

Title	On families of Riemann surfaces with polyhedral symmetries
Author(s)	平川, 亮太
Citation	大阪大学, 2019, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73482
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

論文内容の要旨

氏名 (平川亮太)

論文題名

On families of Riemann surfaces with polyhedral symmetries
(正多面体的な対称性をもつリーマン面の族について)

論文内容の要旨

代数曲線の退化族の研究は長い歴史をもち、現在も研究が活発に続いている。これは代数幾何と位相幾何の交差点に位置し、それぞれの研究手法を使うことができる。代数曲面の地誌学の観点からの「スロープの研究」や「符号数の研究」が今野一宏、足利正らによりなされた。また、位相幾何学的立場から「リーマン面の退化族をモノドロミーにより特徴付ける」という仕事が松本幸夫・モンテシノスによりなされた。これらの研究とは違った観点（`商族`）から、リーマン面の退化族やリーマン面束の新たな展開を見出そうとしたのが、学位論文の研究テーマの動機である。ここで、商族は高村茂により導入されたファイブレーションであり、有限群作用を持つ代数多様体・複素解析空間に対し、その有限群の線形表現から構成される。

【二面体群の表現と楕円曲線の商族】

高次元パラメータ空間上の楕円曲線束は中山昇、Dolgachev, Grossらにより極小モデルの立場から詳しく調べられている。これらの仕事の基本となるのはワイエルシュトラス・モデルである。学位論文では群作用や群の表現の立場から高次元パラメータ空間上の楕円曲線束を構成し、描写した。

本論文において、二面体群の楕円曲線への作用を構成し、この作用が正則になるように複素構造を入れる。この作用と二面体群の各既約表現から楕円曲線の商族を構成し、特異ファイバーおよび特異点のタイプを決定した。特異ファイバーの配置は二面体群 D_n の n の奇・偶により異なる。さらに、`二項` 二面体群の各既約表現からも楕円曲線の商族を構成し、特異ファイバーおよび特異点のタイプを決定した。一般に、商族の特異ファイバーは非孤立だが、この場合の特異ファイバーは孤立していて、興味深い例となっている。

また、正多面体の辺に厚みを付けて得られるケーブル曲面への正多面体群作用から構成されるリーマン面の退化族の分類や描写は高村茂氏との共著論文 Degenerations and fibrations of Riemann surfaces associated with regular polyhedra and soccer ball で行った。

【テトラ曲面の方程式の決定と超楕円跳躍】

正四面体の辺に厚みを付けて得られるケーブル曲面は種数3であり、正四面体群作用をもつ。この作用が正則になるような複素構造を入れてリーマン面とみなす（テトラ曲面）。岡睦雄は次の問題を提示した。`テトラ曲面の代数曲線としての定義方程式は何か？` 本論文において、この問題を解決した。以下では、テトラ曲面を代数曲線とみなしたとき、テトラ曲面ということにする。テトラ曲面の定義方程式は1次元のパラメータをもち、テトラ曲面は一変数族をなす。本論文では、この族の描写も行った。全空間は8つのA1型特異点をもつ代数曲面である。また、この族は、クライン曲線やフェルマー曲線を含む非超楕円型

代数曲線の族であるが、退化現象が起こっている。特異ファイバーとして射影直線が現れ、8つのA1型特異点はこの射影直線の上に乗っている。この射影直線のまわりで安定還元を取ると超楕円的テトラ曲線が現れる。

テトラ曲線族のモジュライ写像による像の描写も行った。種数3の代数曲線のモジュライ空間の中で、像は自己交差をもつアフィン直線である。自己交差点はクライン曲線に対応する点である。また、モジュライ写像の像が超楕円軌跡を横切るとき、交点に対応する超楕円曲線は、上記の超楕円的テトラ曲線である。

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (平川 亮太)		
	(職)	氏 名
論文審査担当者	主 査	教授 後藤竜司
	副 査	教授 山ノ井克俊
	副 査	教授 太田慎一
	副 査	教授 石田政司
	副 査	准教授 榎一郎
	副 査	准教授 糟谷久矢
	副 査	京都大学理学研究科 高村 茂
		准教授

論文審査の結果の要旨

平川亮太氏の研究は代数曲線の退化族に関するものである。代数曲線の退化族の研究は長い歴史をもち、現在も活発に研究が続いている。平川氏の研究は代数幾何と位相幾何をともに用いるものであり、非可換な有限群の作用をもつ種数が高いリーマン面の退化族の研究に新たな展開を与えるものとなっている。

正四面体の辺に厚みを付けて得られる曲面は正四面体群の作用をもつ。この作用が正則になるような複素構造を入れて種数 3 のリーマン面とみなす (テトラ曲面) ことができる。このとき、次の問題が考えられる：テトラ曲面の代数曲線としての定義方程式は何か？ 本論文において、平川氏はこの問題を解決し、種数 3 のリーマン面で正四面体群作用を持つリーマン面の変形族の描写を行った。全空間は 8 つの A_1 型特異点をもつ代数曲面である。また、この族は、クライン曲線やフェルマー曲線を含む非超楕円型代数曲線の族であるが、退化現象が起こっている。特異ファイバーとして射影直線が現れ、8 つの A_1 型特異点はこの射影直線の上に乗っている。この射影直線のまわりで安定還元を取ると超楕円のテトラ曲線が現れる。

テトラ曲線族のモジュライ写像による像の描写も行っている。種数 3 の代数曲線のモジュライ空間の中で、像は自己交差をもつアフィン直線となっており、自己交差点はクライン曲線に対応する点である。また、モジュライ写像の像が超楕円軌跡を横切るとき、交点に対応する超楕円曲線は、上記の超楕円のテトラ曲線である。このような非可換な有限群の作用を持つリーマン面の退化族の詳細な研究はとても重要なものであり、平川氏の結果は既に国際的なジャーナルに出版されている。

よって、本論文は博士 (理学) の学位論文として十分価値あるものと認める。