結合での複合システムの直列接続の概略図

Z, α, φを用いてラグランジュ方程式(5.2.13)を表すと、

$$\left\{ Z_3 \frac{1}{\alpha_{32}} Z_2 \frac{1}{\alpha_{21}} Z_1 + \alpha_{32} \frac{1}{\alpha_{21}} Z_1 + Z_3 \frac{1}{\alpha_{32}} \alpha_{21} \right\} v_3 - f_1 = 0 \tag{5.2.21}$$

となり、変形すると、

$$v_3 = \frac{1}{Z_3 \frac{1}{\alpha_{32}} Z_2 \frac{1}{\alpha_{21}} Z_1 + \alpha_{32} \frac{1}{\alpha_{21}} Z_1 + Z_3 \frac{1}{\alpha_{32}} \alpha_{21}} f_1 \tag{5.2.22}$$

ここで、

$$M \equiv f_1 \tag{5.2.23}$$

を入力信号、

$$y \equiv v_3 \tag{5.2.24}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv \frac{1}{\mathrm{Z}_3 \frac{1}{\alpha_{32}} \mathrm{Z}_2 \frac{1}{\alpha_{21}} \mathrm{Z}_1 + \alpha_{32} \frac{1}{\alpha_{21}} \mathrm{Z}_1 + \mathrm{Z}_3 \frac{1}{\alpha_{32}} \alpha_{21}} \tag{5.2.25}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{5.2.26}$$

となる。

次に、2 つ目の変位・速度間、外力間の結合方式を議論する。図 5.2.1 の複合システムの機能モデルにて、２つ目の相互結合(5.2.16) (5.2.17) と状態変数：速度vの係数(5.2.18) (5.2.19) (5.2.20)を導入することで、図 5.2.3 のように複合システムの基本機能を書き直す。ここで、２つ目の相互結合(5.2.16) (5.2.17)を黒実線→で表している。

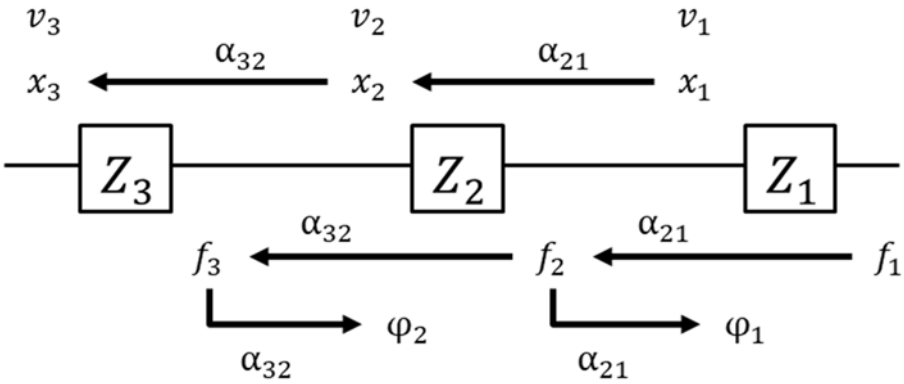

図 5.2.3　2 つ目の相互結合での複合システムの直列接続の概略図

Z, α, φを用いてラグランジュ方程式(5.2.13)を表すと、

$$\left\{\mathrm{Z}_3 \alpha_{32} \alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{32}} \mathrm{Z}_2 \alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{32} \alpha_{21}} \mathrm{Z}_1\right\} v_3 - f_1 = 0 \tag{5.2.27}$$

となり、変形すると、

$$v_3 = \frac{1}{\mathrm{Z}_3 \alpha_{32} \alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{32}} \mathrm{Z}_2 \alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{32} \alpha_{21}} \mathrm{Z}_1} f_1 \tag{5.2.28}$$

ここで、

$$M \equiv f_1 \tag{5.2.29}$$

を入力信号、

$$y \equiv v_3 \tag{5.2.30}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv \frac{1}{\mathrm{Z}_3\alpha_{32}\alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{32}}\mathrm{Z}_2\alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{32}\alpha_{21}}\mathrm{Z}_1} \tag{5.2.31}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{5.2.32}$$

となる。

次に、1 つ目の変位・速度から外力への結合方式と、2 つ目の変位・速度間、外力間の結合方式の組み合わせの場合を議論する。図 5.2.1 の複合システムの機能モデルにて、サブシステム 1 とサブシステム 2 との間での 1 つ目の相互結合(5.2.14) (5.2.15)と、サブシステム 2 とサブシステム 3 との間での 2 つ目の相互結合(5.2.16) (5.2.17)と、状態変数：速度vの係数(5.2.18) (5.2.19) (5.2.20)を導入することで、図 5.2.4 のように複合システムの機能モデルを書き直す。ここで、1 つ目の相互結合(5.2.14) (5.2.15)と 2 つ目の相互結合(5.2.16) (5.2.17)を黒実線→で表している。

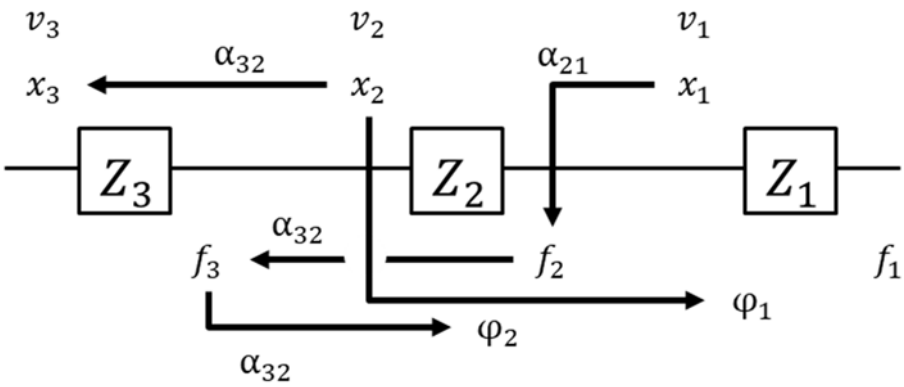

図 5.2.4　2 つの相互結合の組み合わせの複合システムの直列接続の概略図

Z_1とZ_2は、変位・速度から外力への結合で

$$f_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot v_i \tag{5.2.33}$$

$$\varphi_i = \alpha_{i+1,i} \cdot v_{i+1} \tag{5.2.34}$$

Z_2とZ_3は、変位・速度間、外力間の結合で、

$$v_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot v_i, f_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot f_i \tag{5.2.35}$$

$$\varphi_i = \alpha_{i+1,i} \cdot f_{i+1} \tag{5.2.36}$$

である。

議論を見やすくする為、状態変数：速度vの係数を

$$Z_1 \equiv iwM_1 + \frac{1}{iw}K_1 + \Lambda_1 \tag{5.2.37}$$

$$Z_2 \equiv iwM_2 + \frac{1}{iw}K_2 + \Lambda_2 \tag{5.2.38}$$

$$Z_3 \equiv iwM_3 + \frac{1}{iw}K_3 + \Lambda_3 \tag{5.2.39}$$

と設定する。ここで、添え字 1,2,3 はサブシステムを表す。
Z, α, φを用いてラグランジュ方程式(5.2.13)を表すと、

$$\left\{\frac{1}{\alpha_{32}}Z_2\frac{1}{\alpha_{21}}Z_1 + Z_3\alpha_{32}\frac{1}{\alpha_{21}}Z_1 + \frac{1}{\alpha_{32}}\alpha_{21}\right\}v_3 - f_1 = 0 \tag{5.2.40}$$

となり、変形すると、

$$v_3 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{32}}Z_2\frac{1}{\alpha_{21}}Z_1 + Z_3\alpha_{32}\frac{1}{\alpha_{21}}Z_1 + \frac{1}{\alpha_{32}}\alpha_{21}}f_1 \tag{5.2.41}$$

ここで、

$$M \equiv f_1 \tag{5.2.42}$$

を入力信号、

$$y \equiv v_3 \tag{5.2.43}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{32}}Z_2\frac{1}{\alpha_{21}}Z_1 + Z_3\alpha_{32}\frac{1}{\alpha_{21}}Z_1 + \frac{1}{\alpha_{32}}\alpha_{21}} \tag{5.2.44}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{5.2.45}$$

となる。

5.3　事例研究：音響システム（スピーカーシステム）の基本機能の導出

複合システムの事例研究として、音響システム（スピーカーシステム）の基本機能を導出する。音響システム（スピーカーシステム）は、電気系サブシステムで加振力を発生させ、加振力による機械系サブシステムのスピーカーコーンを振動させ、振動したスピーカーコーンで振動した空気を耳に伝達する音響系サブシステムを含むシステムを想定している。ここでは、集音部である外耳までの振動空気の伝達を議論し、増幅部である中耳、音受信と脳伝達信号への変換部の内耳は除外している。

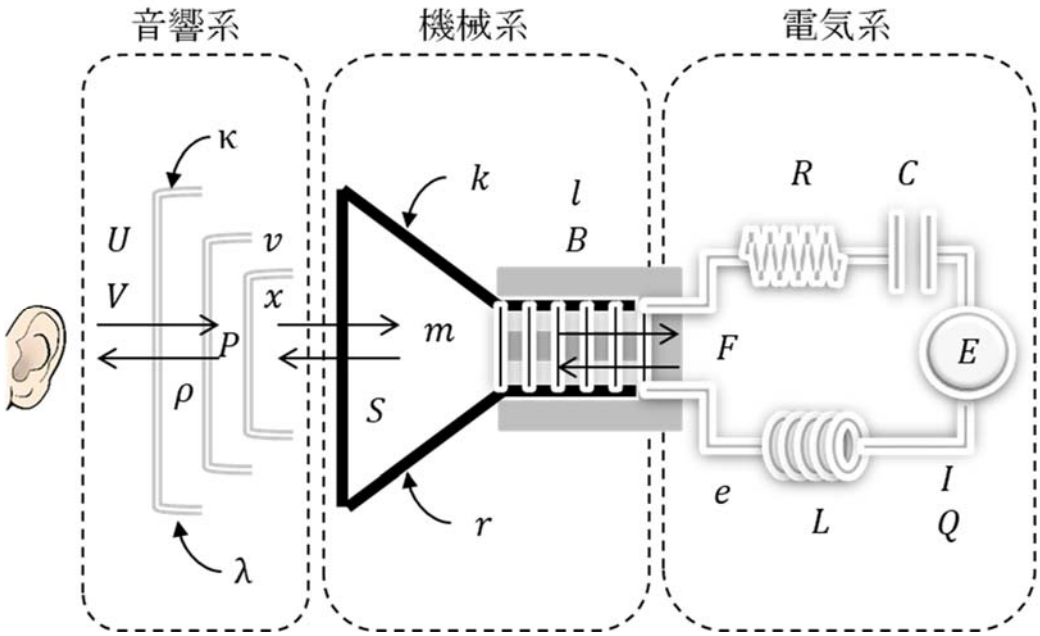

図 5.3.1　音響システム（スピーカーシステム）の概略図

ここで、音響系サブシステムにて、Uは振動空気の体積速度、Vは振動空気の移動体積、Pは振動空気の圧力、ρは振動空気の等価密度、κは振動空気の等価空気弾性、λは振動空気の等価空気抵抗であり、機械系サブシステムにて、vはスピーカーコーンの振動速度、xはスピーカーコーンの振動変位、Fはスピーカーコーンの加振力、mはスピーカーコーンの等価質量、kはスピーカーコーンの等価バネ定数、rはスピーカーコーンの等価機械抵抗であり、電気系サブシステムにて、Iは駆動電流、Qは電荷、Eは駆動回路の起電力、Lは駆動回路の等価コイル、Cは駆動回路の等価容量、Rは駆動回路の等価電気抵抗である。

