Title	Asymptotic Convergence of Solutions for Advection-Reaction-Diffusion Equations
Author(s)	岩崎, 悟
Citation	大阪大学, 2019, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/72579
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　　　　岩崎　悟　　　　　）	
論文題名	Asymptotic Convergence of Solutions for Advection-Reaction-Diffusion Equations (移流反応拡散方程式の時間大域解の漸近収束に関する解析的研究)

論文内容の要旨

移流反応拡散方程式は，空間的に分布する物理量の時間変化が(i)流れによる移動を表す「移流」(ii)生成・消滅などの「反応」(iii)混ざり合って一様になろうとする「拡散」，の三つのルールにより決定される現象を数理モデル化する際によく用いられる．一般に，実現象の数理モデルとして方程式を考えたとき，その方程式が数理モデルとして妥当かどうかを調べることが重要である．妥当性の検証は，方程式の解（つまり研究対象としている物理量）の振る舞いが，実現象の観測結果を説明可能かどうか調べることにより行われる．ここで，現象的・数学的に研究対象となる解の振る舞いの一つとして，解の時間大域的な挙動（解の長時間に渡る挙動）がある．しかしこのような問題に限定しても，定常状態への収束，周期解への漸近，カオス的な挙動，など様々な振る舞いが考えられる．

本論文では移流反応拡散方程式に分類される四つの偏微分方程式（具体的には，誘引・忌避走化性方程式，分岐領域上のKeller-Segel方程式，不連続な拡散係数を持つ反応拡散方程式，準線形反応拡散方程式，の四つ）の解の時間大域的な挙動を調べることを目的に研究を行った．まず，各方程式に対して放物型抽象発展方程式の理論を用いて時間局所解を構成した．続いて，時間局所解のアプリオリ評価を証明することにより，時間局所解を時間大域解に延長した．以下に，各方程式の解の時間大域的な挙動に関する研究結果を簡単にまとめる．

誘引・忌避走化性方程式に対しては指数アトラクタが存在することを証明した．この結果から，大域解はフラクタル次元が有限の集合に誘引されることがわかり，大域解が時間が経つにしたがって空間的なパターンを形成する可能性が示唆される．

分岐領域上のKeller-Segel方程式と不連続な拡散係数を持つ反応拡散方程式に対しては，これらの方程式がLyapunov関数をもつ勾配系であること，Lyapunov関数の時間大域解に沿った値の時間微分がangle conditionを満たすこと，Lyapunov関数が定常解の近傍でŁojasiewicz-Simonの不等式を満たすことを証明し，結論として時間大域解が定常解へ収束することを証明した．

準線形反応拡散方程式に対しては，この方程式がLyapunov関数をもつ勾配系であること，定常問題が解をただ一つ持つことを証明し，結論として時間大域解が定常解に収束することを証明した．

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（　岩崎　悟　）		
	（職）	氏　名
論文審査担当者	主 査　教授 副 査　教授 副 査　教授	鈴木　秀幸 藤崎　泰正 沼尾　正行

論文審査の結果の要旨

移流反応拡散方程式は，空間的に分布する物理量の時間変化が，(1)流れによる移動を表す「移流」，(2)生成・消滅などの「反応」，(3)ブラウン運動やランダムウォークに起因する「拡散」，の三つの効果により推移する現象を数理モデル化する際に必要となる．モデル方程式が現象の本質を正しく記述できているかを判断するためや，モデル方程式から有意義な情報を得るためには，解析的・数値的研究によって方程式の解を調べることが重要である．移流反応拡散方程式は一般に非線形方程式であるため，解の時間大域的な挙動（解の長時間に渡る挙動）は多様であり，定常状態への収束，周期解への漸近，カオス的な挙動，など様々な振る舞いをすることが知られている．

本論文では集団生物学などに関する四つの移流反応拡散方程式，すなわち，誘引・忌避走化性方程式，ネットワーク上のKeller-Segel方程式，ターゲット検出モデルと呼ばれる準線形反応拡散方程式，不連続な拡散係数を持つ反応拡散方程式，に対して解析的な研究を行っている．まず各方程式に対して放物型抽象発展方程式の理論を用いて時間局所解を構成したのち，時間局所解のアプリオリ評価を得ることにより，時間局所解を時間大域解に延長できることを証明している．続いて，各方程式の解の時間大域的な挙動に関して以下のような解析結果を得ている．

1. 誘引・忌避走化性方程式に対しては，この方程式から定まる力学系に対して時間非斉次型の指数アトラクタが存在することを証明することにより，時間大域解はフラクタル次元が有限な集合に誘引されることを示し，時間大域解が時間が経つにつれて空間的なパターンを形成する可能性を示唆する結果を得ている．
2. ネットワーク上のKeller-Segel方程式に対しては，方程式がもつLyapunov関数に関する諸性質から，時間大域解が定常解へ収束することを収束のオーダーも含めて示している．本結果を得るために，ネットワーク上でのLaplace作用素の分数べきの定義域の特徴づけを新たに行っている．このことはネットワーク上での非線形方程式の解析に寄与することが期待される．
3. ターゲット検出モデルと呼ばれる準線形反応拡散方程式に対しては，この方程式がLyapunov関数を持つことを示し，さらに定常問題について詳しい考察を行うことにより定常解が唯一つしか存在しないことを証明し，結論として時間大域解が定常解に収束することを示している．さらに収束先の定常解の形状についても解析結果を得ており，モデルの元となっている現象に対して数理の立場から有意義な情報を与えている．
4. 不連続な拡散係数を持つ反応拡散方程式に対しては，この方程式がLyapunov関数をもつこと，Lyapunov関数の時間大域解に沿った値の時間微分がangle conditionを満たすこと，Lyapunov関数が定常解の近傍でŁojasiewicz-Simonの不等式を満たすことを証明し，結論として時間大域解が定常解へ収束することを収束のオーダーも含めて示している．特にŁojasiewicz-Simonの不等式は，Chillの導入したcritical manifoldの概念を拡張することにより証明を達成しており，この方法は他の方程式の解析にも適用できることが期待される．

以上のように，本論文は四つの移流反応拡散方程式の時間大域解の漸近挙動を解析的手法を用いて調べており，それらの解析結果は数学的に価値があるだけでなく，現象の理解に貴重な知見を与えており情報科学に寄与するところが大きい．よって，博士（情報科学）の学位論文として価値のあるものと認める．