



Title	アル種ノ Riemann面ノ等角描寫ニツイテ
Author(s)	小林, 善一
Citation	全国紙上数学談話会. 1934, 16, p. 10-14
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73882
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

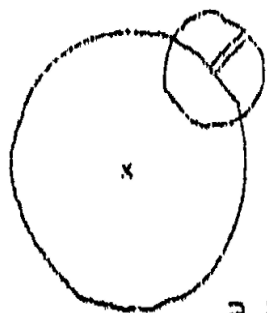
小林 善一 (東京高師)

今看 / 數物總會 $\neq$ "マル種 / Riemann面 = 對スル一 點ヲ除イター枚
 / 全平面 = 等角 = 描寫 $\neq$ "キル爲 / 一ツ / 十分條件ヲ述ベタ。

今 Riemann面 F が

I F = 属スル円板 (單葉又ハ複葉) ヲ作ルトキ一 點ヲ除ケバ スベ^テ。
 此ノ内 點ガ F = 属スルヲラバ 此ノ一 點モ 亦 F = 属スル。

II F / 單葉円板 D / 周上 = アル Rand-point ハ之ヲ中心トシ半径
 = 割ツテ切断 / アル F / 切断円板ガ作レル。但シ
 切線ハ D / 周ト直角 = 外方 = 向フモノトスル。



III F ハ 單一連結 $\neq$ "アル。

ヲ満足スルモノトシ 之ヲ (K)-class ト呼バウ。

周 = 少クトモニツ / 特異點ノアル 円板 (單葉) ヲ生産円板ト呼ビ^ソ /
 特異點 (有限ノモノ) カラ 円板 / 中心 = 引イタ直線ヲ生産矢線ト呼フ^{コト} = スル。

生産円板 / 球面中心 (円板 / 球面射影シ $\neq$ "生スル球面 円板 /
 中心 = 対応スル點) / 軌跡ハ 連結的ノ線系 $\neq$ "アル。之ヲ S トスル。
 F ヲ位相変換 = ヨツテ一 點ヲ除イタ全平面 = 描寫スルトキ S / 描寫ヲ
 トシ T ヲ。位相樹木ト呼フ^{コト} = スル。位相樹木 / 弧ノ角長トハ
 対応スル = 円板 / 分岐點ヲ共有スル生産矢線ノ間ノ角ヲ基トシテ
 リルコトトシ T / 任意ノ 點 a ヲ定メ a_0 = 結フ^{コト} T / 單一曲線ノ角長ノ

最小ヨモツテセ₁。カラ、角距離ト呼ブコトスル。

た。カラ θ ナル角距離 = アル₁ 角、数ヲ $\mu(\theta)$ 、又

$$\lambda(\bar{\theta}) = \max_{\theta \leq \bar{\theta}} \mu(\theta)$$

トオク。又 $\theta < \bar{\theta}$ = アル₁ 角長、和ヲ $P(\bar{\theta})$ トスルハ"

$$P(\bar{\theta}) = \int_0^{\bar{\theta}} \mu(\theta) d\theta \leq \bar{\theta} \lambda(\bar{\theta})$$

定理 I. (K)-class, Riemann 面 F = 於テ $\int_{\theta_0}^{\infty} \frac{\mu(\theta)}{\theta \lambda(\theta)}$ が發散スレバ F ハ拋物的ナルテ"アル。

が放セスル。春、報告、際、 F 、無限遠点 = ハ特異点、+イコト、及ビ"

t_0 = 対応スル生産円極、中心カ有限 = アルコト、等、條件ハ取リ去リ得ル。

尚、コ、定理テハ、アル種、楕圓函数ナリハバ、 s 及、逆函数、Riemann 面 = ハ効力カ及バテ。

進ニテ"

定理 II (K)-class, Riemann 面 F = 於テ $\int_{\theta_0}^{\infty} \frac{d\theta}{f(\theta)}$ が發散スレバ F ハ拋物的ナルテ"アル

