



Title	多次元空間曲線ノ射影微分幾何ニ就テ
Author(s)	蟹谷, 乗養
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 32, p. 5-8
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74022
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

100. 多次元空間曲線ノ射影微分幾何ニ就テ

蟹谷 乘 展

紙上談話會ニヨツテ種々面白イ研究ノ話ヲ知ラシテ頂ク
コトハ特ニ吾々遠隔ノ地ニ居ル者ニ取ツテ大疾有難イコトデ
アリマス。執筆シテ下サツタ諸賢並ニ編輯ノ勞ヲ取ツテ下サ
ル阪大ノ教室ノ各位ニ厚ク御礼申シ上げマス。

人ノ話バカリ聞イテ自分ガ黙ツテ居ルノモ義理ガ悪い様
ニ思ヒマスノデ此頃考ヘテ居ルコトヲ披露致シマス。

微分幾何ニ於ケル空間曲線ノ *tangent*, *principal*,
normal, *binormal* ナ作ツタ動三角錐ニ相當スルモノヲ
射影微分幾何ヲ作ルトイフ問題。是レハ例ヘバ *Fubini*
Cach. ノ *G. P. D.* ニ書イテアルモノハ可成複雑ナル一

＝言ヘナイ。

私ハ次ノ様＝取りマシタ、空間曲線 Γ ノ一点 x ＝於ケル *tangent* ヲ t , Γ ノ *tangent* ノ面ヲ *developable surface* ヲ D , 之レヲ x ＝於ケル *osculating plane* デ切ツタ切口ノ曲線ヲ $\mathcal{K}$ (詳シク言ヘバ切口ハ $\mathcal{K}$ トモ), x ＝於ケル $\mathcal{K}$ ノ *osculating conic* ヲ K_2 トシ、先ヅ t 上＝一点 x_1 ヲ取り、 x_1 カラ K_2 ＝ヒイタ切線ノ切点ヲ x_2 トシ、此ノ切線＝対シ x ＝於ケル Γ ノ *osculating linear complex* ＝因シテ共軛ナ直線 l 上＝一点 x_3 ヲ取り此等ノ四点 x, x_1, x_2, x_3 ヲ *repère mobile* ノ頂点＝取りマシタ。

實際利用スル場合＝ハ上ノヤウ＝点 x , ヲ t 上ノ任意ノ点トシテオク方が便利デスガ、ハッキリ定メヤウト思ヘバ例ヘバ直線 xx_2 ガ $\mathcal{K}$ ノ *projective normal* ＝ナル様＝スレバ宜シイ。次＝点 x_2 デスガ l 上＝ハ幾何学的＝種々ナ点ヲ定メルコトが出来ル。私ハ点 x_3 トシテ *point de coïncidence* ト名付ケタモノヲ取りマシタ。斯様＝*repère mobile* ヲ取ツテ曲線ノ一般的性質ヲ論ジタモノヲ一昨年旅順工大紀要ニ発表シマシタ。其ノ後之レヲ多次元空間ノ曲線ニ拡張シヨウトシア苦心シタケレドモ種々ナ困難＝遭遇シテ一旦中止シタノデシタガ此ノ頃又取り出シテマツテ見テシタ。今度ハ少シ目鼻ガツキソウデス。先ッ解析的＝言フト上ノヤウ＝*repère mobile* ヲ取ルコトハ空間曲線

ノ方程式ヲ

$$Z^2 = \frac{1}{2}(Z')^2 + a_5(Z')^5 + \dots,$$

$$Z^3 = \frac{1}{6}(Z')^6 + b_6(Z')^6 + \dots$$

トイフ形 = 導クコトデ (Z', Z^2, Z^3 ハ曲線ノ上ノ点ノ *non homogeneous coordinates*) x_3 ヲ *point de coincidence* = 取ルコトハ $a_5 = b_6$ トナルヤウニスルコトデアリマスガ n 次元空間曲線 (S_n 内ノ曲線 Γ) 上ノ一点 x = 於ケル *tangent* t 上ニ一点 x_1 , x = 於ケル Γ ノ *osculating plane* 上ニ一点 x_2 (t 上ニナイ様 + 以下同様), 一般ニ x = 於テ Γ = 接触スル S_i 上ニ一点 x_i , 最後ニ接触 S_{n-1} 上ニナイ様 + S_n ノ一点ヲ x_n = 取レバ此レ等ノ $n+1$ 箇ノ点 $x, x_1, \dots, x_n$ ヲ頂點 = 持ツ *repère* = 依憑シタ Γ ノ方程式ハ

$$Z^i = \frac{1}{i!} \left[(Z')^i + b_{i+1}^i (Z')^{i+1} + \dots \right] \quad (i=2, \dots, n)$$

