OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	L’hypothese du continu ニ関スル Sierpinski ノ定理ニ就テ
Author(s)	稲葉, 三男
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 32, p. 2-4
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74021
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

99. L'hypothese du continu ニ関スル Sierpiński ノ定理ニ就テ

稲葉三男 (五高)

Sierpinski ハ Fund. Mathematicae, XXIII デ L'hypothèse du continu H ガ次ノ命題ト équivalent ナルコトヲ証明シタ。

(P_0): 可附番ナ平面集合ノ Famille F ガ存在シテ次ノ性質ヲ備ヘテ居ル。即チ F ノ集合可附番以上ノ無限個ノ和ハ何レモ如何ナル一次元(直線上ノ)集合ニモ homéo-morphe デナイ。

ココデ、コノ homéomorphe ノ代リニ Sierpiński ノ Quasi-homéomorphe (併シ classe ハ 0, α) トシテモ差支ヘナイ, ソノ証明法ハ Sierpiński ノヲ殆ド借用出來ル。吾々ノ命題ヲ (P_α) トスル。

$P_\alpha \longrightarrow P_0 \longrightarrow H$ ナルコトハ Sierpiński ニヨツテ明カデアルカラ

$H \longrightarrow P_\alpha$ ヲ導ケバヨイ。

$H \longrightarrow P_\alpha$ ノ証明.

可附番以上ノ Borel 集合ノ全体ノ Famille ハ $2^{\aleph_0}$ 丈アッテ、$H(2^{\aleph_0}=\aleph_1)$ ニ次ノヤウニ排列サレル。

$B_1, B_2, \cdots\cdots, B_\omega, B_{\omega+1}, \cdots\cdots, B_\xi, \cdots\cdots$ $(\xi < \Omega)$

(Ω ハ濃度ガ $\aleph_1$ デアル最小超限序数)

$\alpha < \Omega$ ニ對シテ B_ξ $(\xi < \alpha)$ トハ少クモ一点ヲ共有スル可附番集合 E_α ガ存在スル。$F = \{E_\alpha\}_{\alpha < \Omega}$ トスレバ之レガ問題ノ F デアル。

今 S ヲ E_α ノ可附番以上ノ無限個ノ和トスレバ、スベテノ $\alpha\ (< \Omega)$ ニ對シテ $S \cdot B_\alpha \neq 0$ デアル（$\alpha < \xi$, $E_\xi \subset S$ ナル ξ ガ存在シ $0 \neq B_\alpha \cdot E_\xi \subset B_\alpha \cdot S$ デアルカラ）

假リニ S ガ直線上ノ集合 L = Quasi－homéomorphe (classe ハ $0, \alpha$) デアルト假定シテ見ル。Laurentieff－Kuratowski ノ定理. [Kuratowski, Topologie, I, 1933, p. 221] ニヨッテ、コノ homéomorphe ハ S, L ヲ夫々含ム classe $\alpha+1$ デアル Borel 集合 S^*, L^* ニ接続スルコトガ出來ル。$C(S^*) \equiv$ 平面$-S^*$ モ Borel 集合デアル。

$C(S^*)$ ハ可附番デハナイ，モシソウデアルトスルト S^* ハ $x=a$, $y=b$ ナル二直線ヲ含ム從ッテ、コノ二直線ヨリナル集合ガ直線上ノ集合ニ一對一ニ連続ニ寫像サレルコトニナルガ之ハ不可能デアル。

從ッテ $C(S^*)$ ハ B_ξ $(\xi < \Omega)$ ノ一ツニ違ヒナイ。トコロガ

$$C(S^*) \cdot S \subset C(S^*) \cdot S^* = 0, \quad C(S^*) \cdot S = ($$

コレデハ S ノ性質ニ反スル。故ニ S ハ直線上ノ集合ニハ quasi－homéomorphe (classe ハ $0, \alpha$) デナイ。

（証明了）

コノ Quasi－homéomorphe ノ classe ヲ α, β トシ

テハドウカト考ヘテ見テモ、之レハ次ノ定理ノタメニ駄目ナコトガ分ル。

Complet, séparable, 自己稠密ナ空間ハ無理数全体ノ集合ニ quasi-homéomorphe (classe ハ 1,0) デアル。[Kuratowski, Fund. Math. XXII, p. 210]

(註) AガB = quasi-homéomorphe (classe α, β) トハ $A=f(B)$, f ガ一意, Baire, classe α, ソノ逆函数 $B=g(A)$ ガ一意, Baire, classe β ナルコト。

(二月二十八日)