Step1：音響システム（スピーカーシステム）全体の機能モデルを設定する。

表 3.2.1 の機能要素の特性係数と表 3.2.2 の状態変数の考え方を基に、表 5.3.1 のように、電気系サブシステムと機械系サブシステムと音響系サブシステムで構成される音響システム（スピーカーシステム）の特性係数と状態変数を整理する。

表 5.3.1 の電気系サブシステムの慣性機能L、減衰機能R、弾性機能$1/C$を夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して電気系サブシステムを構成する。機械系サブシステムの慣性機能m、減衰機能r、弾性機能kを夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して機械系サブシステ

ムを構成する。音響系サブシステムの慣性機能$1/\rho$、減衰機能λ、弾性機能$1/\kappa$を夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して音響系サブシステムを構成する。そして、３つのサブシステムを直列に接続する。各サブシステムの入力に外力f、φを付与し、出力に座標x、速度$\dot{x}$を付与する。ここで、fはシステム外部からの外力、または、当該のサブシステムの右側のサブシステムからの作用を表し、φは当該のサブシステムの左側のサブシステムからの作用を表す。添え字 1,2,3 はサブシステムを表す。以上より、図 5.3.2 に示すように音響システム（スピーカーシステム）の機能モデルを設定する。

表 5.3.1　特性係数と状態変数

機能要素	特性係数			一般化変数	状態変数		
	電気系	機械系	音響系		電気系	機械系	音響系
慣性機能	L	m	$1/\rho$	力	E	F	P
弾性機能	$1/C$	k	$1/\kappa$	座標	Q	x	V
減衰機能	R	r	λ	速度	I	v	U

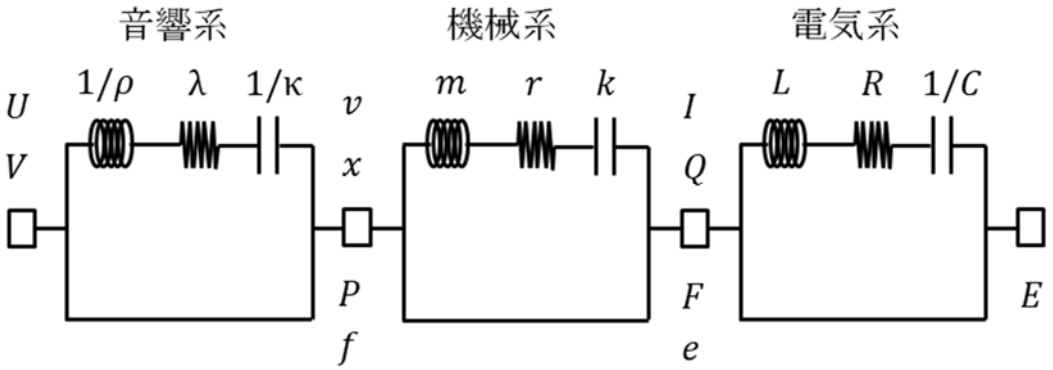

図 5.3.2　音響システム（スピーカーシステム）の機能モデル

ここで、電気系サブシステムと機械系サブシステムの相互結合係数はBLで電流Iと加振力Fとの相互結合となり、機械系サブシステムと音響系サブシステムの相互結合係数はSで、外力Fと圧力P、速度vと体積速度Uの相互結合である。

Step2：音響システム（スピーカーシステム）のラグランジュ関数を設定する。

音響システム（スピーカーシステム）を構成する電気系、機械系、音響系の 3 サブシステム毎で、サブシステムから見た時のサブシステムの外界とのエネルギー収支、サブシステム内での運動エネルギーとポテンシャルエネルギーと散逸エネルギーの総和と

して求める。表 5.3.1 の特性係数と状態変数を活用して、表 5.3.2 に示すように、3 つのサブシステム、すなわち、電気系、機械系、および音響系サブシステムのエネルギー関数と機能要素を設定する。

これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}_T$を設定する。

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_T &= \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_a \\
\mathcal{L}_e &= \left(\frac{1}{2}LI^2 - \frac{1}{2C}Q^2\right) + \frac{1}{2}RI^2 - (E-e)Q \\
\mathcal{L}_m &= \left(\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2\right) + \frac{1}{2}rv^2 - (F-f)x \\
\mathcal{L}_a &= \left(\frac{1}{2\rho}U^2 - \frac{1}{2\kappa}V^2\right) + \frac{1}{2}\lambda U^2 - PV
\end{aligned}
\tag{5.3.1}
$$

表 5.3.2　電気系、機械系、音響系の各サブシステムエネルギー関数

エネルギー	エネルギー関数							
	機能要素		特性係数					
			音響系		機械系		電気系	
運動 エネルギー	慣性 機能	$\frac{1}{2}M\dot{q}^2$	等価 空気 密度	$\frac{1}{2\rho}U^2$	等価 質量	$\frac{1}{2}mv^2$	等価 コイル	$\frac{1}{2}LI^2$
ポテンシャル エネルギー	弾性 機能	$\frac{1}{2}Kq^2$	等価 空気 弾性	$\frac{1}{2\kappa}V^2$	等価 バネ 定数	$\frac{1}{2}kx^2$	等価 容量	$\frac{1}{2C}Q^2$
散逸 エネルギー	減衰 機能	$\frac{1}{2}\Lambda\dot{q}^2$	等価 空気 抵抗	$\frac{1}{2}\lambda U^2$	等価 機械 抵抗	$\frac{1}{2}\ r\,v^2$	等価 電気 抵抗	$\frac{1}{2}RI^2$

Step3：変分原理により音響システム（スピーカーシステム）のラグランジュ方程式を導出する。

電気系、機械系および音響系の 3 つのサブシステムからなる音響システム（スピーカーシステム）の変分原理は、

$$
\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L}_T dt = \int_{t1}^{t2} \delta(\mathcal{L}_e + \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_a) dt = 0 \tag{5.3.2}
$$

駆動電圧Eが外部から印加され、音響システム（スピーカーシステム）の電気系、機械系、音響系サブシステム間の相互作用e、F、fが存在する音響システム（スピーカーシステム）のラグランジュ方程式を導出する。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T_e}{\partial I}-\frac{\partial(-U_e)}{\partial Q}+\frac{\partial D_e}{\partial I}-(E-e)+\frac{d}{dt}\frac{\partial T_m}{\partial v}-\frac{\partial(-U_m)}{\partial x}+\frac{\partial D_a}{\partial v}-(F-f)+\frac{d}{dt}\frac{\partial T_a}{\partial U}-\frac{\partial(-U_a)}{\partial V}+\frac{\partial D_a}{\partial U}-P=0 \quad (5.3.3)$$

整理すると、

$$\left(L\dot{I}+\frac{1}{C}Q+RI\right)+(m\dot{v}+kx+rv)+\left(\frac{1}{\rho}\dot{U}+\frac{1}{\kappa}V+\lambda U\right)=(E-e)+(F-f)+P \quad (5.3.4)$$

となる。

Step4：音響システム（スピーカーシステム）の基本機能を導出する。

駆動電圧Eを入力信号、体積速度Uを出力特性とする。 ここで、任意の状態を表す変数は直交展開できるので、状態を表す変数について、駆動電圧を$E(t)=\ Ee^{iwt}$、電流を$I(t)=\ Ie^{iwt}$、速度を$v(t)=\ ve^{iwt}$、圧力を$P(t)=\ Pe^{iwt}$、体積速度は$U(t)=\ Ue^{iwt}$と直交展開してラグランジュ方程式(5.3.4)に代入すると、

$$iwLI+\frac{1}{iwC}I+RI+iwmv+\frac{k}{iw}v+rv+\frac{iw}{\rho}U+\frac{1}{iw\kappa}U+\lambda U=(E-e)+(F-f)+P \quad (5.3.5)$$

状態変数I,v,e,F,fおよびPを、電気系、機械系および音響系サブシステム間の相互結合関係$e=Blv$、$F=BlI$および$f=SP$、$U=Sv$を用いて除去する。体積速度Uと駆動電圧Eとを結ぶ関係式は、

$$U(t)=\frac{BlS}{\left(iwL+\frac{1}{iwC}+R\right)\left(iwm+\frac{k}{iw}+r\right)+(Bl)^2+\left(iwL+\frac{1}{iwC}+R\right)\left(\frac{iw}{\rho}+\frac{1}{iw\kappa}+\lambda\right)S^2}E(t) \quad (5.3.6)$$

したがって、音響システム（スピーカーシステム）のための基本機能が導出される。

5.4　事例研究：音響システム（スピーカーシステム）での本方法論の設計プロセス適用と効果確認

音響システム（スピーカーシステム）の設計プロセスに適用することで、本方法論の有効性を実証することを述べる。

実際の製品は異なる複数の技術や部品で構成されている。従って、従来の設計プロセスは、技術毎、部品毎に担当を決めて設計・開発を進め、まず、担当者が技術毎、部品毎の個別の目標達成度と安定性を最適化し、適宜、担当者間で製品全体の目標達成度と安定性について最適化を進めている。

しかし、本方法論を活用することで、複数の技術や部品で構成されている製品全体をモデル化、定式化することが出来るので、本方法論の設計プロセスは、製品を構成する技術、部品の担当全員が、設計の上流段階から製品全体の目標達成度と安定性について最適化を進めることが出来る。

ここでは、効果的かつ実用的な最適化法の一つである品質工学のパラメータ設計を用いて、SN 比の最大条件である製品の最適な安定条件を計算することを議論する。

音響システム（スピーカーシステム）について本方法論の設計プロセスを議論する。本方法論を活用することで、複数の技術や部品で構成されている製品全体をモデル化、定式化することが出来るので、本方法論の設計プロセスは、製品を構成する技術、部品の担当全員が、上流段階から製品全体の目標達成度と安定性について最適化を進めることが出来る。そこで、品質工学のパラメータ設計を用いて、音響システム（スピーカーシステム）全体について SN 比の最大条件である製品の最適な安定条件を計算することを議論する。

製品設計の上流段階における音響システム（スピーカーシステム）全体の機能の最適化を模擬計算する為に、音響システム（スピーカーシステム）全体の基本機能を表す式(5.3.6)を用いて、音響システム（スピーカーシステム）の各出力特性の 2 乗を

$$|U(t)|^2 = |\beta|^2 |E(t)|^2 \tag{5.4.1}$$

とする。ここで、

$$\beta = \frac{BlS}{\left(iwL + \frac{1}{iwC} + R\right)\left(iwm + \frac{k}{iw} + r\right) + (Bl)^2 + \left(iwL + \frac{1}{iwC} + R\right)\left(\frac{iw}{\rho} + \frac{1}{iw\kappa} + \lambda\right)S^2} \tag{5.4.2}$$