が証明テ"キル様テ"アル。之ダト I ヨリ多少有カテ"アルカ"前記、例 = 効果、及バ+イコトハ前ト同様テ"アル。

定理 II、証明、概要ハ次、通りテ"アル。

面 F γ = 次、線 = ヨツテ = 角形、又ハ = 角形'範圍 = 分ケル。

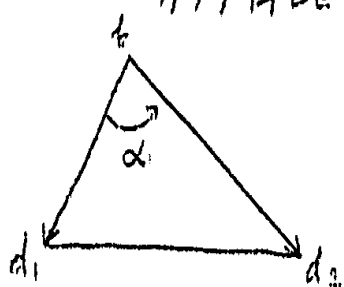
1° 生産中心、軌跡

2° 定円極 D 。(t_0 = 対応スルモ、) 12ハ"テ、生産矢線

3° 節円板 (周 = 三以上 / 分岐的 / アルモノ) / スベ"テ / 生産矢線

4° 極限円板 (楕円板 / 節実, 定実, 等含マ又 單-子弧上テ"t.

カラノ角距離, 最大+ルモノ = 対応スル円板) / スベ"テ / 生産矢線



ソノ中一ツ t, d_1, d_2 ヲトル。

$\begin{cases} t: \text{分岐点} \\ t, d_1, t, d_2: 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, \text{何レカ} = \text{属スル矢線} \\ d_1, d_2: 1^\circ \text{ノ部分} \end{cases}$

D. カラノ角距離 θ ヲ増加スル = ツルテ 対応スル矢線ガ' t ヲ中心トシテ 及 時計廻リヲナスモノヲ (+) 類, 時計廻リヲナスモノヲ (-) 類ト呼バ"ウ。 (+) 類 = 左テハ

$$(1) \quad y = \log(w - t) + (m - a)i$$

但シ $\begin{cases} w: F \text{ノ複素平面ヲ表ハス数} \\ a = \text{Amp}(d_1 - t) \\ m: t, d_1, D. \text{カラノ角距離} \end{cases}$

$$= \text{ヨリテ } \Delta t, d_1, d_2 \text{ ヲ } m < J(y) < m + \alpha$$

= 描写スル。 (-) 類 / $\Delta t, d_1, d_2$ ヲトルトキ

$$(2) \quad y = \overline{\log}(w - t) + (m + a)i \quad \text{但シ } \overline{\log} \text{ ハ } \log \text{ ノ共轭函数}$$

$$= \text{ヨリテ } m < J(y) < m + \alpha = \text{描写スル。}$$

F ハ (1) スハ (2) = ヨリテ 部分的等角 (角, 対応ハ ± = 様) = 塙状面 Y = 描写カレル。 次 = F ヲ

$$Z = Z(w)$$

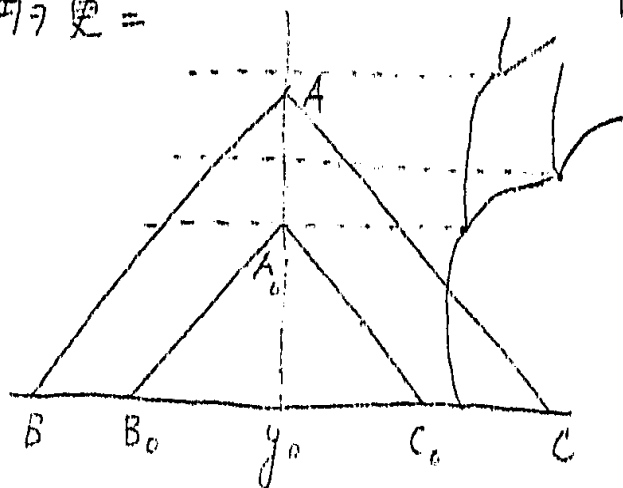
=ヨツテ、 $|z| < R$ = 描写シ此ノ内ヲ更 =

$$u = \log z$$

=ヨツテ帯狀範圍

$$0 \leq J(u) < 2\pi$$

=描写スル。



13,

p_0 は定円極 D_0 一矢線上ノ有限

点トシ Y 上 = ハ y_0 =, z 平面テハ $z=0$ = 対応スルモノトスル。

Y 上 y_0 ヲ斜辺ノ中点トスル直角三角形状 ABC テ作ル。ソノ内部ヲ $Q(\theta)$ (但シ $\theta = y_0 A$) トスル。切ロハ Y 内部ヲ走ル故。

