



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Homologiegruppe $\Gamma$ Heegaard-diagramm (承前)                             |
| Author(s)    | 小松, 醇郎                                                                      |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1934, 8, p. 4-7                                                  |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/73858">https://doi.org/10.18910/73858</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 22. Homologiegruppe と Heegaarddiagramm (承前)

✕

・ 小 松 醇 郎 (阪大)

紙上数学談話会ヲ = 号デ開可符号ニ次元集合体, 種類 = カスル条件ヲ求  
メタガ其, 後, ヨリ精密 + 結果及ビ關聯スル問題ヲ述ベヨリ, 是ニ就テハ  
次, 論文カラ出發スル

I. Singer, "Threedimensional Manifolds and their Heegaard diagrams," Transact. of the Amer. Math. Soc., 1933, Bd. 35.

K. Reidemeister, "Zur dreidimensionalen Topologie," Hamb. Abhandl. 1933. Bd. 9.

K. Reidemeister, "Heegaarddiagramme und Invarianten von Mannigfaltigkeiten." Hamb. Abhandl. 1934, Bd. 10.

最後, 論文ハ前二者, 論文ヲ使ヒ, 要スル = 一次元ベツチ数  $p^1 = 0$  + ル  
集合体 = 就テ, 一種, topologische Invarianten ヲ與ヘタ事 = 歸スル

第ニ号, 原稿デ Victorio - Mayer, 關係式カラ一ツ, Heegaard-  
diagramm, 両方, Vollbogenen  $\Sigma_1, \Sigma_2$  テ homolog  $0$  ト + ル 柄  
+  $\Sigma_3$ , freie Basis, 数  $\gamma^1$  カ止, 集合体, ベツチ数  $p^1$  ト + ル 事カ分  
ル. リコテ  $\Sigma_3$ , Wegegruppe ヲ "abelschmachen" ニテ Erzeugende  
 $s_i, t_i$ , freie abelsche Gruppe = スル.  $t_i$  ハ  $\Sigma_1$  テ homolog  $0$  テアリ,  
 $\Sigma_2$  テ homolog  $0$  ト + ル 曲線系  $r_i$  カニ次, Relationen カ生スル.

$$(1) \quad r_i = \sum_k g_{ik} s_k + \sum_k h_{ik} t_k \quad (i=1, 2, \dots, p),$$

topologische Abbildung ハ  $r_i, s_i, t_i$ , Automorphismen テ  
ルカラ Matrix  $(g_{ik})$  ヲ Normalform = 變ヘテ 考ヘルト Matrix  $(g_{ik})$ ,

Rang  $\Rightarrow p$  とスレバ  $p - p = p!$ . Min.  $p = g$  ならアルカラ又 Min.  $p$  が  
 分れる種数  $g$  が分る. Matrix  $(g_{ik})$ , Invariant Faktor なら  $i \leq p$  大  
 ナルモ, 集合体, Torsionskoeffizient,  $g = p!$  数  $p!$   $p$  如何  
 $= p!$  なら  $p$  不変, 且  $p \geq g$ .

ソレ故 Torsionszahl  $\Rightarrow$  固有値数 (RP  $\neq$  Injizienz-Matrix, Ele-  
 mentalteiler, うち  $i$  と異ル  $p$ , 数)  $p$  とスレバ Geschlecht  $g$ .

$$g \geq p! + p,$$

Matrix  $(g_{ik})$ , Elementarteiler 何れも  $i \leq p$  大とスレバ Rang

$$p = p, \quad g = p! + p.$$

又若し種数  $g = p!$  かつスレバ  $p$ , 集合体  $p$  Torsionskoeffizient  $\Rightarrow$   
 持ち  $p+1$ , 等  $p$  言へル.