そして、音響システム（スピーカーシステム）全体の出力特性の 2 乗(5.4.1)と(5.4.2)を使用して最適条件を計算する。ここで、音響システム（スピーカーシステム）全体は、12 の設計パラメータを有し、出力特性は体積速度$U(t)$である。そこで、最適な安定条件の計算、すなわち SN 比の最大条件について L27 直交表を用いて模擬計算する。パラメータ設計を利用することにより、音響システム（スピーカーシステム）全体の出力特性の 2 乗に対して最適な安定条件を得ることができる。その結果を図 5.4.1 に示す。図 5.4.1 の要因効果図により、音響システム（スピーカーシステム）全体の出力特性である体積速度の SN 比を最大にする設計パラメータの組み合わせを容易に確認することができる。ここで、設計パラメータρ、λ、S、B、l、L、C、Rは SN 比に対して有意であることが分かる。

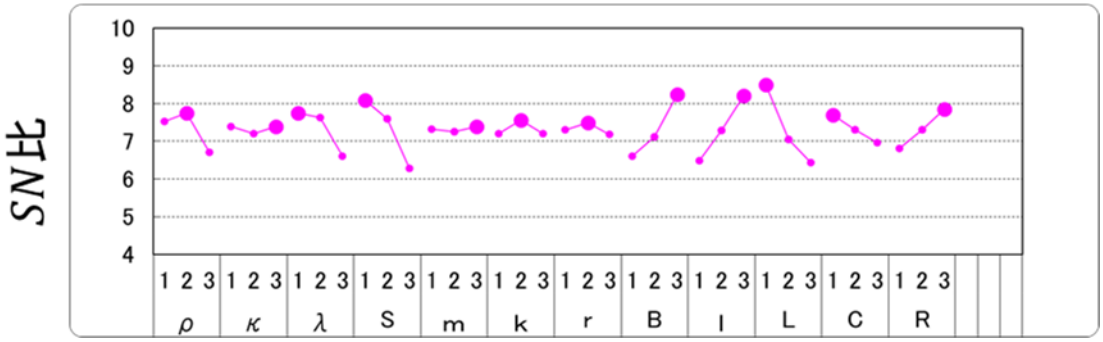

図 5.4.1　音響システム（スピーカーシステム）の要因効果図

ここで、図 5.4.1 において、●記号は、SN 比を最大にするための最適条件を表す。 設計パラメータ御因子の水準 1,2 および 3 は、それぞれ小、中および大と設定されている。

以上より、本方法論の設計プロセスを、音響システム（スピーカーシステム）全体の最適化に適用すると、製品を構成する技術、部品の担当全員が、上流段階から製品全体の目標達成度と安定性について最適化を進めることが出来ることが確認できた。

次に、音響システム（スピーカーシステム）全体について従来の設計プロセスを議論する。従来の設計プロセスは、技術毎、部品毎に担当を決めて、上流段階で設計解を考案し、中流段階や下流段階で技術毎、部品毎に個別の目標達成度と安定性を最適化し、適宜、担当者間で製品全体の目標達成度と安定性について最適化を進めている。そこで、品質工学のパラメータ設計を用いて、音響システム（スピーカーシステム）全体を構成する電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステムについて、個別に SN 比の最大条件である各サブシステムの最適な安定条件を計算することを議論する。

上流段階で設計解を考案し、製品設計の中流段階、または、下流段階における夫々のサブシステムの設計解の最適化を模擬計算する為に、音響システム（スピーカーシステム）全体を構成する電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステムの基本機能を用いて夫々のサブシステムの最適条件を別個に計算する。本来であれば、夫々のサブシステムについて、具体的な構造を表すより多くの設計パラメータについてパラメータ設計を用いて最適条件を計算すべきところであるが、今回は、夫々のサブシステムの基本機能について最適条件を計算することとする。電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステムの基本機能は次のとおりである。

$$I(t) = \frac{1}{iwL + \frac{1}{iwC} + R}\left(E(t) - e(t)\right) \tag{5.4.3}$$

$$v(t) = \frac{1}{iwm + \frac{k}{iw} + r}\left(F(t) - f(t)\right) \tag{5.4.4}$$

$$U(t) = \frac{1}{\frac{iw}{\rho} + \frac{1}{iw\kappa} + \lambda}P(t) \tag{5.4.5}$$

(5.4.3)、(5.4.4)、(5.4.5)を用いて、3 つのサブシステムのそれぞれの出力特性の 2 乗は、

$$|I(t)|^2 = \left|\frac{1}{iwL + \frac{1}{iwC} + R}\right|^2 \left(E(t) - e(t)\right)^2 \tag{5.4.6}$$

$$|v(t)|^2 = \left|\frac{1}{iwm + \frac{k}{iw} + r}\right|^2 \left(F(t) - f(t)\right)^2 \tag{5.4.7}$$

$$|U(t)|^2 = \left| \frac{1}{\frac{iw}{\rho} + \frac{1}{iw\kappa} + \lambda} \right|^2 P(t)^2 \tag{5.4.8}$$

電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステムの出力特性の 2 乗(5.4.6)、(5.4.7)、(5.4.8)を用いて、夫々のサブシステムの最適な安定条件を計算する。各サブシステムは、夫々に 3 つの設計パラメータを有するので、3 つのサブシステムは合計して 9 つの設計パラメータを有する。各サブシステムの出力特性は、電流$I(t)$、速度$v(t)$、体積速度$U(t)$である。これより、電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステムの夫々で合計 3 つの L9 直交表を用いて、電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステム夫々の SN 比が最大である 3 つの最適な安定条件を模擬計算する。パラメータ設計を利用することにより、電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステムの 2 乗について、夫々、サブシステム毎の部分最適な安定条件を得ることが出来る。その結果を図 5.4.2 に示す。図 5.4.2 の各サブシステム毎の要因効果図によれば、それぞれの出力特性である電流$I(t)$、速度$v(t)$、体積速度$U(t)$の SN 比を最大にする設計パラメータの組み合わせを容易に確認することができる。電気系サブシステムの SN 比に対して設計パラメータL、Rが有意であり、機械系サブシステムの SN 比に対してm、λが有意であることが分かった。

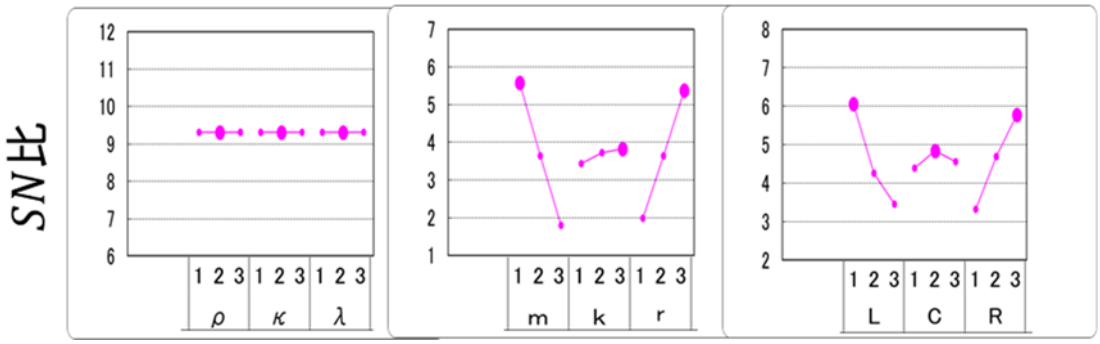

図 5.4.2　電気系、機械系、音響系の各サブシステム毎の要因効果図

図 5.4.2 において、●記号は、SN 比を最大にするための最適条件を表す。 設計パラメータ御因子の水準 1,2 および 3 は、それぞれ小、中および大と設定されている。

以上より、従来の設計プロセスを音響システム（スピーカーシステム）全体の最適化に適用すると、電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステム毎に担当を決めて上流段階で設計解を考案し、中流段階や下流段階で電気系サブシステム、機械系サブシステム、音響系サブシステム毎に個別の目標達成度と安定性を最適化するので、3 つのサブシステムの夫々の最適条件は、音響システム（スピーカーシステム）全体の最適条件と異なっている。表 5.4.1 は音響システム（スピーカーシステム）全体の最適な安定条件、表 5.4.2 は 3 つのサブシステム毎の最適な安定条件をまとめたもので

あり、本方法論で決定された音響システム（スピーカーシステム）の全体最適な安定条件は、従来の設計プロセスによって決定された 3 つのサブシステムの夫々の部分最適な安定条件と異なっている。従来の設計プロセスでは、全体最適な安定条件を得るためには、設計パラメータのさらなる調整が必要であるであることが確認できる。従って、本方法論を設計プロセスに適用することで、上流段階から製品全体の目標達成度と安定性について最適化を進めることが出来ることが確認できる。

表 5.4.1　音響システム（スピーカーシステム）の最適な安定条件

	音響システム（スピーカーシステム）											
設計 パラメータ	ρ	κ	λ	S	m	k	r	B	l	L	C	R
最適条件	2	－ (3)	1	1	－ (3)	－ (2)	－ (2)	3	3	1	1	3

表 5.4.2　3 つのサブシステム毎の最適な安定条件

	音響系 サブシステム			機械系 サブシステム			電気系 サブシステム		
設計 パラメータ	ρ	κ	λ	m	k	r	L	C	R
最適条件	－ (2)	－ (2)	－ (2)	1	－ (3)	3	1	－ (2)	3

表 5.4.1 および表 5.4.2 において、「 － 」は設計パラメータが有意でないことを示す。（）で囲まれた数字は、SN 比が最大となる設計パラメータの水準を示す。

また、本方法論では、音響システム（スピーカーシステム）全体の最適な安定条件を容易に算出することができる。つまり、L27 直交表を用いて音響システム（スピーカーシステム）の最大 SN 比条件を 1 回のみ計算して決定することが出来る。従来の設計プロセスでは、音響システム（スピーカーシステム）全体を構成する 3 つのサブシステムの夫々の最適な安定条件を計算する。つまり、L9 直交表を用いて各サブシステムの最大 SN 比条件を 3 回計算して決定する。従って、両方の手順は 27 回の計算を必要とする。ここで、音響システム（スピーカーシステム）全体の計算にはサブシステムの相互作用が含まれているため、最大 SN 比条件は音響システム（スピーカーシステム）の全体最適な安定条件である。一方、3 つのサブシステムの計算にはサブシステムの相互作用が含まれていないため、各サブシステムの最大 SN 比条件はサブシステム毎の部分的な最適な安定条件に過ぎない。従って、音響システム（スピーカーシステム）全体の最

適な安定条件を決定するために、3 つのサブシステム間の相互作用の影響を計算する必要がある。その結果、実験やシミュレーションの工数が増加してしまう。

従って、本方法論によれば、製品全体の最適な安定条件を、より少ない実験やシミュレーションの工数で容易に決定することができることも確認できる。

5.5　まとめ

通常の製品や技術は、様々な分野の技術が組み合わされている。そこで、本方法論で、様々な分野の技術で構成された製品や技術である複合システムの基本機能を導出することを述べた。まず、様々な技術分野が直列に接続された複合システムの基本機能を導出した。その後、事例研究として、音響システム（スピーカーシステム）の基本機能が導出できることと述べた。更に、本方法論を音響システム（スピーカーシステム）の設計プロセスに適用することによる効果を示し本方法論の有効性を述べた。

第 6 章　階層システムの基本機能の定式化

6.1　はじめに

現在の製品や技術は様々な分野の技術が組み合わされて製造されていると同時に、規模も大きくなり、機能が階層構造を有している。本方法論を現在の製品や技術に適用可能とするには、様々な分野の技術で組み合わされていると同時に、機能が階層構造を有しているシステムの基本機能の定式化が可能であることを示す必要がある。