$Q(\theta)$ = ハ z -平面テハ $q(\theta)$ カ、 u -平面テハ $q'(\theta)$ カ対応スルモノトシ之等ノ周ハ夫々内部ヲ走ル。

$q(\theta)$ ハ $z=0$ ヲ含ミ $|z|=R$ = 含マレル故 $z=0$ ヲ含ム少クトモ一ツノ巡回路カアル。故ニ $q'(\theta)$ ノ周ハ帯ノ内部ヲ走り周ノ長サ $l(\theta)$ ハ

$$(3) \quad l(\theta) \geq 2\pi$$

且
$$l(\theta) = \int_{BAC} \left| \frac{du}{dy} \right| |dy|$$

ナル。Schwarz ノ不等式ニヨリ

$$(4) \quad 4\pi^2 \leq (l(\theta))^2 \leq \int_{BAC} |dy| \int_{BAC} \left| \frac{du}{dy} \right|^2 |dy|$$

然ルニ

$$(5) \quad \int_{BAC} |dy| \leq 2K_1 \int_0^\theta n(\theta) d\theta, \quad \text{但シ} \begin{cases} K_1: \text{常数} \\ n(\theta) \text{ ハ高サ} \theta \text{ = 迄} \\ \text{ナル} Y \text{ノ葉数} \end{cases}$$

又 B, A, C 及 Γ BAC デ Γ カマレル範圍 = 対応スル帶狀範圍

1 面積ヲ $A(\theta)$ トスル

$$(6) \quad A(\theta) = K_2 \int_{\theta_0}^{\theta} \left\{ \int_{BAC} \left| \frac{du}{dy} \right|^2 |dy| \right\} d\theta$$

K_2 ハ 常数

$$\theta_0 = y_0 A_0$$

デ Γ アル。故 =

$$(7) \quad \frac{1}{K_2} \frac{dA}{d\theta} = \int_{BAC} \left| \frac{du}{dy} \right|^2 |dy|$$

(4), (5), (7) カラ

$$2\pi^2 \leq \frac{K_1}{K_2} \int_0^{\theta} n(\theta) d\theta \times \frac{dA}{d\theta}$$

$$\therefore \frac{K_3}{\int_0^{\theta} n(\theta) d\theta} \leq \frac{dA}{d\theta}$$

K_3 ハ 常数

$$\therefore K_3 \int_{\theta_0}^{\theta} \left\{ \frac{1}{\int_0^{\theta} n(\theta) d\theta} \right\} d\theta \leq A(\theta) \leq 2\pi (\log R - \log R_0)$$

$$R_0 = \min_{y \in A, B, C} |z|$$

$$\text{故} = \int_{\theta_0}^{\theta} \left\{ \frac{1}{\int_0^{\theta} n(\theta) d\theta} \right\} d\theta \quad \text{カ 發散 スルハ } F \text{ ハ 非力チ勿クテ } \Gamma \text{ アル。}$$

シカル = $F = \Gamma$ 生座兩極ノ分岐変換カ = ツ 其有限ナラハ

矢線ハ = ツ。一ツタケ有限ナラハ一ツ Γ アルカラ、

$$\mu(\theta) \leq n(\theta) \leq 2\mu(\theta)$$

$$\therefore \rho(\theta) = \int_0^{\theta} \mu(\theta) d\theta \leq \int_0^{\theta} n(\theta) d\theta \leq 2 \int_0^{\theta} \mu(\theta) d\theta.$$

9年10月18日 受取又。