



Title	線形常微分方程式ノ解ノ Topologische Abbildungen ニ就テ
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1934, 5, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73849
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

13. 線形常微分方程式ノ解, *topologische Abbildungen* = 就テ.

中野秀五郎 (一高)

本年四月数物ノ年会ニ於テ、筆者、南雲氏ト、共同研究シテ、ニツ、任意
ノ一階線形常微分方程式ガ

$$(1) \quad \begin{cases} y = \alpha(t)z \\ x = \varphi(t) \end{cases} \quad (\alpha(t) \neq 0, \varphi(t) \neq 0)$$

ナルガ如キ変換ニテ互ニ他ニ移リ得ル總テ、場合ヲ決定セリ。筆者ガ此處ニ記サ
ント欲スルコトハ、ニツ、線形微分方程式ニ就テ

$$(2) \quad \begin{cases} y = \varphi(t, z) \\ x = \psi(t, z) \end{cases}$$

ナルガ如キ (x, y) -面ト (t, z) -面ト、*Topologische Abbildung* = ヨリ一オ、微分方
程式ノ解ガ他オ、解 = *abbilden* サレル中ハ、変換 (2) ハ如何ナル条件ヲ満足
ベキカト云フコトナリ。

1. 一階微分方程式ノ場合、

ニツ、一階線形微分方程式ノ一般解ヲ求メ

$$(3) \quad Cu(x) + h(x) \quad (C \text{ " arbitrary constant })$$

$$(4) \quad Cv(x) + k(x)$$

解 $h(x)$ = 解 $k(x)$ ガ對應スルモノトス。

又 (3) ヲ

$$(5) \quad \begin{cases} y = u(x)z_1 + h(x) \\ x = t_1 \end{cases} \quad (u(x) \neq 0 \text{ ナルコトハ、明白ナリ})$$

ナル変換ニテ

$$(6) \quad z_1 = C$$

$$\begin{cases} y = v(x) z_2 + k(x) \\ x = t_2 \end{cases} \quad (v(x) \neq 0 \text{ ナルコト... 明カナリ})$$

$$z_2 = C$$

≠ (6) + (8) トヲ Topologische Abbildung = コリコ = 他 = 変形

横軸 = 平行 + 直線ヲ 横軸 = 平行 + 直線 = 変換スベキヲ以テ

$$\begin{cases} z_2 = \varphi(z_1) \\ t_2 = \psi(t_1) \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = \varphi^{-1}(z_2) \\ t_1 = \psi^{-1}(t_2) \end{cases}$$

ガルベカラズ。此處 = $\varphi(z_1), \psi(t_1)$ ハ増加或ハ減少連続函数ナリ
ische Abbildung (2) "

$$\begin{cases} y = v\{\psi(t)\} \varphi\left\{\frac{z - \psi(t)}{\psi(t)}\right\} + k(t) \\ x = \psi(t) \end{cases}$$

ガルベカラズ。又カ、ル形ノ条件 = 適ス。

皆微分方程式ノ場合

分方程式ノ一處ヲ、近傍 = 於テ

$$\begin{cases} y = \alpha(x) z \\ x = \varphi(t) \end{cases} \quad \xi - \epsilon < x < \xi + \epsilon \Rightarrow \alpha(x) \neq 0, \varphi'(t) \neq 0$$

変換 = τ

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = 0$$

察シ得ル。故 = 二ツ、亦 = 皆微分方程式ノ解ハ topologisch =

サレルナラバ、其ノ変換ハ (9) ノ如キ変換 = コリ (10) ノ如キ形ノ

Topologische Abbildung = 変形サレル。然レ (11) ノ形ノ微分

ハ横軸 = 垂直ナラサル直線ナリ、然ルヲ直線ヲ直線 = ~~inholden~~

然カモ横軸 = 垂直 + ラザルモノ、又横軸 = 垂直 + ラザルモノへ abbilden サレ
ルヲ以テ、連続性 = ヨリ、横軸 = 垂直 + ル直線、又横軸 = 垂直 + ル直線へ abbilden
サレル。カ、ル Topologische Abbildung .. 射影幾何、定理 = ヨリ

$$y = \frac{c_1 + c_2 z + c_3 t}{b_1 + b_2 t}$$

$$x = \frac{a_1 + a_2 t}{b_1 + b_2 t}$$

ナル変換 = 限ル。故 = 元、Topologische Abbildung ..

$$(11) \quad \begin{cases} y = \alpha(x)z + \beta(x) \\ x = \varphi(t) \end{cases} \quad (\alpha(x) \neq 0, \varphi'(t) \neq 0)$$

ナル形、変換 + ラザルベカラス。然レコレハ一真、近傍 = テ、話 + ルモ各真、近
傍 = テ (11) ノ如キ変換 + レル、元、Topologische Abbildung .. 恒 = (11) ノ
如キ変換 + ラザルベカラス。

逆 = (11) ノ如キ形、変換 = ヨリ任意、才 = 階微分方程式カ他、任意、才
= 階微分方程式 = 変形シ得ルトハ必ズレモ云ヘズ。其レガ変形シ得ル場
合ハ冒頭ニ述ベタル如ク本年四月、年会ニテ発表セル所ナリ。

