



Title	函数方程式 $f(x) = \frac{1}{2} \int_{x-1}^{x+1} f(t) dt$ ニ就テ II
Author(s)	南雲, 道夫; 角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1934, 22, p. 68-1-68-2
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/73905
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

68 函数方程式 $f(x) = \frac{1}{2} \int_{x-1}^{x+1} f(t) dt = \text{定数}$ II

(阪大) 南雲道夫 角谷静夫

21号 = 定数

$$f(x) = \frac{1}{2} \int_{x-1}^{x+1} f(t) dt$$

か" $ax+b$ 以外 = integral function を解トシテ有スルカヲ問題トシテ残
シテ置イタカ" 此, 方程式ハ解トシテ $ax+b$ 以外 = 初等的 + integral
function ヲ有スル。シカE linearly independent + integral function
ヲ abzählbar unendlich 4"4 有スルコトガワカツタ。

即チ

$$f(x) = e^{\alpha x}, \quad \alpha: \text{複素数}$$

トシテ上式ヲ満足スル様 = α ヲ定メルコトガ出来ル。簡單 + 計算, 結果 α ハ

$$\varphi(\alpha) = \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{2\alpha} - 1 = 0$$

ヲ満足スルコトガ必要 = シテ十分ナル。 $\varphi(\alpha)$ + $\alpha = 0$ 關シテ, integral
function ハ無数ノ零點ヲモツ。(コレヲ α_n トスル)

$$\alpha = a + bi, \quad a, b \text{ real}$$

トシテソノ分布ヲシラヘ"ル

$$b = \pm e^{|\alpha|} (1 + o(1))$$

$$a = \pm \cot b \cdot b (1 + o(1))$$

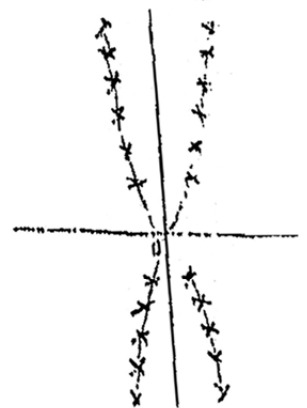
7" 大体等距離, 割合7" 分布シテナル。

且, $e^{\alpha_n x}$ ハ互 = linearly independent ナル。

之カ7 若シ $\sum c_n e^{\alpha_n x}$ が一様收斂シラバ之カ又問題, 方程式ヲ満
足スルコトハ明カ7"ナル。從"7"逆 = 問題, 方程式ヲ満足スル函数ガ
 $ax+b + \sum c_n e^{\alpha_n x}$ ナル形 = 表ハサレルカ? トユ7 畢カ" 問題ト7"ル。コレハ

仲ハ容易7"イ。

尚上ト同様 + 問題及ビ" 方法ガ一般 = Stieltjes 積分



$$\int_{x-a}^{x+a} f(t) d\varphi(t) = 0$$

此の函数方程式 = モ拡張サレル。 ∴ 場合 = ハ

$$\int_{-a}^{+a} e^{\lambda t} d\varphi(t) = G(\lambda)$$

トスレバ $G(\lambda)$ ハ λ 1 integral function 7 "アル。 λ_n 7 ヲ 零 点 トスレバ

$$f(x) = e^{\lambda_n x}$$

ハ問題 1 方程式 7 満足スル。 従ツテ 又 問題 1 方程式 7 満足スル 函数 $f(x)$ ガ $\sum c_n e^{\lambda_n x}$ 7 形 7 表ハサレルカト云フ 問題 7 生ヅル。

此 1 拡張カク 問題 1 7 特殊 7 場合 トシテ 週 期 函 数 7 Fourier 級 数 = 展 開 スル 問題 7 含 ン テ "ル。 何 ト スレバ

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ 1 } t \neq \\ 1 & 0 < t \leq 1 \text{ " } \\ 0 & 1 < t \text{ " } \end{cases}$$

トスレバ 函 数 方 程 式 ハ

$$f(x+1) - f(x) = 0$$

$$\text{又 } G(\lambda) = e^{\lambda} - 1$$

此 1 零 点 ハ $\lambda_n = 2n\pi i$ 従ツテ 1 7 週 期 トスル 函 数 ガ $\sum c_n e^{2n\pi i x}$ 7 形 7 表ハサレルカト云フ 事 7 問題 トル。 之 ガ 即チ Fourier 級 数 論 = 外 ナラナイ。

(12月4日)