そこで、階層構造を持つ製品や技術を想定した階層システムの基本機能の定式化と事例研究を述べる。階層システムは、複数の機能の階層構造で構成されるシステムである。ここでは、簡単に 1 つのシステムが、2 つのサブシステムと階層構造を構成するシステムを想定している。研究事例としてスピーカーコーンの機械系サブシステムと加振力を発生させる電気系サブシステムの 2 つのサブシステムを下位構造に有するスピーカーコーンシステムについて基本機能が導出できることを述べる。そして、このような階層システムの基本機能を設計プロセスに適用する時の有効性を議論する。

6.2　階層システムの基本機能の導出

階層構造を持つ製品や技術を想定した階層システムの基本機能を導出する。ここでは、簡単に 1 つのシステムが 2 つのサブシステムに分解でき、これら 2 つのサブシステムが直列に接続される階層システムと、これら 2 つのサブシステムが並列に接続される階層システムについて基本機能を導出する。

まず、1 つのシステムが 2 つのサブシステムに分解でき、これら 2 つのサブシステムが直列に接続される階層システムの基本機能を導出する。

Step1：1 つのシステムの下位構造としての 2 つのサブシステムが直列に接続される階層システムの機能モデルを設定する。

表 3.2.1 の機能要素の特性係数と表 3.2.2 の状態変数の考え方を基に、表 3.2.1 の慣性機能M、減衰機能Λ、弾性機能Kを夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して 1 つのサブシステムを構成する。更に、2 つのサブシステムを直列に接続する。各サブシステムの入力に外力f、φを付与し、出力に座標x、速度$\dot{x} = v$を付与する。ここで、fはシステム外部からの外力、または、当該のサブシステムの右側のサブシステムからの作用を表し、φは当該のサブシステムの左側のサブシステムからの作用を表す。添え字 1,2 はサブシステムを表し、添え字 3 はサブシステム 1,2 を下位構造に有するシステムを表す。以上より、図 6.2.1 に示すように階層システムの

機能モデルを設定する。

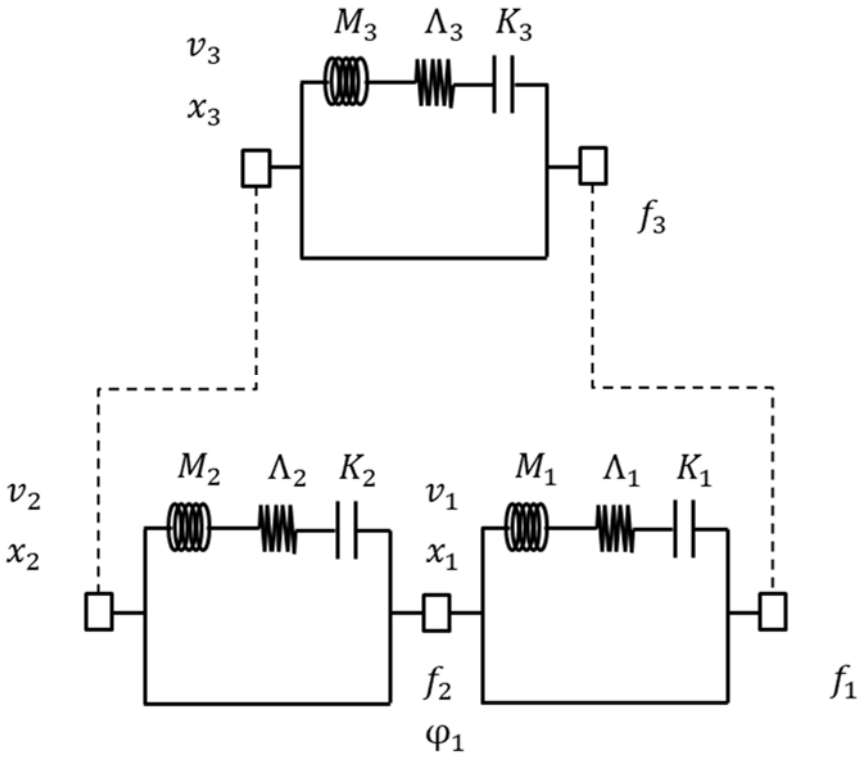

図 6.2.1　2 つのサブシステムが直列で接続される階層システムの機能モデル

Step2:階層システムの下位構造の 2 つのサブシステムのラグランシュ関数を設定する。

階層システムの下位構造である 2 つのサブシステムの機能モデルを構成する慣性機能と弾性機能と減衰機能のエネルギー関数でラグランジュ関数を設定する。階層システムのエネルギーは、外力fで外部から注入され、各サブシステムにて、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーとなり、一部は散逸エネルギーとして散逸する。各サブシステム間は、夫々の相互作用f、φで接続されている。

サブシステム 1 の運動エネルギーは、

$$T_1 = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 \tag{6.2.1}$$

ポテンシャルエネルギーは

$$U_1 = \frac{1}{2} K_1 x_1^2 \tag{6.2.2}$$

散逸エネルギーは、

$$D_1 = \frac{1}{2} \Lambda_1 v_1^2 \tag{6.2.3}$$

となる。

外界からの外力f_1によるエネルギーは

$$W_1 = f_1 \cdot x_1 \tag{6.2.4}$$

サブシステム 2 からの相互作用力φ_1によるエネルギーは、

$$\omega_1 = \varphi_1 \cdot x_1 \tag{6.2.5}$$

これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}_1$を設定する。

$$\mathcal{L}_1 = (T_1 - U_1) + D_1 - (W_1 - \omega_1) = \frac{1}{2}M_1 v_1^2 - \frac{1}{2}K_1 x_1^2 + \frac{1}{2}\Lambda_1 v_1^2 - (f_1 \cdot x_1 - \varphi_1 \cdot x_1) \tag{6.2.6}$$

同様に、サブシステム 2 のラグランジュ関数$\mathcal{L}_2$は

$$\mathcal{L}_2 = (T_2 - U_2) + D_2 - (W_2 - \omega_2) = \frac{1}{2}M_2 v_2^2 - \frac{1}{2}K_2 x_2^2 + \frac{1}{2}\Lambda_2 v_2^2 - (f_2 \cdot x_2 - \varphi_2 \cdot x_2) \tag{6.2.7}$$

となり、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 \tag{6.2.8}$$

である。

Step3：変分原理により階層システムの下位構造の 2 つのサブシステムのラグランジュ方程式を導出する。

下位構造の 2 つのサブシステムの変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L} dt = \int_{t1}^{t2} \delta\{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2\} dt = 0 \tag{6.2.9}$$

ラグランジュ方程式は

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v_1}\left(\frac{1}{2}M_1 v_1^2\right) - \frac{\partial}{\partial x_1}\left(-\frac{1}{2}K_1 x_1^2\right) + \frac{\partial}{\partial v_1}\left(\frac{1}{2}\Lambda_1 v_1^2\right) - (f_1 - \varphi_1) \\ &\quad + \frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v_2}\left(\frac{1}{2}M_2 v_2^2\right) - \frac{\partial}{\partial x_2}\left(-\frac{1}{2}K_2 x_2^2\right) + \frac{\partial}{\partial v_2}\left(\frac{1}{2}\Lambda_2 v_2^2\right) - f_2 = 0 \end{aligned} \tag{6.2.10}$$

となり、整理すると、

$$M_1 v_1 + K_1 x_1 + \Lambda_1 v_1 - (f_1 - \varphi_1) + M_2 v_2 + K_2 x_2 + \Lambda_2 v_2 - f_2 = 0 \tag{6.2.11}$$

となる。

Step4：階層システムの基本機能を導出する。

ここで、任意の状態を表す変数は直交展開できるので、状態を表す変数について、速度は$v(t) = ve^{iwt}$、外力は$f(t) = fe^{iwt}$と直交展開してラグランジュ方程式(6.2.11)に代入すると、

$$\left(iwM_1 + \frac{1}{iw}K_1 + \Lambda_1\right)v_1 + \left(iwM_2 + \frac{1}{iw}K_2 + \Lambda_2\right)v_2 - (f_1 - \varphi_1) - f_2 = 0 \tag{6.2.12}$$

ここで、相互結合係数をαとし、2 つの相互結合係数を考える。
1 つ目は、変位・速度から外力への結合で

$$f_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot v_i \tag{6.2.13}$$

$$\varphi_i = \alpha_{i+1,i} \cdot v_{i+1} \tag{6.2.14}$$

2 つ目は、変位・速度間、外力間の結合で、

$$v_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot v_i \quad , \quad f_{i+1} = \alpha_{i+1,i} \cdot f_i \tag{6.2.15}$$

$$\varphi_i = \alpha_{i+1,i} \cdot f_{i+1} \tag{6.2.16}$$

である。ここで、$i = 1$である。
議論を見やすくする為、状態変数：速度vの係数を

$$Z_1 \equiv iwM_1 + \frac{1}{iw}K_1 + \Lambda_1 \tag{6.2.17}$$

$$Z_2 \equiv iwM_2 + \frac{1}{iw}K_2 + \Lambda_2 \tag{6.2.18}$$

と設定する。ここで、添え字 1,2 はサブシステムを表す。
　まず、1 つ目の変位・速度から外力への結合方式を議論する。図 6.2.1 の階層システムの機能モデルにて、1 つ目の相互結合(6.2.13) (6.2.14) と状態変数：速度vの係数(6.2.17) (6.2.18)を導入することで、図 6.2.2 のように階層システムの機能モデルを書き直す。ここで、1 つ目の相互結合(6.2.13) (6.2.14)を黒実線→で表している。

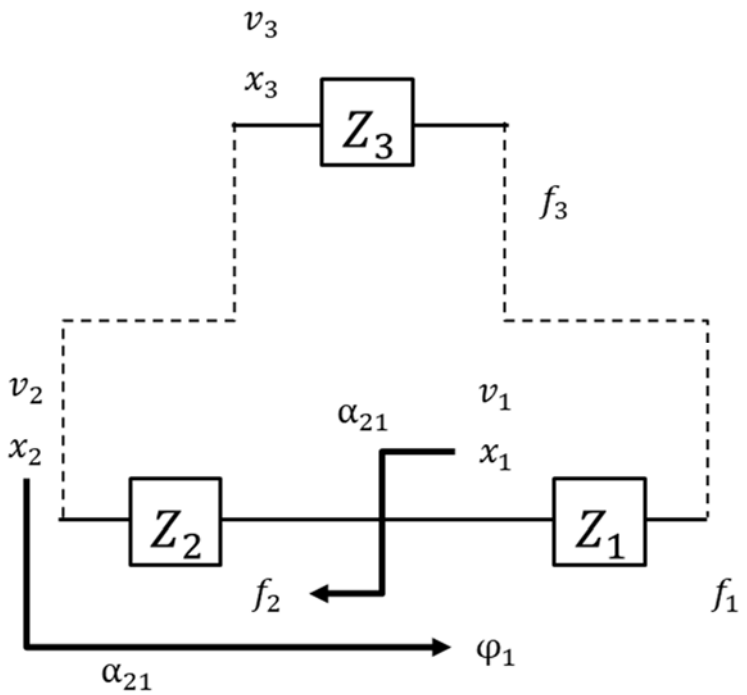

図 6.2.2　下位構造の 2 つのサブシステムが直列接続している階層システム

Z, α, φを用いてラグランジュ方程式(6.2.12)を表すと、

$$\left\{\mathrm{Z}_2 \frac{1}{\alpha_{21}} \mathrm{Z}_1 + \alpha_{21}\right\} v_2 - f_1 = 0 \tag{6.2.19}$$