3. 才 n 階微分方程式ノ場合

ニツ、才 n 階微分方程式ヲ互ニ abbilden スル Topologische Abbildung
= 於テ一真 (x_0, y_0) ガ (t_0, z_0) = abbilden サレ、 (x_0, y_0) ヲ通ル一解 $k(x)$ ガ
 (t_0, z_0) ヲ通ル解 $k(t) =$ abbilden サレツトスル。今 (x_0, y_0) ヲ通り $k(x)$ ト $(n-1)$ 回
ノ切觸ヲナス解 $u(x)$ 、Bild ヲ $v(t)$ トスレバ、 $v(t)$ リ $k(t)$ ト (t_0, z_0) = 於テナハリ
 $(n-1)$ 回ノ切觸ヲナス。セ何ト + レバ、若シ然ラズトセバ、即チ $v(t)$ ガ $k(t)$ ト (t_0, z_0)
= 於テ $n-1$ 回以下ノ切觸ヲナストセバ、 (t_0, z_0) ノ近傍 = テ 真 (t_0, z_0) ヲヨキリ $v(t)$
ト $k(t)$ トノ間 = 挟ムル解ハツクトモ ∞^2 ノ自由度ヲ有ス。然ルニ此ノBildトレテ

(x_0, y_0) を通り $u_1(x)$ と $h(x)$ と、間 = 挟マレル = 割ル解、自由度 $\infty + 1$ 、故 = 相

解 = 必ズしも相異ル解が對應セズ。従ッテ Topologische Abbildung = 矛盾ス
 同様 = シテ (x_0, y_0) を通り $h(x)$ と $n-2$ 回、切觸ヲスル一解 $u_2(x)$ 、Bild $v_2(t)$
 (t_0, z_0) を通り $k(t)$ と $n-2$ 回、切觸ヲナス。然ル = 一般 = $h(x)$ 或ハ $k(t)$ と (x_0, y_0)
 或ハ (t_0, z_0) = テ少クトモ $n-2$ 回、切觸スル解。夫々

$$(12) \quad \begin{cases} C_1(u_2(x) - h(x)) + C_2(u_1(x) - h(x)) + h(x) \\ C_1(v_2(t) - k(t)) + C_2(v_1(t) - k(t)) + k(t) \end{cases} \quad \begin{cases} C_1, C_2 \text{ arbitrary} \\ \text{constants} \end{cases}$$

= テ與ヘラレル。然レテコレヲ Ξ = 他 = abbilden サレル。然ル = Wronskian

$$\begin{vmatrix} u_2(x) - h(x) & u_1(x) - h(x) \\ u_2'(x) - h'(x) & u_1'(x) - h'(x) \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} v_2(t) - k(t) & v_1(t) - k(t) \\ v_2'(t) - k'(t) & v_1'(t) - k'(t) \end{vmatrix}$$

ハ夫々 $x = x_0$ 、或ハ $t = t_0$ を除イテハ x_0 或ハ t_0 、近傍 = テ零トナラス。故 = (12)

ハ夫々 $x = x_0$ 、或ハ $t = t_0$ ナルガ由クナク除イテ (x_0, y_0) 或ハ (t_0, z_0) 、近傍 = 於

テ n 回微分方程式ノ解 = シテ今考フル所ノ Topologische Abbildung = ヲリ

Ξ = 他 = abbilden サレル。故 = $2_1 = 2$ ヲリテ、Topologische Abbildung

(x_0, y_0) 、近傍 $(x - x_0)$ ナル由ク除イテハ (11) ナル形 = テ表ハサル。故 = 連続性

ヨリ $x = x_0$ ナル由クナクシテモ (x_0, y_0) 、近傍 = テ (11) ナル形 = テ表ハサル。尚又任

意ノ由ク、近傍 = 於テ (11) ナル形 = テ表ハサレルヲ以テ、考フル所ノ Topologische

Abbildung、(11) ナル形、変換ナラサルベカラズ。又 $2_1 = 2$ 於テ (11) を誘導

セル徑路ヨリ、此ノ際 $\alpha(x)$ 、 $\beta(x)$ 、 $\varphi(t)$ ナル n 回微分可能ナルコトモ容易ニ推察

サレル。以上 2 3 を綜合シテ次ノ定理ヲ得ル。

定理：ニツノ $n (n \geq 2)$ 階微分方程式ノ解ヲ Ξ = abbilden スル Topologische Abbildung、

$$\begin{cases} y = \alpha(x)z + \beta(x) \\ x = \varphi(t) \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha(x) \neq 0, \varphi'(t) \neq 0, \\ \alpha(x), \beta(x), \varphi(t) \text{ } n \text{ 回微分可能} \end{cases}$$

ナル変換 = 限ル

第 2 階以上、即ち一般に第 n 階微分方程式 = 就て、如何なる場合 = 上
述ノ如キ変換 = して、第 n 階微分方程式 = abbilden されるカ。筆者、今
研究中、所ナリ。

1934, 7, 31,

(8, 2 受取)

正誤一 糸形微分方程式、Topologische Abbildungen
= 就て — 中野秀五郎 (第5号)

2頁

$$\begin{cases} z_2 = \varphi(z_1) \\ t_2 = \psi(t_1) \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = \varphi^{-1}(z_2) \\ t_1 = \psi^{-1}(t_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \dots \\ x = \psi(t) \end{cases}$$

ヲ

$$\begin{cases} z_2 = \varphi(z_1) \\ t_2 = \psi(t_1, z_1) \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = \varphi^{-1}(z_2) \\ t_1 = \psi^{-1}(t_2, z_2) \end{cases}$$

$$y = \psi\left\{\psi(t_1, \frac{z-h(t)}{u(t)}\right\} \varphi\left\{\frac{z-h(t)}{u(t)}\right\} + h(t)$$

$$x = \psi(t_1, \frac{z-h(t)}{u(t)})$$

$\psi(t, z)$ ハ t = 関ニテ 増加 或ハ 減少 連続 函数, z
ニテ 連続, 従ツテ t, z = 関ニテ 連続ナリ (南雲氏 = コレ)

2頁

$$(9) \quad y = \alpha(x)z \quad \text{ヲ} \quad y = \alpha(x)z + \beta(x) \quad \text{トス}$$