トイフ形 = 書ケル。

次ニ此ノ條件ヲ破ラヌヤウ = *repère* ノ *transformation*

ヲ行ツテ

$$b_{n+1}^n = b_n^{n-1} = \dots = b_3^2 = 0,$$

$$b_{n+2}^n = b_{n+1}^{n-1} = \dots = b_4^2 = 0,$$

$$b_n^{n-3} = \dots = b_5^2 = 0,$$

$$b_n^{n-4} = \dots = b_6^2 = 0,$$

.....

$$b_n^2 = 0.$$

$t+l$ 様 = シ且ツ $b_{n+3}^n, b_{n+2}^{n-1}, b_{n+1}^{n-2}$ ノ間 = ニツノ関係; $b_{n+4}^n,$
 $b_{n+3}^{n-1}, b_{n+2}^{n-2}, b_{n+1}^{n-3}$ ノ間 = ニツノ関係乃至 $b_{2n-1}^n, b_{2n-2}^{n-1},$
 $\dots, b_{n+1}^2$ ノ間 = ニツノ関係, 最後 = $b_{2n}^n, b_{2n-1}^{n-1}, \dots,$
 b_{n+2}^2 ノ間 = 唯一ツノ関係が満足サレルヤウニスルコトが
 來ル。此ノ関係ヲ $b_{n+3}^n, b_{n+2}^{n-1}, b_{n+1}^{n-2}$ 間ノニツノ関係トシテハ
 $b_{n+2}^{n-1} = b_{n+2}^{n-2} = 0$ ヲ, $b_{n+4}^n, b_{n+3}^{n-1}, b_{n+2}^{n-2}, b_{n+1}^{n-3}$ ノ間ノニ
 ツノ関係トシテハ $b_{n+2}^{n-2} = b_{n+1}^{n-3} = 0$ ヲ取ルトイフ風 = 最初 =
 ハシマシタガ、コレデハ後デ都合ガ悪イヤウデス。三次元ノ
 場合 = $a_5 = b_6$ トナルヤウニシタ如ク $b_{n+3}^n, b_{n+2}^{n-1}, b_{n+1}^{n-2}$ ノ
 間 = 實際 = ニツノ関係が満足サレル様ニシタ方が都合ガヨイ
 ヤウデス。トコロガ初メ = $b_{n+3}^n, b_{n+2}^{n-1}, b_{n+1}^{n-2}$ ノ間 = 任意
 = ニツノ関係ヲ與ヘルト、ソレガ次 = $b_{n+4}^n, b_{n+3}^{n-1}, b_{n+2}^{n-2},$
 b_{n+1}^{n-3} ノ間 = ニツノ関係ヲ與フル場合 = 影響シテ來ルノデス
 が最後マデ一貫シテ

$$\sum_{\sigma=0}^{l-1} \frac{(l-2)!(n+t+l-2-\sigma)!}{\sigma!(l-2-\sigma)!(n-\sigma)!} (-1)^\sigma b_{n+l-\sigma}^{n-\sigma} = 0,$$

$$\sum_{\sigma=1}^{l-1} \frac{(l-2)!(n+t+l-2-\sigma)!}{(\sigma-1)!(l-1-\sigma)!(n-\sigma)!} (-1)^\sigma b_{n+l-\sigma}^{n-\sigma} = 0$$

$$(l=3, \dots, n-1),$$

$$(n-1) \sum_{\sigma=0}^{n-2} \frac{(n-2)!(2n+t-2-\sigma)!}{\sigma!(n-2-\sigma)!(n-\sigma)!} (-1)^\sigma b_{2n-\sigma}^{n-\sigma}$$

$$+ (n+t) \sum_{\sigma=1}^{\sigma=2} \frac{(n-2)!(2n+t-2-\sigma)!}{(\sigma-1)!(n-1-\sigma)!(n-\sigma)!} (-1)^\sigma b_{2n-\sigma}^{n-\sigma} = 0$$

トナル様 = 定メ得ルコトヲ知リマシタ。茲 = t ハ 環 域 ハ 任意
ノ 正 整 數 デ ア ヲ
= ハ $t = 2$ ト ス ル 方 が 都 合 が 良 イ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ
方 ノ 幾 何 學 的 解 釈、第 三 = 此 ノ *repère* ヲ 使 ヲ ヲ 曲 線 ヲ 論 ズ
ル ト 言 フ コ ト = ナ ル ノ デ ス が 此 等 = ツ イ テ ハ 未 ダ 十 分 出 來 テ
居 リ マ セ ン。モ ウ シ シ 纏 マ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ ヲ
上 = 述 ベ タ 解 析 的 ノ 部 分 ノ 詳 シ イ 証 明 ハ 近 ク 旅 順 工 大 紀 要 =
表 示 シ マ ス。

(3 月 / 日 受 取)