となり、変形すると、

$$v_2 = \frac{1}{\mathrm{Z}_2 \frac{1}{\alpha_{21}} \mathrm{Z}_1 + \alpha_{21}} f_1 \tag{6.2.20}$$

ここで、

$$Z_3 \equiv \mathrm{Z}_2 \frac{1}{\alpha_{21}} \mathrm{Z}_1 + \alpha_{21} \tag{6.2.21}$$

また、

$$M \equiv f_3 = f_1 \tag{6.2.22}$$

を入力信号、

$$y \equiv v_3 = v_2 \tag{6.2.23}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv \frac{1}{Z_3} \tag{6.2.24}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{6.2.25}$$

となり、βが下位構造のサブシステム 1 とサブシステム 2 で構成されたシステム 3 の基本機能として構成出来る。

次に、2 つ目の変位・速度間、外力間の結合方式を議論する。図 6.2.1 の階層システムの機能モデルにて、２つ目の相互結合(6.2.15) (6.2.16) と状態変数：速度vの係数(6.2.17) (6.2.18)を導入することで、図 6.2.3 のように階層システムの機能モデルを書き直す。ここで、２つ目の相互結合(6.2.15) (6.2.16)を黒実線→で表している。

Z, α, φを用いてラグランジュ方程式(6.2.12)を表すと、

$$\left\{Z_2 \alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{21}} Z_1\right\} v_2 - f_1 = 0 \tag{6.2.26}$$

となり、

$$v = \frac{1}{\mathrm{Z}_2 \alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{21}} \mathrm{Z}_1} f \tag{6.2.27}$$

ここで、

$$Z_3 \equiv \mathrm{Z}_2 \alpha_{21} + \frac{1}{\alpha_{21}} \mathrm{Z}_1 \tag{6.2.28}$$

また、

$$M \equiv f_3 = f_1 \tag{6.2.29}$$

を入力信号、

$$y \equiv v_3 = v_2 \tag{6.2.30}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv \frac{1}{Z_3} \tag{6.2.31}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{6.2.32}$$

となり、βが下位構造のサブシステム 1 とサブシステム 2 で構成されたシステム 3 の基本機能として構成出来る。

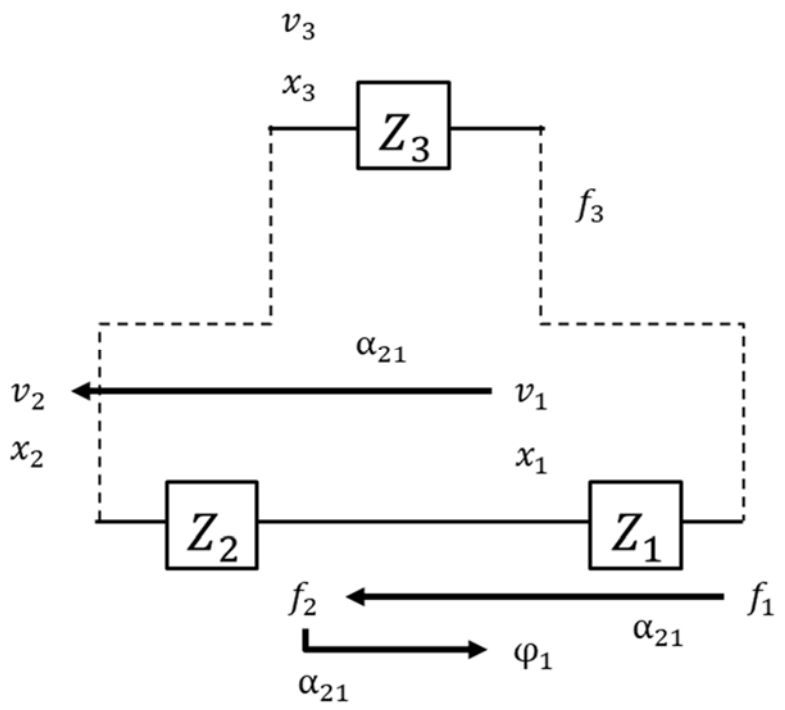

図 6.2.3　下位構造の 2 つのサブシステムが直列接続する階層システム

次に、１つのシステムが 2 つのサブシステムに分解でき、これら 2 つのサブシステムが並列に接続される階層システムの基本機能を導出する。

Step1：１つのシステムの下位構造としての 2 つのサブシステムが並列に接続される階層システムの機能モデルを設定する。

表 3.2.1 の機能要素の特性係数と表 3.2.2 の状態変数の考え方を基に、表 3.2.1 の慣

性機能M、減衰機能Λ、弾性機能Kを夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して 1 つのサブシステムを構成する。更に、2 つのサブシステムを並列に接続する。各サブシステムの入力に外力fを付与し、出力に座標x、速度$\dot{x} = v$を付与する。ここで、fはシステム外部からの外力、または、当該のサブシステムの右側のサブシステムからの作用を表す。添え字 1,2 はサブシステムを表し、添え字 3 はサブシステム 1,2 を下位構造に有するシステムを表す。以上より、図 6.2.4 に示すように階層システムの機能モデルを設定する。

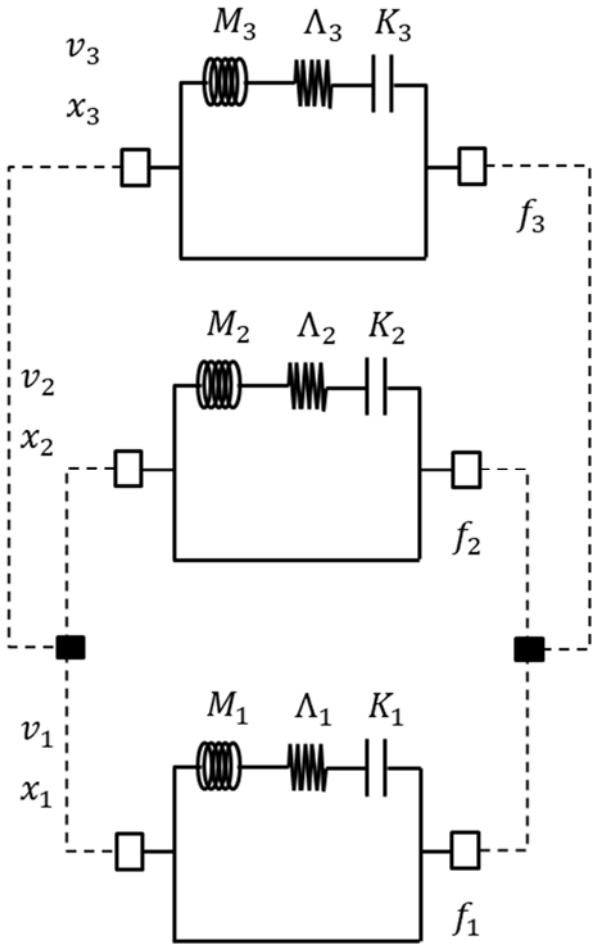

図 6.2.4　下位構造の 2 つのサブシステムが並列接続する階層システムの機能モデル

Step2:階層システムの下位構造の 2 つのサブシステムのラグランシュ関数を設定する。

階層システムの下位構造である 2 つのサブシステムの機能モデルを構成する慣性機能と弾性機能と減衰機能のエネルギー関数でラグランジュ関数を設定する。階層システムのエネルギーは、外力fで外部から注入され、各サブシステムにて、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーとなり、一部は散逸エネルギーとして散逸する。

サブシステム 1 の運動エネルギーは、

$$T_1 = \frac{1}{2}M_1 v_1^2 \tag{6.2.33}$$

ポテンシャルエネルギーは

$$U_1 = \frac{1}{2}K_1 x_1^2 \tag{6.2.34}$$

散逸エネルギーは、

$$D_1 = \frac{1}{2}\Lambda_1 v_1^2 \tag{6.2.35}$$

となる。
外界からの外力f_1によるエネルギーは

$$W_1 = f_1 \cdot x_1 \tag{6.2.36}$$

これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}_1$を設定する。

$$\mathcal{L}_1 = (T_1 - U_1) + D_1 - W_1 = \frac{1}{2}M_1 v_1^2 - \frac{1}{2}K_1 x_1^2 + \frac{1}{2}\Lambda_1 v_1^2 - f_1 \cdot x_1 \tag{6.2.37}$$

同様に、サブシステム 2 のラグランジュ関数$\mathcal{L}_2$は

$$\mathcal{L}_2 = (T_2 - U_2) + D_2 - W_2 = \frac{1}{2}M_2 v_2^2 - \frac{1}{2}K_2 x_2^2 + \frac{1}{2}\Lambda_2 v_2^2 - f_2 \cdot x_2 \tag{6.2.38}$$

となり、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 \tag{6.2.39}$$

である。

Step3：変分原理により階層システムの下位構造の 2 つのサブシステムのラグランジュ方程式を導出する。

下位構造の 2 つのサブシステムの変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L} dt = \int_{t1}^{t2} \delta\{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2\} dt = 0 \tag{6.2.40}$$

ラグランジュ方程式は

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v_1}\left(\frac{1}{2}M_1 v_1^2\right) - \frac{\partial}{\partial x_1}\left(-\frac{1}{2}K_1 x_1^2\right) + \frac{\partial}{\partial v_1}\left(\frac{1}{2}\Lambda_1 v_1^2\right) - f_1 \\ &+ \frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v_2}\left(\frac{1}{2}M_2 v_2^2\right) - \frac{\partial}{\partial x_2}\left(-\frac{1}{2}K_2 x_2^2\right) + \frac{\partial}{\partial v_2}\left(\frac{1}{2}\Lambda_2 v_2^2\right) - f_2 = 0 \end{aligned} \tag{6.2.41}$$

となり、整理すると、

$$M_1 v_1 + K_1 x_1 + \Lambda_1 v_1 - f_1 + M_2 v_2 + K_2 x_2 + \Lambda_2 v_2 - f_2 = 0 \tag{6.2.42}$$

となる。

Step4：階層システムの基本機能を導出する。

ここで、任意の状態を表す変数は直交展開できるので、状態を表す変数について、座標・変位$x(t) = xe^{iwt}$、速度$v(t) = ve^{iwt}$、外力$f(t) = fe^{iwt}$を直交展開してラグランジュ方程式(6.2.42)に代入すると、

$$\left(iwM_1 + \frac{1}{iw}K_1 + \Lambda_1\right)v_1 + \left(iwM_2 + \frac{1}{iw}K_2 + \Lambda_2\right)v_2 - f_1 - f_2 = 0 \tag{6.2.43}$$

議論を見やすくする為、状態変数：速度vの係数を

$$Z_1 \equiv iwM_1 + \frac{1}{iw}K_1 + \Lambda_1 \tag{6.2.44}$$

$$Z_2 \equiv iwM_2 + \frac{1}{iw}K_2 + \Lambda_2 \tag{6.2.45}$$

と設定する。ここで、添え字 1,2 はサブシステムを表す。

図 6.2.4 の階層システムの機能モデルにて、状態変数：速度vの係数(6.2.44) (6.2.45)を導入することで、図 6.2.5 のように階層システムの機能モデルを書き直す。

