OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Multi-affinity and Anomalous Fluctuations of Strange Nonchaotic Attractors
Author(s)	高橋, 野以
Citation	大阪大学, 2019, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73537
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式3

論 文 内 容 の 要 旨

氏 名 （ 高橋 野以 ）	
論文題名	Multi-affinity and Anomalous Fluctuations of Strange Nonchaotic Attractors (非カオス的ストレンジアトラクターのマルチアフィン性と異常ゆらぎ)

論文内容の要旨

本研究のテーマである非双曲力学系は，80年頃から現在に至るまで精力的に研究がなされてきている．非双曲系には，相関関数が指数関数的に減衰しない，接空間が安定部分空間と不安定部分空間の直和で表されない，といった双曲系には現れない性質がみられ，それに伴い多様な統計法則が現れることが知られている．近年，Pomeau-Manneville写像などの一部の非双曲力学系では数値計算・理論の両面から研究が進んできているが，他の非双曲系では依然として多くの課題が残っている．

本論文は上記の背景を踏まえ，非双曲力学系において１つの古典的な研究対象である，非カオス的ストレンジアトラクター（以下，SNA）の統計的性質について調べたものである．SNAは最大リャプノフ指数が非正のフラクタルアトラクターであり，多くの準周期外力系に現れることが知られている．1984年に報告されて以来，分岐過程や統計的性質について長らく研究がなされてきた．特にSNAには劣指数的鋭敏性や遅い拡散など，非双曲系に典型的な振る舞いが報告されてきている．一方でそれらの統計的性質に関する系統的な理解については未だ十分とはいえない．本研究では(i)べき的鋭敏性，(ii)アトラクターの幾何学的性質，(iii)ゆらぎの性質について，数値計算を用いて詳しく調べた．

(i) 位相鋭敏性はSNAのべき的鋭敏性を定量化する特性量であり，SNAの微分不可能性の特徴量としても重要である．学位申請者はまず位相鋭敏性の分布を調べ，分布にべきテールが現れることを明らかにした．さらに分布のべき指数νと位相鋭敏性のべき発散の指数μの間に関係（ハイパースケーリング関係）が成り立つことがわかった．

(ii)SNAの幾何学的複雑さを特徴づけるために，マルチアフィン解析を行った．マルチアフィン性は図形の非一様なフラクタル構造を記述するものである．解析の結果，マルチアフィン性を表すq依存スケーリング指数$\eta(q)$に相転移的振る舞いがみられることが明らかになった．さらに，マルチアフィン性の指数βと位相鋭敏性の指数(ν,μ)の間にハイパースケーリング関係が成り立つことがわかった．

(iii)SNA発生に伴う劣拡散を調べ，拡散指数αとリャプノフ指数λにスケーリング関係が成り立つことを示した．これは双曲系でも古くから興味が持たれていた，巨視的量（拡散の速さ）と微視的量（アトラクターの不安定性）との関係を表すものとなる．さらに拡散指数αと指数(μ,β)にハイパースケーリング関係が成り立つことを明らかにし，拡散的性質・不安定性・幾何学的性質が互いに直接関係していることを示した．

また，SNAの軌道のフーリエ解析も行った．その結果，パワースペクトルの大きさが軌道の長さのべきに依存し，そのべき指数κが拡散指数αと対応することが明らかになった．この振る舞いはSNAのゆらぎの重要な特徴づけとなる．

以上の研究成果はSNAの理解を深めるのみならず，より一般にカオス・ランダム外力系における非双曲系にも応用可能な知見であり，今後更なる研究が発展していくものと考えている．

様式７

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　　名　（　　高橋　　野以　　）		
	（職）	氏　　名
論文審査担当者	主査　　教授　　和田　昌昭 副査　　教授　　杉山　由恵 副査　　教授　　降簱　大介 副査　　准教授　　茶碗谷　毅	

論文審査の結果の要旨

決定論的な力学系において、一見不規則にも見える複雑な挙動が生じうることは広く知られている。その典型的なものとしてカオスと呼ばれる現象があり、理想化されたモデルにもとづいて。その不規則性を生み出す機構における不安定性の重要性や、観測される関係するアトラクターの形や時系列の特徴などの関係についてはよい理解がえられている。一方、いわゆる複雑な系では、典型的なカオスと規則的な運動の中間的な特徴を持ち、弱い不規則性を示す興味深い現象がみられる場合があることが知られているが、それらの現象を生む機構等については十分に解明されていない部分が残されている。本論文で扱われている準周期外力系は、このような弱い不安定性を伴う挙動がしばしばみられることが知られている系の一つである。

本論文では、準周期外力系における非カオス的ストレンジアトラクター上でみられる弱い不規則性を伴う挙動について数値的な解析を行い、長い軌道のごく一部で観測される不安定性を反映する位相鋭敏性の分布と、アトラクターの形の特異性との間にみられる、スケーリング関係などについて報告している。さらに、長時間の時系列に現れる弱い不規則性をもつ揺らぎについても調べ、そこに現れるベキ的挙動の指数と、位相鋭敏性の分布に現れる指数などとの関係についても報告している。これらの解析において、このタイプのアトラクターの特異性を定量的に評価できる解析方法を用いている。

この系において現れる非カオス的ストレンジアトラクターは、規則的な準周期振動に対応する１次元の滑らかなアトラクターと、不規則なカオス的挙動に対応する２次元のアトラクターの中間的な性質をもつ。このようなアトラクターに関しては、非整数のフラクタル次元を導入することで、このようなアトラクターの特徴を捉えることができると期待されるが、この系の場合はアトラクター上の不変測度の非一様性が強いため、フラクタル次元の数値的な評価によりアトラクターの不規則性の強さといった特徴を捉えるのは困難であった。本論文で使われているマルチアフィン解析ではアトラクター上の離れた２点間の「傾き」の分布の統計的な性質に注目する解析方法である。対象とするアトラクターについて連続性を前提としない。また２点間の傾きの分布という統計的な性質に注目する。これにより、至るところ不連続なグラフのようなものと考えられるこの非カオス的ストレンジアトラクターに、どの程度滑らかで規則的な構造の名残りが残っているか、定量的な評価を与えることができる手法となっている。

この種のアトラクターの形の特徴を定量的に捉えて、位相鋭敏性の発散として現れる弱い不安定性との関係を調べることを可能としたのは、準周期外力系をはじめとする非自立系における分岐現象の理解に大きく寄与する成果であると考えられる。また、いくつかの例に関して、この方法で得られたアトラクターの形の特徴と、軌道の不安定性を反映する位相鋭敏性の分布との間にはよい対応関係がみられること、またこれらの分布に現れるベキの指数と、時系列の異常揺らぎとの間の関係についても報告されている。これらのベキ的分布の指数間のスケーリング関係は、自然ではあるが非自明な結果であり、時系列の揺らぎやアトラクターの複雑な構造の形成機構について重要な手掛かりを与える結果である。よって本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。