



Title	函数の單葉性1
Author(s)	佐藤, 徳意
Citation	全国紙上数学談話会. 1934, 21, p. 1-2
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73898
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

全国紙上数学談話会第21号

61. 函数・単葉性 1 佐藤徳意(北大)

能代清氏・御研究ヲ讀ニテ"次ノ様トモノヲ得マシタ。引用ハ全ク紙上談話会第18号51・121氏ノモノヲ"ス。"スツ"定理B 説明ニモアリマス様ニニ微分学ノRolleノ定理カ"複素函数又ノ"トニトニ"トカヲ示シテ共マス。今之ヲ"張"ニテTaylorノ定理ニ"スレバト"ト"ル。"乘利"余ヲLagrangeノ"開"ニ"本"自"當"スル"ニ"ス"ル"ト

定理1. $f(z)$ ハ凸状領域 D ヲ"正則"ニシテ $z, a \in D$ トシ

$$f(z) = f(a) + (z-a)f'(a) + \frac{(z-a)^2}{2} f''(a) + \dots + \frac{(z-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \frac{(z-a)^{n+1}}{(n+1)!} \left\{ R f^{(n+1)}(a + \theta_1(z-a)) + i \int f^{(n+1)}(a + \theta_2(z-a)) \right\}, 0 < \theta_1, \theta_2 < 1$$

リ。

次ニ $f(z) = \frac{1}{z} + a_0 + a_1 z + \dots$ ノ"複素"函数ノ"單葉性"ニツイテハ定理B'カ"原"点ヲ中心トスル或"内"内ノ"コト"ニツイテ"示"スル"事"ヲ"示"ス。或"内"ヲ"令"領域或"カ"ク"リ"又"イ"タ"ト"示"ス。"次"ノ"様"ト"定"理"カ"ヲ"示"ス。

定理2.

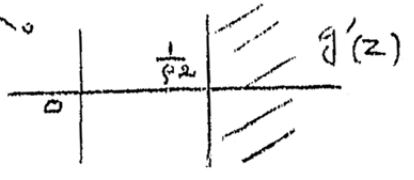
$$f(z) = \frac{1}{z} + a_0 + a_1 z + \dots = \frac{1}{z} + g(z)$$

原"点"ヲ"含"ム"領域 D ヲ"原"点ヲ"除"ク"テ"正"則"ニシテ

$$\operatorname{Re} e^{i\omega} g'(z) > \frac{1}{\rho^2} \quad (\omega \text{ 実数})$$

カ"成"立"ス"ル"ト"シ"テ $f(z)$ ハ $\rho < |z| < D$ ヲ"單"葉"ト"ス。

此"正"明"ハB'ノ"正"明"ヲ"變"形"ス"ル"ト"出"来"マ"ス。又"図"ノ"考"察"ヨリ"モ"簡"單"ニ"出"来"マ"ス。



この定理より定理Bヲ用ヒテ此ノ結果ニ平行ニ夕モノヲ"スカ"大
 出セル本質ヲ"ス。

更ニコノ考ヘテオ左ヨリスルハ"次ノ系ヲ得マス。(何モ $\rho = \rho$ ル
 事ヲ"ハ"マセンカ"簡單ノ為ニ)

系。 $f(z) = \frac{a_{-2}}{z^2} + \frac{a_{-1}}{z} + a_0 + a_1 z + \dots$

ハ $0 < |z| < \rho$ 内則

$$\operatorname{Re} e^{i\omega} \left(f(z) + \frac{2a_{-2}}{z^3} + \frac{a_{-1}}{z^2} \right) > \frac{2\rho|a_{-2}|}{\rho^4} + \frac{|a_{-1}|}{\rho^2}$$

が成立スルヲ"ハ" $\rho < |z| < \rho$ 内則

(11, 24 復取)