Z, α, φを用いてラグランジュ方程式(6.2.43)を表すと、

$$\mathrm{Z}_2 v_2 + \mathrm{Z}_1 v_1 - f_1 - f_2 = 0 \tag{6.2.46}$$

となり、ここで、出力特性が　$v_2 = v_1 = v_3$　、入力特性が　$f_3 = f_1 + f_2$　という関係性があること、つまり、並列接続をしていることを考慮して変形すると、

$$v_3 = \frac{1}{\mathrm{Z}_2 + \mathrm{Z}_1} f_3 \tag{6.2.47}$$

ここで、

$$Z_3 \equiv \mathrm{Z}_2 + \mathrm{Z}_1 \tag{6.2.48}$$

また、

$$M \equiv f_3 \tag{6.2.49}$$

を入力信号、

$$y \equiv v_3 \tag{6.2.50}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv \frac{1}{Z_3} \tag{6.2.55}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{6.2.51}$$

となり、上位システム３のβが下位のサブシステム 2 とサブシステム 1 のエネルギーに関する項の総和$\mathrm{Z}_2 + \mathrm{Z}_1$として表すことが出来る。また、上位システム 3 の入出力f_3, v_3とβのみ基本機能を表すことが出来るので、下位サブシステムが不明な場合は、βを任意として製品や技術の機能の議論を進めることが出来る。なお、ここで、並列するサブシステムの相互作用は無いと考えている。

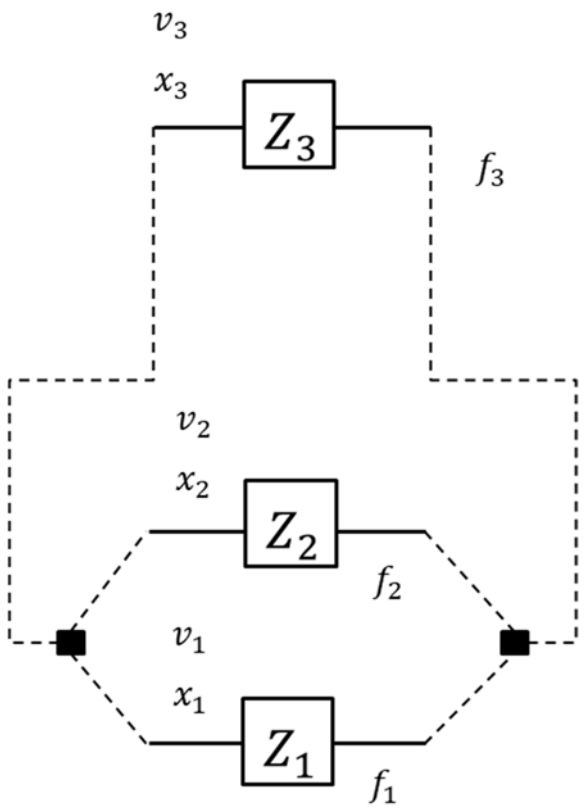

図 6.2.5　下位構造の 2 つのサブシステムが並列接続している階層システム

6.3　事例研究：スピーカーコーンシステムの基本機能の導出

階層システムの事例研究としてスピーカーコーンシステムの基本機能を導出する。階層構造を有するスピーカーコーンシステムとは、電気系サブシステムで加振力を発生させ、加振力による機械系サブシステムのスピーカーコーンを振動させるスピーカーコーンシステムを想定し、スピーカーコーンシステムが電気系サブシステムと機械系サブシステムで構成される階層構造を有するシステムを想定している。

ここで、機械系サブシステムにて、vはスピーカーコーンの振動速度、xはスピーカーコーンの振動変位、Fはスピーカーコーンの加振力、mはスピーカーコーンの等価質量、kはスピーカーコーンの等価バネ定数、rはスピーカーコーンの等価機械抵抗であり。電気系サブシステムにて、Iは駆動電流、Qは電荷、Eは駆動回路の起電力、Lは駆動回路の等価コイル、Cは駆動回路の等価容量、Rは駆動回路の等価電気抵抗である。

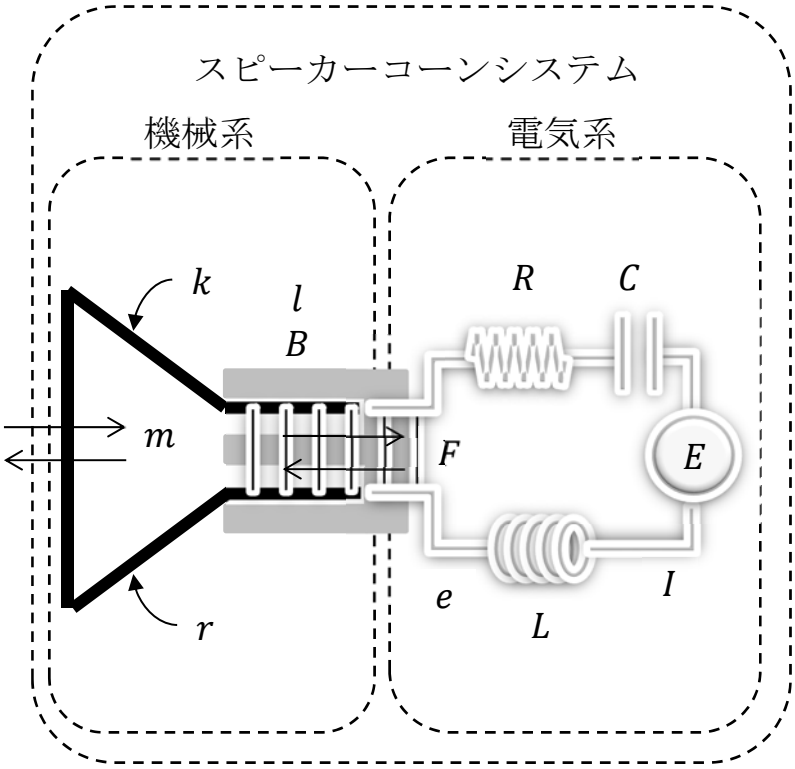

図 6.3.1　スピーカーコーンシステムの階層構造図

Step1：スピーカーコーンシステムの機能モデルを設定する。

表 3.2.1 の機能要素の特性係数と表 3.2.2 の状態変数の考え方を基に、表 5.3.1 のように、電気系サブシステムと機械系サブシステムで構成されるスピーカーコーンシステムの特性係数と状態変数を整理する。

表 5.3.1 の電気系サブシステムの慣性機能L、減衰機能R、弾性機能$1/C$を夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して電気系サブシステムを構成する。機械系サブシステムの慣性機能m、減衰機能r、弾性機能kを夫々の機能記号に付与する。そして、慣性機能、減衰機能、弾性機能を接続して機械系サブシステムを構成する。そして、2 つのサブシステムを直列に接続する。電気系サブシステムの入力に駆動電圧E、機械系サブシステムの入力に加振力F、機械系サブシステムから電気系サブシステムへの作用eを付与し、機械系サブシステムの出力に座標x、速度$\dot{x} = v$、電気系サブシステムの出力に電荷Q、電流Iを付与する。機械系サブシステムと電気系サブシステムを下位構造に有するシステムの入力に外力f_3を付与し、出力に座標x_3、速度$\dot{x_3} = v_3$を付与する。以上より、図 6.3.2 に示すようにスピーカーコーンシステムの機能モデルを設定する。

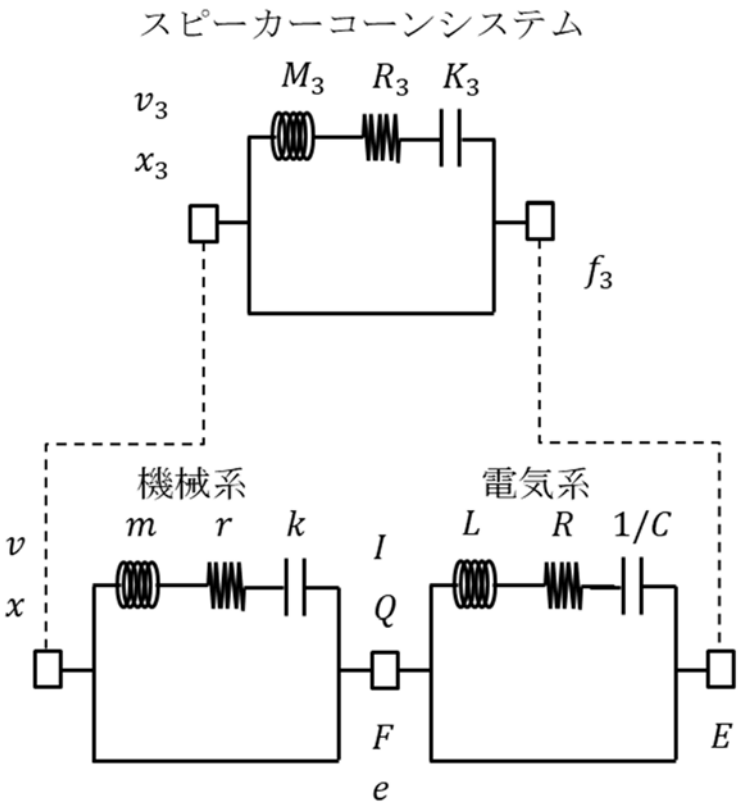

図 6.3.2　スピーカーコーンシステムの機能モデル

Step2：スピーカーコーンシステムの下位構造の電気系と機械系の 2 つのサブシステムのラグランシュ関数を設定する。

電気系と機械系の 2 つのサブシステムの機能モデルを構成する慣性機能と弾性機能と減衰機能のエネルギー関数でラグランジュ関数を設定する。スピーカーコーンシステムのエネルギーは、駆動電圧Eで外部から注入され、電気系と機械系の各サブシステムにて、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーとなり、一部は散逸エネルギーとして散逸する。各サブシステム間は、夫々の相互作用f、eで接続されている。

電気系サブシステムの運動エネルギーは、

$$T_e = \frac{1}{2}LI^2 \tag{6.3.1}$$

ポテンシャルエネルギーは

$$U_e = \frac{1}{2C}Q^2 \tag{6.3.2}$$

散逸エネルギーは、

$$U_e = \frac{1}{2}RI^2 \tag{6.3.3}$$

となる。

外界からの外力Eによるエネルギーは

$$\mathrm{W}_e = E \cdot Q \tag{6.3.4}$$

機械系サブシステムからの相互作用力eによるエネルギーは、

$$\omega_e = e \cdot Q \tag{6.3.5}$$

これらのエネルギー関数を用いて、ラグランジュ関数$\mathcal{L}_e$を設定する。

$$\mathcal{L}_e = (T_e - U_e) + U_e - (\mathrm{W}_e - \omega_e) = \frac{1}{2}LI^2 - \frac{1}{2C}Q^2 - \frac{1}{2}RI^2 - (E \cdot Q - e \cdot Q) \tag{6.3.6}$$

同様に、機械系サブシステムのラグランジュ関数$\mathcal{L}_m$は

$$\mathcal{L}_m = (T_m - U_m) + U_m - W_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}rv^2 - F \cdot x \tag{6.3.7}$$

となり、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_m \tag{6.3.8}$$

である。

Step3：変分原理により下位構造に電気系と機械系の 2 つのサブシステムを有するスピーカーコーンシステムのラグランジュ方程式を導出する。

下位構造に電気系と機械系の 2 つのサブシステムを有するスピーカーコーンシステムの変分原理は、

$$\int_{t1}^{t2} \delta\mathcal{L}dt = \int_{t1}^{t2} \delta\{\mathcal{L}_e + \mathcal{L}_m\}dt = 0 \tag{6.3.9}$$