次  $g = p! + p$  と  $p$  Mannigfaltigkeiten  $\Rightarrow$  言聞べル  $\times =$  Relation-  
 nen (1)  $\Rightarrow$  Automorphism なら変形スル, 先ッ

$$r_i = g_i \cdot s_i + \sum_k h_{ik} t_k$$

$$(2) \quad \begin{cases} g_i > 1 & i = 1, 2, \dots, p \\ g_i = 1 & i = p+1, \dots, p \\ g_i = 0 & i = p+1, \dots, p \end{cases}$$

$p$  Normalgestalt = 変へラレタトスル,  $r_i, r_k$   $p$ , Schnittzahlen,  
 関係.

$$(3) \quad \text{Sch. } (r_i, r_k) = g_i h_{ki} - g_k h_{ik} = 0$$

次 = Automorphism

$$(4) \quad d_i = \Delta_i^* + \sum_k b_{ik} t_k^*, \quad t_i = t_i^* \quad (i=1, 2, \dots, p)$$

$$b_{ik} = b_{ki} = b_{ik}$$

ヲ施シテ  $b_{ik} = 0$  wenn  $i = \gamma+1, \dots, p$  = スル.

$$\Gamma_i^* = g_i \Delta_i^* + \sum_k (g_i b_{ik} + h_{ik}) t_k^*$$

デアルカラ,  $i \leq \gamma$ ,  $t_i \neq 0$   $b_{ik} = -\frac{h_{ik}}{g_i}$  = トル. (3) 式ヨリ

$b_{ik} = b_{ki}$ , 即チ  $(b_{ik})$  Matrix 乃 Automorphism ヲ與ヘルタメ,  
必要且充分ノ条件ガ充タサレル様ニ  $b_{ik}$  ノ値ヲ取リ  $h_{ik} = 0$  ( $i = \gamma+1, \dots, p$ )  
= スルヲ得ル 故ニ

$$\begin{cases} \Gamma_i = g_i \Delta_i + \sum_k h_{ik} t_k & i \leq \gamma \quad g_i > 1 \\ \Gamma_i = \Delta_i & i = \gamma+1, \dots, p \\ \Gamma_i = \sum_{k=\gamma+1}^p h_{ik} t_k & i = p+1, \dots, p \end{cases}$$

トナル.  $i = \gamma+1, \dots, p$ , Identical ヲ與ヘル Relationen

$$\begin{cases} v_i = \Delta_i \\ u_i = \sum_k m_{ik} \Delta_k + t_i \end{cases}$$

$u_i \in \sum_2$  乃 homolog 0 トナリ  $\sum_3$  Basis

= 同様に  $u_i^* = u_i + \sum_k m_{ik} \Gamma_k$   $\Gamma_i^* = \Gamma_i$  ヲ施サシ

$$(5) \quad \begin{cases} \Gamma_i = \Delta_i \\ u_i = t_i \end{cases}$$

トナル.

此,  $p = \gamma+1$  個ノ Relationen, 乃  $q$  個ノ singular 意味, equivalent + Heegaard diagram = 移ル中増シタ種数トナルト

ラ"  $q$  が種数が減せられる。即ち

$$g = p' + \gamma + q \quad q \leq p - \gamma.$$

此、 $q$ 、決定す。Heegaarddiagramm = 本質的 = 難し  
モ、包含の問題である。

此處の問題は、 $\gamma = \gamma' = \gamma''$  である。[5]、Relationen 11 Homologie、性  
質を表す。故に  $\gamma = \gamma' = \gamma''$  は Wegegruppe、Relationen、如何なるモ  
ノか [5]、Relationen を與へる力、等しい [5]、Relationen を與へて  
 $\gamma$  Wegegruppe、Relationen 11 異なり得る。此、問題は 11 一般、  
freie gruppe 及び  $\gamma$ 、Automorphismengruppe と、関係ヲ調  
べねばならぬ。

次に Wegegruppe、Relationen 等しいヲ示す。且つこれ 11 äquiva-  
lent + Heegaarddiagramm を與へるト 11 等しい。是が解決サ  
レレ 11 所論 Poincaré、Vermutung を解決サレルヲアロウ。此  
11 問題は 11 freie gruppe と Heegaarddiagramm と、関係ヲ調  
べねばならぬ。 (1934, 8, 18, 信州 = 7)

( 8. 21 受取 )