



Title	聯立線形常微分方程式ノ解ノ Topologische Abbildungen 二就テ
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1934, 7, p. 1-3
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73853
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

17. 聯立線形常微分方程式・解・topologische Abbildungen

= 就テ

中野秀五郎 (一高)

紙上談話会 5号 = 於テ 線形常微分方程式・解・topologische Abbildungen = 関シテ 述ベツ。次 = 当然 聯立線形常微分方程式・場合ハ 如何ト云フ 問題ガ 起ル。然レ此場合ハ 非常 = 簡單 = シテ 問題 = ナラヌト云フコトヲ 此處 = 注意シタイ。幾何学的 = 考ヘテ 互 = 交ラス" 且 $n+1$ 次元空間ヲ 充タス 曲線ノ Scharハ 又他ノ 斯ノ如キ Schar = topologische = abbilden サレルコトハ 明テ" アルニツノ n 階 線形常微分方程式ヲ

$$(1) \quad \frac{dy_i}{dx} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x) y_j + b_i(x) \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ (a < x < b)$$

$$(2) \quad \frac{dz_i}{dx} = \sum_{j=1}^n c_{ij}(x) z_j + d_i(x) \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ (a < x < b)$$

トスル。然レトキハ (1), (2) ノ 解ヲ

$$(3) \quad y_i = y_i(x | x_0, y_1^{(0)}, \dots, y_n^{(0)})$$

$$(4) \quad z_i = z_i(x | x_0, z_1^{(0)}, \dots, z_n^{(0)})$$

ナルガ如キ 形ヲ = 表ハサレル。此所 = $x = x_0$ + ルトキ $y_i = y_i^{(0)}$ 又 $x = x_0$ + ルトキ $z_i = z_i^{(0)}$ + ルモノトス。今 n 次元全空間 = n 次元全空間ハ、任意ノ topologische Abbildung ヲ

$$(5) \quad z_i^{(0)} = y_i(y_1^{(0)}, \dots, y_n^{(0)}) \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

トス。又

$$(6) \quad t = \Psi(x | y_1^{(0)}, \dots, y_n^{(0)})$$

ハ $y_i^{(0)}$ ヲ固定シタトキ, $a < x < b$ ヲ $a < t < b'$ ハノ任意ノ Topologische Abbildung トシ, n 個ノ変数 $y_i^{(0)}$ = 対シ連続トス. 然ル
トキハ又 $n+1$ 変数 $x, y_i^{(0)}$ = 関シテ連続ナルコトハ簡單ニ証明
サル. 一方 (3) 或ハ (4) ハ $y_i^{(0)}$ 或ハ $z_i^{(0)}$ = 関シテ一意的ニ解クコ
ヲ得ルヲ以テ (3), (4), (5), (6) ヨリ $y_i^{(0)}, z_i^{(0)}$ ヲ eliminate セル

$$z_i = \Phi(x, y_1, \dots, y_n, | x_0, t_0)$$

$$t = \Psi(x, y_1, \dots, y_n | x_0, t_0)$$

ナル $n+1$ 次元空間ノ Topologische Abbildung ヲ得ル. ココテ
 x_0, t_0 ハ 常数トシテ固定ニテ置ケモ, y_i, Ψ ヲ色ヲ取ルコトニヨリ
(1) ヨリ (2) ハノ任意ノ Topologische Abbildung ヲ得ル. 上ノ証明
ニテハ (1) 或ハ (2) カノ系泉ヲ加ルコトヲ必要トセスニテ唯 (3) 或ハ
(4) ナルカ"如キ角解ヲ有ス可キコトノミカ"必要トサレテ耳.

以上ニテ全テノ Topologische Abbildungen カノ扱カラレタルヲ
實際計算ノ上ニテハ"如キカ"便利ナラント思フ. 簡單ノ例ニ
(1) ヲ Matrix 及ビ Vector ノ形ニテ言ヒセハ

$$\gamma y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$$

$$\sigma(x) = (a_{ij}(x))$$

$$b(x) = [b_1(x), \dots, b_n(x)]$$

$$(7) \quad \frac{d\gamma y}{dx} = \sigma(x)\gamma y + b(x).$$

(7) ノ一解ヲ γy_0 トシテ

$$\overline{\gamma y} = \gamma y - \gamma y_0$$

ト置ケハ" (7) ハ

3.

$$(8) \quad \frac{d\bar{y}_j}{dx} = \sigma(x)\bar{y}_j$$

トナル. コレハ n 個ノ独立ナ解 $\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_n$ ヲ有シ, 行列式

$$X(x) = [\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_n]$$

ガ零 = アラサ"レコトハ 聯立線形微分方程式ノ理論ヨリ ヨク知ラ
レタル所ナリ. 故ニ

$$\bar{y}_j = X(x)\bar{\bar{y}}_j$$

トヲケハ" (8) ヲリ

$$\frac{dX(x)}{dx}\bar{\bar{y}}_j + X(x)\frac{d\bar{\bar{y}}_j}{dx} = \sigma(x)X(x)\bar{\bar{y}}_j$$

$$\therefore \frac{d\bar{\bar{y}}_j}{dx} = 0$$

ヲ得ル. 故ニ (7) ハ

$$\mathcal{E} = \{X(x)\}^{-1} \{y - y_0\}$$

ナル変換 = ヲ

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = 0$$

= 変換ナル. 同様ニミテ (2) モ力カル所 = 変換セハ"後ハ

$$\frac{d\bar{y}}{dx} = 0$$

ヲ区間ノ異ナル所ヘノ Topologische Abbildung = ナリ, ナ一階
ノ場合ノ内題トナル. (9.8, 17 爰取)