ラグランジュ方程式は

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial I}\left(\frac{1}{2}LI^2\right) - \frac{\partial}{\partial Q}\left(-\frac{1}{2C}Q^2\right) + \frac{\partial}{\partial I}\left(\frac{1}{2}RI^2\right) - (E - e) \\ &+ \frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{2}kx^2\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{2}rv^2\right) - F = 0 \end{aligned} \tag{6.3.10}$$

となり、整理すると、

$$LI + \frac{1}{C}Q + RI - (E - e) + mv + kx + rv - F = 0 \tag{6.3.11}$$

となる。

Step4：スピーカーコーンシステムの基本機能を導出する。

ここで、任意の状態を表す変数は直交展開できるので、状態を表す変数について、電流は$I(t) = Ie^{iwt}$、速度は$v(t) = ve^{iwt}$、電荷は$Q(t) = Qe^{iwt}$、座標・変位は$x(t) = xe^{iwt}$、

駆動電圧は$E(t) = Ee^{iwt}$、加振力は$F(t) = Fe^{iwt}$と直交展開してラグランジュ方程式(6.3.11)に代入すると、

$$\left(iwL + \frac{1}{iwC} + R\right)I + \left(iwm + \frac{1}{iw}k + r\right)v - (E - e) - F = 0 \tag{6.3.12}$$

ここで、相互結合係数を$\alpha \equiv Bl$とし、2 つの相互結合係数を考える。
スピーカーコーンシステムでの相互結合係数は、変位・速度から外力への結合で

$$F = Bl \cdot I \tag{6.3.13}$$

$$e = Bl \cdot v \tag{6.3.14}$$

である。
議論を見やすくする為、状態変数：電流I、速度vの係数を

$$Z_e \equiv iwL + \frac{1}{iwC} + R \tag{6.3.15}$$

$$Z_m \equiv iwm + \frac{1}{iw}k + r \tag{6.3.16}$$

と設定する。ここで、添え字 1,2 はサブシステムを表す。
図 6.3.2 の階層システムの機能モデルにて、状態変数：速度vの係数(6.3.15) (6.3.16)を導入することで、図 6.3.3 のように階層システムの機能モデルを書き直す。

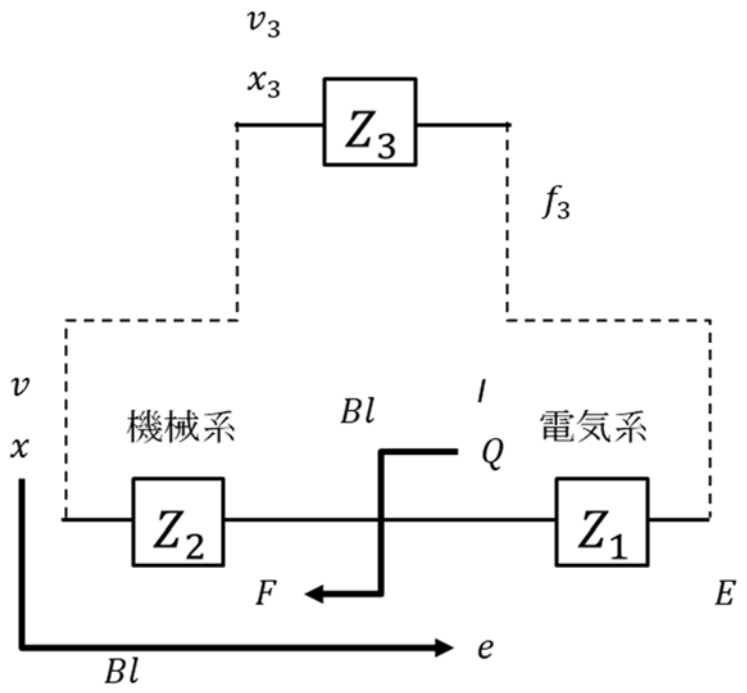

図 6.3.3　下位構造の電気系と機械系の 2 つのサブシステムが直列接続しているスピーカーコーンシステム

Z, α, φを用いてラグランジュ方程式(6.3.12)を表すと、

$$\left\{Z_m \frac{1}{Bl} Z_e + Bl\right\} v - E = 0 \tag{6.3.17}$$

となり、

$$v = \frac{1}{Z_m \frac{1}{Bl} Z_e + Bl} E \tag{6.3.18}$$

となり、ここで、

$$Z \equiv Z_m \frac{1}{Bl} Z_e + Bl \tag{6.3.19}$$

また、

$$M \equiv E = f_3 \tag{6.3.20}$$

を入力信号、

$$y \equiv v = v_3 \tag{6.3.21}$$

を出力特性、

$$\beta \equiv \frac{1}{Z} \tag{6.3.22}$$

とすると、

$$y = \beta M \tag{6.3.23}$$

βが電気系サブシステムと機械系サブシステムで構成されたスピーカーコーンシステムの基本機能として構成出来る。そして、(6.3.23)からスピーカーコーンシステムの基本機能が、スピーカーコーンシステムへの入力信号$f_3 = E$と出力特性$v_3 = v$と係数βで表すことができ、下位サブシステムの構造を考慮しなくてもスピーカーコーンシステムの機能を議論することが可能であることが判る。

6.4　階層システムでの本方法論の設計プロセス適用と効果

複合サブシステムで構成される階層システムの設計プロセスへの適用により予測される効果を述べる。現在、２つ考えられる。

１つ目は、新規の製品設計や技術開発の場合である。製品や技術を構成する要素技術が決まっておらず全てが検討段階であるので、本方法論を活用して全システムを任意の階層のサブシステムの組み合わせとして構造化する案を自由に変更して考察・検討することが可能となる。しかも、本方法論を活用することで製品や技術の基本機能の階層構造を判り易く定式化しているので、目標達成度、安定性などの最適化を定量的に評価することが可能となる。つまり、採用する要素技術のアイデアを自由に変更しながら新製品や新技術の定量的な評価が可能となり、設計プロセスの上流段階で製品や技術の目標

達成度や安定性を最適化することが出来る。

2つ目は、従来の製品設計や技術開発の機能改善などの場合である。機能改善するサブシステムの目標達成度と安定性について、周辺のサブシステム群の仕様に合致することが要求される。サブシステムと全システムの双方の基本機能を定式化出来るので、サブシステムと全システムの目標達成度、安定性などの最適化を定量的に評価することが出来る。つまり、改善する機能を自由に変更しながら製品や技術の機能改善の定量的な評価が可能となり、製品や技術の機能改善において、設計プロセスの上流段階で製品や技術の目標達成度や安定性を最適化することが出来る。

6.5　まとめ

本方法論を活用して階層構造を持つ製品や技術を想定した階層システムの基本機能を定式化出来ることを述べた。階層システムは、複数の機能が階層構造で構成されるシステムである。ここでは、簡単に１つのブシステムが、２つのサブシステムと階層構造を構成するシステムを想定して議論した。研究事例としてスピーカーコーンの機械系と加振力を発生させる電気系を内在するスピーカーコーンシステムで基本機能が導出できることを述べた。そして、このような階層システムの基本機能を設計プロセスに適用する時の有効性を述べた。

また、製品や技術の階層構造や接続構造を記号化することで、複雑な構造を有する製品や技術の基本機能を見通しよく計算できることが期待される。これにより基本機能の定式化の手順をソフトウエアとしてコンピュータに実装して計算することが可能となり、例えば、既存の実験計画法などの最適化ソフトウエアを連携することで、コンピュータを活用した効率的な設計を実現できることが期待される。

第 7 章　結論

品質工学の基本機能を定式化する方法論を開発した。そして、本方法論を単一システム、複合システム、階層システムに適用できることを確認し、実際の製品や技術に適用できる方法論であることを示した。また、本方法論を設計プロセスに適用することで、設計プロセスの上流で製品や技術の目標達成度、安定性などの最適化を可能とすることでき、本法論が製品設計や技術開発に有効な方法論であることを示した。そして、新製品の開発や一部機能の改善にも有効な方法論であることも示唆した。

第 2 章では、代表的な設計方法論として、品質工学、公理的設計、体系的アプローチ、一般設計学、1DCAE を取り上げて、それらの機能の特徴と課題を整理して課題設定を行った。つまり、従来の代表的な設計方法論の機能の特徴を活かし、課題を解決し、製品の性能、耐久性、および信頼性などを設計プロセスの上流段階で最適化し改善することを可能とするように、製品や技術の機能を数理的に基礎付けて合理的に定式化する方法論を構築することを目指した。そこで、品質工学の基本機能の数理的な基礎付けを基に、製品や技術の機能を定式化する方法論を構築することを目的とした。更に、先行研究との比較により本研究の位置づけを述べた。

第 3 章では、品質工学の基本機能の数理的基礎付けを基に、製品や技術の機能を定式化する際に、製品や技術の設計開発において技術者が利用しようと考えた物理・化学的な法則、エネルギーの入出力関係である基本機能の定義を満足すること、様々な製品や技術に適用できる汎用性を満足すること、$y = \beta M$という基本機能の理想関数として定式化することという 3 つの要請を満足することを目指し、 4 つの Step で構成される方法論を述べた。つまり、Step1：回路論の考え方を活用して製品や技術の機能をモデル化し、Step2：製品や技術の機能モデルをエネルギーで表現したラグランジュ関数を設定し、Step3：変分原理を活用してラグランジュ方程式を導出し、Step4：ラグランジュ方程式を基本機能の表式へ変換するという方法論である。そして、製品や技術の機能は 3 つの機能要素である慣性機能と弾性機能と減衰機能で過不足なく構成されるとし、機械系システムを例として、品質工学の基本機能として考えられているニュートンの運動法則、フックの法則、流体の方程式が、本方法論で導出できることを述べた。

第 4 章では、本方法論を活用して単一の技術分野で構成される単一システムの基本機能を定式化できることを述べた。まず、慣性機能、弾性機能、減衰機能で構成される単一システムの例として機械系システムの導出法を述べた。事例研究として、スピーカーコーンシステムの基本機能が本方法論で導出できることを述べた。

第 5 章では、本方法論を活用して様々な異なる技術で構成された製品や技術である複合システムの基本機能を定式化できることを述べた。まず、様々な技術分野が直列に接続された複合システムの基本機能を導出した。事例研究として、音響システム（スピー

カーシステム）の基本機能が導出できることを述べた。更に、本方法論を音響システム（スピーカーシステム）の設計プロセスに適用することによる効果を示し本方法論の有効性を述べた。

第 6 章では、本方法論を活用して階層構造を持つ製品や技術を想定した階層システムの基本機能を定式化できることを述べた。まず、簡単に１つのブシステムが、２つのサブシステムと階層構造を構成するシステムを想定して基本機能を導出した。事例研究としてスピーカーコーンの機械系と加振力を発生させる電気系とを下位構造に有するスピーカーコーンシステムで基本機能が導出できることを述べた。そして、このような階層システムの基本機能を設計プロセスに適用する時に期待される効果を述べた。

以上より、本研究で提案した製品や技術の基本機能を定式化する方法論は、新製品や新技術の基礎研究から開発設計、更には、既存製品や既存技術の機能追加や性能向上などにおいて、設計プロセスの上流段階で製品や技術の目標達成度や安定性を定量的に評価することで最適化できることから、設計プロセスの上流段階における有効な設計方法論と考えられる。また、製品や技術の階層構造や接続構造を記号化している。これにより、複雑な構造を有する製品や技術の基本機能を見通しよく計算できる。このことは、今回の方法論による基本機能の定式化の手順をソフトウエアとしてコンピュータに実装して計算することが可能となることを示しており、例えば、既存の実験計画法、数理計画法などの最適化ソフトウエアと連携することで、コンピュータを活用した効率的な設計を実現することができると考えられる。

