



Title	函数ノ多葉性ニ就テ
Author(s)	尾崎, 繁雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1934, 20, p. none-none
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73896
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

全國紙上數學談話會 第20号

59 函数, 多葉性 = 就テ

尾崎 繁雄 (東京文理大)

$f(z) \neq 0, |z| \leq 1$ = 於ケル正則 p 葉函数トスル。シカモ $|z|=1$ 上テ"

$$\Re \frac{zf'(z)}{f(z)} > 0 \quad \text{或ハ} \quad 1 + \Re \frac{zf''(z)}{f'(z)} > 0$$

カ成立スル場合 = $f(z)$ ハ $|z| \leq 1$ テ" 星型" ナリ 或ハ 凸型" ナリト平ツコト
= スル。コノ定義ハ $p=1$ 場合, ソレト矛盾シタイコトハ 明カテ"アル。尙、是
等、幾何學的意味モ明カテ"アロウ。

以上、定義 = コツテ 單葉星型函数 或ハ 單葉凸型函数、理論
夫レ p 葉星型函数 或ハ p 葉凸型函数、場合 = 拡張テ"キル。例ヘハ

定理 1 $f(z) = z^p + a_{p+1}z^{p+1} + \dots + a_n z^n + \dots$ $\Rightarrow |z| < 1$ = 於ケル有
理型函数トスル。 $f(z)$ カ $|z| < 1$ テ" 正則且 p 葉星型" ナルタメ、完全
條件ハ $|z| < 1$ = 於テ $\Re \frac{zf'(z)}{f(z)} > 0$ ナルコトテ"アル。

証明。上ノ條件カ 十分ナルコトハ 明カテ"アル。(拙論、東京文理大
紀要 A2 (1934) 49 頁 定理 9' 參照) = 次 = 必要トコトヲ述"ル。 $|z| < 1$
テ" $f(z)$ ハ 正則且 $\frac{f'(z)}{z^p} \neq 0$ テ"アルカラ $\frac{zf'(z)}{f(z)}$ ハ $|z| < 1$ テ" 正則
トナル。シカモ $r < 1$ ヲ 十分 $1 =$ 近ク トツタ 場合 = $f(z)$ ノ 星型性ヨ
リ $|z|=r$, 上テ" $\Re \frac{zf'(z)}{f(z)} > 0$ テ"アルカラ 結局 $|z| < 1$ テ" $\Re \frac{zf'(z)}{f(z)} > 0$
トナル。

定理 2 $f(z) = z^p + a_{p+1}z^{p+1} + \dots + a_n z^n + \dots$ $\Rightarrow |z| < 1$ = 於ケル
有理型函数トスル。 $f(z)$ カ $|z| < 1$ テ" 正則且 p 葉凸型" ナルタメ、
完全條件ハ $|z| < 1$ = 於テ $1 + \Re \frac{zf''(z)}{f'(z)} > 0$ ナルコトテ"アル。

証明。 $g(z) = zf'(z)$ カ $|z| < 1$ テ" 正則且 p 葉星型" ナルタメ

1 完全条件ヲ求ムレバヨシ 即ち 定理 1 ヨリ上式ヲ得ル、

以上 1 = 定理 1 $p=1$ 1 場合ハ已ニ小堀氏ニヨリ証明サル
ヲ得ル / テ"アルカ" 唯 $f(z) = 1$ イテ、1 假定ヲ幾分一般化シテアル。

又、 $\phi(z) = z^p + c_1 z^{k+p} + \dots + c_n z^{nk+p} + \dots$ カ" $|z| < 1$ テ" 正則
且 p 葉星型ナル場合ニハ

$$f(\zeta) = [\phi(z)]^{\frac{k}{p}} = \zeta + d_2 \zeta^2 + \dots + d_n \zeta^n + \dots \quad (\text{但 } \zeta = z^k)$$

ハ $|\zeta| < 1$ テ" 正則且 p 葉星型トナル。コノコトハ

$$\frac{zf'(\zeta)}{f(\zeta)} = \frac{z\phi'(z)}{p\phi(z)} \quad \text{ヨリ 容易ニワカルコトヲ"アル。}$$

コノ性質ヲ利用シテハ、結果ヲ得ラル。

定理 3 $\phi(z) = z^p + c_1 z^{k+p} + \dots + c_n z^{nk+p} + \dots$ カ" $|z| < 1$ 1 正
則且 p 葉星型ナル場合ニハ、 $|c_n| \leq \left(\frac{\frac{2p}{k} + n - 1}{n} \right) \quad (n=1, 2, \dots)$ ナリ

等号ハ $\phi_0(z) = \frac{z^p}{(1-z^k)^{\frac{2p}{k}}}$ 1 際起ル。

定理 4 $\phi(z) = z^p + c_1 z^{k+p} + \dots + c_n z^{nk+p} + \dots$ カ" $|z| < 1$ テ"
正則且 p 葉凸型ナル場合ニハ、 $|c_n| \leq \frac{p}{nk+p} \left(\frac{\frac{2p}{k} + n - 1}{n} \right) \quad (n=1, 2, \dots)$ ナリ

等号ハ $\phi_0(z) = \int_0^z \frac{z^{p-1}}{(1-z^k)^{\frac{2p}{k}}} dz$ 1 際起ル。

特ニ $p=1$ 1 場合ハ Gröschman 及 K. 能代氏ニ依テ証明サレテ
居リ、上ノ証明モ亦 能代氏ノソレニ依ツテ行フコトカ" 出来る。(能代氏
北海道帝大紀要 2 (1934), 131 頁参照)

其他定理 3 或ハ 4, 假定ノ下ニ $\phi(z)$ 1 Polynomial section
1 星型半径, 凸型半径ヲ決定スル理論等モ全ク類似ニ進ミ得ル
ヲ得ル。

(11月20日 受取)