OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Analysis on entanglement entropy for two-dimensional lattice gauge theories with matter fields
Author(s)	横矢, 毅
Citation	大阪大学, 2019, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/72644
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　横矢　毅　）	
論文題名	Analysis on entanglement entropy for two-dimensional lattice gauge theories with matter fields （物質場のある二次元格子ゲージ理論におけるエンタングルメント・エントロピーの解析）

論文内容の要旨

エンタングルメント（量子もつれ）は、はじめに注目された量子情報理論のみならず、物性理論や素粒子理論など幅広い分野で応用が見出されている情報量である。エンタングルメントを定量的にはかるエンタングルメント測度として、エンタングルメント・エントロピーが最も標準的であり、少なくとも純粋状態に対してはエンタングルメントをよくはかる量となっていることが知られている。

素粒子理論における重要な課題の一つに量子重力理論の確立が挙げられるが、ゲージ・重力対応より（特別な条件の下での）重力理論とゲージ不変性に基づくゲージ理論との対応関係が指摘され、特に笠-高柳公式によってゲージ理論におけるエンタングルメント・エントロピーが重力理論の性質を解明するために重要であることが認識されてきた。しかしながら、ゲージ理論はゲージ不変性による拘束条件を持つため、通常エンタングルメント・エントロピーを定義する際に仮定されるヒルベルト空間のテンソル積構造が成り立っておらず、エンタングルメント・エントロピーを考えるためには何らかの定義の拡張が必要になる。そのような拡張の方法の一つが非物理的な状態もヒルベルト空間に含める拡張ヒルベルト空間を用いるものであり、これを用いればゲージ理論でもエンタングルメント・エントロピーを定義することができるが、拡張によって量子もつれとはみなせない古典的な寄与（新たにシャノン・パートとカラー・パートと呼ばれる二種）が出現することが知られており、それらの寄与がどのように出現するかの具体的解析は限られていた。

本研究では基本表現スカラー場のある二次元 SU(N) 格子ゲージ理論の真空状態におけるエンタングルメント・エントロピーを、拡張ヒルベルト空間による形式によって解析した。格子理論はヒルベルト空間の拡張を自然に与え、また二次元（空間一次元）ではゲージ結合定数を任意のまま解析を行えるという利点がある。純粋ゲージ理論では大域的な励起しか存在しえないので、（高次元理論からの次元簡約を念頭において）物質場の入った理論をモデルとして解析を行った。真空状態は転送行列法を用いて評価し、またおよそ物質場の質量の逆二乗に相当するホッピング・パラメタ展開によって（質量無限大より）摂動的にエンタングルメント・エントロピーの三種類の寄与がどのようにあらわれるかの評価を行った。解析の結果、パラメタ展開の六次のオーダーまでみると三種類すべての寄与が真空状態に出現し、特に量子もつれとみなせる寄与は他の寄与よりも高い次数で寄与し始めることが分かった。解析において出現する長さを持ったメゾン的粒子対は必ずフラックスによって結ばれているため、低次では拘束条件による相関である古典的な寄与のみしか寄与しなかったが、境界を既約表現でない励起が貫く状態が出現する六次で既約表現への分解によって量子的なもつれが発現するという機構が新たに見出された。

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（ 横矢毅 ）		
	(職)	氏　名
論文審査担当者	主 査　教授	橋本　幸士
	副 査　教授	兼村　晋哉
	副 査　准教授	山口　哲
	副 査　准教授	湯川　諭
	副 査　助教	飯塚　則裕

論文審査の結果の要旨

博士論文「Analysis on entanglement entropy for two-dimensional lattice gauge theories with matter fields」の論文審査の結果の要旨は、下記の通りである。

エンタングルメントエントロピー（以下 EE と略）は、与えられた量子状態を２つ以上に分解した時、それらの間にどの程度量子相関があるか？を見積もる量である。近年、この EE が物性理論のみならず、超弦理論の方でも脚光を浴びてきている。超弦理論で、ゲージ重力対応という新しい概念が注目を浴びており、その意味するところは、重力を含まない場の理論と、次元の一つ異なる時空上の量子重力理論が等価という主張である。近年、Ryu-Takayanagi によって先ほどのゲージ理論の EE が、重力理論上の表面積と対応し、さらに量子相関が重力理論の時空がスムーズに存在することと密に関連することがわかってきた。以上を踏まえて EE、特にゲージ理論で EE を深く理解することは非常に重要である。しかしながら、ゲージ理論では Hilbert space が直積構造（２つ以上に分解した時、それぞれの Hilbert space の直積構造）をもたない。これはゲージ不変性により、flux の連続性が分解した両側に相関を持たせてしまうためである。これらの困難のため、ゲージ理論で EE をどう定義し、実際に具体的にどう計算するかは長年未解決の問題であった。

本博士論文では、２次元 lattice ゲージ理論の真空の EE を、Hilbert space を直積構造を回復するように「拡張」して計算するという「extended Hilbert space definition」という計算手法を用い計算して評価している。より具体的には、２次元ゲージ理論に様々な「ゲージ群の表現」の物質場を導入して具体的に計算し評価している。真空は物質場が入っていない場合には計算可能だが、物質場がある場合に評価が難しいので、本研究では物質場の質量の逆数 (K) で摂動展開して計算するという手法をとっている。

本博士論文では、K 展開の６次まで計算することで、量子相関が初めて現れることを具体的に評価している。またこの拡張された Hilbert space で定義された EE には、本来の意味で量子相関とは呼べない寄与が生じてくるが、それも具体的に計算によって評価されその意味づけも明らかにされている。（それらは K 展開の３次から現れ、ゲージ flux によって、Hilbert space が sector に分解される効果に基づく Shannon entropy、および非可換ゲージ理論の場合、ゲージ singlet によるメソンを構成しているクォーク、反クォーク間のカラー自由度の相関による寄与である）重要なのは EE のそれぞれの寄与は必ず正であるため、高次計算を行っても本博士論文で示された値より増えることはあっても減ることはない。このことから、本博士論文の計算結果を用いれば、ゲージ理論の真の連続理論（摂動を用いない）真空が lattice の真空とどのように物質場の相関が凝縮して得られるのかについて洞察を得ることができる。

これらはゲージ理論の EE の理解の進展に寄与しており、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。