本研究をまとめるにあたり、本方法論と制御理論やシステム理論との関係性を考察してみる。

本方法論では、品質工学の基本機能の定式化を構成するに辺り、回路論の考え方を採用している。回路論を総合化、抽象化、数学化した体系がシステム理論と言える。システム理論におけるシステムの分類法によると、本方法論の定式化は、状態変数間すべてに重ね合わせの原理がなりたち、例えば、電気系システムにおける電気容量、インダクタンス等の時間遅れや積分要素に相当する弾性機能、慣性機能を含み、状態変数が時間の関数であり、有限個の状態変数に関する常微分方程式で記述され、但し、時間が陽に入らない形で議論するので、線形・動的・連続時間・集中定数・定係数システムに関する議論をしていると考えられる。また、基本機能の理想関数の、$y = \beta M$という表記から 1 入力 1 出力システムとも考えられる。なお、実際の応用に際しては、サブシステムiの基本機能の理想関数が$y_i = \beta_i M_i$、$i = 1 \sim n$を下位構造で独立に配列されている上位システムを構成することで、上位システムをn入力n出力と看做して議論することが可能である。

また、本方法論で求めた基本機能の理想関数$y = \beta M$における比例係数βは、制御理論やシステム理論における伝達関数を想起することが出来る。

また、品質工学の基本機能の定式化を構成するに辺り、変分原理を採用している。上

述のように、本方法論の定式化は集中定数系システムに関する議論をしていると考えられる。集中定数系システムでは、いくつかの少数のパラメータで特徴付け、そのパラメータの時間的変化に対する方程式を考える。その時、機械的に方程式を導出できる方法がラグランジュ方程式として知られている。そして、システムのエネルギー（運動エネルギーとポテンシャルエネルギー）をシステムの状態変数とその時間微分との関数：ラグランジュ関数で表して、変分原理からラグランジュ方程式を求めることが出来る。今回は、システムのエネルギー以外にシステムへのエネルギー収支（外部からの仕事と散逸エネルギー）を考慮しラグランジュ関数を拡張して変分原理からラグランジュ方程式を導出している。

本方法論は、品質工学の基本機能に対象を絞り定式化を行ったが、品質工学を広く概観する。品質工学は設計パラメータの探索法として良く知られている。その中核をなすのがパラメータ設計・ロバスト設計である。品質工学のパラメータ設計・ロバスト設計によれば、入力信号Mに対して、さまざまなノイズ因子が介在した結果としての出力特性yのばらつきの度合い（SN 比の逆数）を最小に抑え、かつ、出力の平均値（感度）を目標値に近づける為、制御因子（設計パラメータ）を探索する。従って、制御理論が、フィードバック機能等を活用してリアルタイムで出力特性のばらつきを抑え込むことと比較して、品質工学のパラメータ設計は、設計パラメータの最適化により製品の構造の中に、ばらつき制御機能を事前に埋め込んでしまう方法と看做すことができる[35]。

以上、本方法論をまとめるにあたり制御理論やシステム理論や品質工学との関係性を述べた。バラツキに晒されたシステムへの入・出力を研究するという視点で、制御理論やシステム理論と品質工学とは同じと考えられる。今後、制御理論やシステム理論の考え方や手法の活用について検討が必要と考えている。

本方法論については、今後、様々な製品や技術に適用して有効性を確認するとともに完成度を上げてゆく予定である。その過程の中で、基本機能の理想関数$y = \beta M$における比例係数βの詳細な議論、分析が必要になってくると考えている。

その後の、本方法論の拡張として 2 つの方向性が考えられる。1 つ目は、本方法論と中流段階、下流段階での構造を表す設計パラメータとを連結する定式化と組み合わせて、上流段階の機能から中流・下流段階の設計パラメータの最適化を一気通貫して効率化する方法論を構成していく方向性である。今後、この方向性については、調査、検討していく予定である。

2 つ目は、今回の技術分野の範囲は、機械、電気などの自然法則をターゲットとしているが、現在の製品や技術の多くはソフトウエアが組み込まれている。今後、ソフトエウア技術に適用できるか本方法論の拡張を検討する予定である。

謝辞

品質工学を活用して、技術者と共に新技術の開発、新製品の設計、新生産技術の開発、生産工程の設計、生産設備の製造条件出し、生産工程の不良低減、現行製品の不良対策まで、ものづくりの様々な技術課題の解決に取り組んできました。その過程で、品質工学の重要な概念の一つである基本機能について、誰でもが安心して拠り所とできる数理的な基礎付け、また、その基礎付けに基づいた定式化が必要ではないかという課題認識を持ち始めて数年間が経過していました。その中で、森田先生とご縁を頂き、ご指導をお願いしましたところ、まず、研究を始めて、課題設定を明確にすることから開始するよう背中を押して頂いて研究を開始することが出来ました。

改めまして、本研究を進めるにあたり、常に適切なご指導およびご助言を賜りました大阪大学大学院情報科学研究科　情報数理学専攻　システム数理学講座　森田浩教授に厚くお礼を申し上げます。

また、本論文をまとめるにあたり、ご指導とご鞭撻を賜りました大阪大学大学院情報科学研究科　情報数理学専攻　情報フォトニクス講座　谷田純教授、並びに、大阪大学大学院情報科学研究科　情報数理学専攻　非線形数理講座　鈴木秀幸教授に深くお礼を申し上げます。

本研究を行うにあたり、貴重なご意見、ご指導を頂きました大阪大学大学院情報科学研究科　情報数理学専攻　計画数理学講座　藤崎 泰正教授、大阪大学大学院情報科学研究科　情報数理学専攻　知能アーキテクチャ講座　沼尾 正行教授、大阪大学大学院情報科学研究科　情報数理学専攻　システム数理学講座　梅谷 俊治准教授に心より感謝いたします。

最後に、本研究を行うにあたり、いつも支えてくれ応援してくれた妻の美千代に感謝の意を表します。そして、私が大学院に入学した 2015 年 4 月に入院し、昨年の 2018 年 5 月に逝去した亡き母に感謝の意を込めて本論文を捧げます。

参考文献

[1] 田口玄一,「技術開発のマネジメント　技術開発を促進するタグチメソッド」, 日本規格協会, (1996)

[2] G. Taguchi, S. Chowdhury and Y. Wu, TAGUCHI Quality Engineering Handbook, John Wiley & Sons, (2005).

[3] 品質工学会規格委員会,「品質工学用語集」, 品質工学会, (2007)

[4] 片山龍成,古谷嘉志,「物理数学」, 槙書店, (1977)

[5] N. P. Suh, The Principles of Design, Oxford University Press, (1990).

[6] 畑村洋太郎,「設計の原理－創造的機械設計論－」, 朝倉書店, (1992)

[7] N. P. Suh, Axiomatic Design, Oxford University Press, (2001).

[8] 中尾政之,飯野謙次,畑村洋太郎,「公理的設計　複雑なシステムの単純化設計」, 森北出版株式会社, (2004)

[9] 金田徹「エンジニアリングデザイン　工学設計の体系的アプローチ　第 3 版」, 森北出版株式会社, (2015)

[10] G. Pahl, W. Beitz, J. Feldhusen and K. H. Grote, Engineering Design - A Systematic Approach, 3rd ed., Springer, (2007).

[11] 田浦俊春,「創造デザイン工学」, 東京大学出版会, (2014)

[12] 吉川弘之,「一般設計学序説　一般設計学のための公理的方法」, 精密機械, Vol.45, No.8, p.20-26, (1979)

[13] 吉川弘之,北嶋克寛「機械の構造規則」, 精密機械, Vol.45, No.9, p.71-78, (1979)

[14] 吉川弘之,「一般設計過程」, 精密機械, Vol.47, No.4, p.19-24, (1981)

[15] 吉川弘之,「設計過程モデル論 一般設計学における機械設計へのパイナンバの応用」, 精密機械, Vol.49, No.4, p.27-32, (1983)

[16] 大富浩一,「1DCAE によるものづくり　第 1 部 : 1DCAE 総論」, シミュレーション, Vol.33, No.1, p.47-54, (2014)

[17] 大富浩一,「1DCAE によるものづくり　第 2 部 : 原理原則に基づく 1DCAE」, シミュレーション, Vol.33, No.2, p.148-157, (2014)

[18] 大富浩一,「ものづくりとひとづくりのための 1DCAE」, 設計工学, Vol.51, No.3, p.129-138, (2016)

[19] 長松昌男,長松昭男,「電気・機械一体モデルの開発と応用　第 1 報　物理学的基礎」, シミュレーション, 第 32 巻, 第 1 号, p.48- 54, (2014)

[20] 長松昌男,長松昭男,「電気・機械一体モデルの開発と応用　第 2 報　力学と電磁気学間の新しい相似則の提案」, シミュレーション, 第 32 巻, 第 2 号, p.54-61, (2014)

[21] 長松昌男,長松昭男,角田静男,「電気・機械一体モデルの開発と応用　第 3 報　モデルベース開発のためのモデル化」, シミュレーション, 第 32 巻, 第 3 号, p.65-76,

(2014)
[22] 角田静男,長松昌男,長松昭男,「電気・機械一体モデルの開発と応用　第 4 報　物理機能線図の応用例」, シミュレーション, 第 32 巻, 第 4 号, p.93-103, (2014)
[23] 長松昌男,角田鎮男,長松昭男,「製品開発のための新しいモデル化手法（機能モデルの基本概念)」, 日本機械学会論文集（C 編）, 64 巻, 622 号, p.131-138, (1998)
[24] 国立研究開発法人 新エネルギー・産業技術総合研究開発機構 ファインＭＥＭＳシステム化設計プラットフォーム研究開発プロジェクト,「MEMS 等価回路の導出方法について」報告資料, p.1-8, (2009)
[25] 高橋秀俊,藤村清「高橋秀俊の物理学講義　物理学汎論」,筑摩書房,(2011)
[26] 高橋秀俊,「岩波講座　基礎工学 6　線形集中定数系論Ⅱ」,岩波書店,(1969)
[27] J. Meusel, Principles of Electromechanical-energy Conversion, McGraw-Hill, (1966)
[28] 川上博,「現象のモデリングとその数理：アナロジー」,京都大学数理解析研究所,公開講座テキスト,(1998)
[29] T. Takahashi.: Methematical Foundation of Electro-Mechanical Analogies Journal of the Japan Society Mechanical Engineers Vo1.77, No.662, p.21-28, (1974).
[30] 篠崎寿夫,松森徳衛,吉田正廣,「現代工学のための変分学入門」,現代工学社,(1991)
[31] 鈴木増雄,「変分原理と物理学」,丸善出版,(2015)
[32] 江沢洋,「数学セミナー増刊　数学・物理 100 の方程式　連立方程式から数理物理の最先端へ」,日本評論社,(1989)
[33] 高橋利衛,「基礎工学セミナー　量の理論／現象の論理と法則の構造をめぐる討論」,現代数学社,(1974)
[34] 田口玄一,原和彦,「品質工学応用講座　電子・電気の技術開発」,日本規格協会,(2000)
[35] 藤本隆弘,「複雑化する人工物の設計・利用に関する補完的アプローチ」, 横幹, Vol.3, No.1, p.52-59,(2009)