



Title	Omoituita mama IV
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 40, p. 1-7
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74049
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

127. *Omotuita mama* IV

福原満洲雄. (北大)

Iroirona Jugô de Hude wo toru Hima ga nakatta node daibu gobusata site simatta. Kondo Bibunhôteisikiron no Kôgi wo suru node sono Genkô wo kaite iru to gûzen Atama ni ukanda no ga kore kara no beyô to suru Kotogara de aru.

— 6 —

常微分方程式ノ解ノ單獨條件ヲ求メトイフ問題ハ南雲氏ノ研究 (日本數學輯報, 1926) 以來特ニ我國ニ於テ盛ニ研究サレタ。始メノ間ハ特殊ナ形ノ單獨條件ヲ求メテキタノデアアルガ、ソノ條件ヲ次第ニ擴張シヨウトスル企テが行ハレ、自然ニ系統的ニ研究ニ發展シテ行ツタ、ソレヲ今日テハ此ノ問題ハ落付クベキ所ニ落付イタヌウニ思ハレルノデアラウカ、兎ニ角數年來コノ方面ニ目新シイ研究ガ現ハレナクナツタ、實ハ私モ此ノ向題ニ格別ノ注意ヲ拂ハナイヌウニナツタノデアアル、ソレヲココニ再ビ問題ニシヨウトスル理由ハ次ノ例ヲ了解サレルデアラウト思フ。

$$(1) \quad \frac{dy}{dx} = \sqrt{|y|} + a \quad (a \text{ハ正ノ常數})$$

ノ解ヲ $y(x_0) = y_0$ ヲ満足スル解ハ唯一ツデアルコトハ積
 分ノ一意性ヲモ次ノヤウニ考ヘレバ分ル。 $y_0 \neq 0$ ナラバ (1) ノ
 右辺ハ y_0 ノ近傍ヲ Lipschitz ノ條件ヲ満足スルカラ問
 題ニナラナイ、問題ニナルノハ $y_0 = 0$ ノ時デアル。ソコヲ
 $y = \varphi(x)$, $y = \psi(x)$ ヲ共ニ $y(x_0) = 0$ ヲ満足スル
 (1) ノ解デアルトスル。 (1) ノ右辺ハ常ニ正デアルカラ其ノ
 解ハ (狭義ノ) 増加函数ヲ、ソレが取ル値ハ $-\infty$ カラ $+\infty$
 マテ変化スル。

故ニ $\psi(x)$ ガ定義サレテ居ル区間——ソレハ實ハ
 $-\infty < x < +\infty$ デアル——ノ中ニ x_0 ト異ル任意ノ値 ξ
 ヲ取レバ、 $\varphi(\xi') = \psi(\xi)$ デアルヤウナ ξ' ガ唯一ツ存在
 スル。 $y = \varphi(x + \xi' - \xi)$ ハ $y(\xi) = \psi(\xi)$ ヲ満足スル
 (1) ノ解ヲ $x_0 \neq \xi$ ナル假定ニヨリ $\psi(\xi) \neq 0$ デアルカラ、
 解ノ單獨性ニヨリ ξ ヲ含ミ且ツ $\psi(x) \neq 0$ デアルヤウナ
 区間ヲ

$$\varphi(x + \xi' - \xi) = \psi(x)$$

ナル關係ガ成立スル、ソノ区間ノ中カラ x ヲ x_0 ニ近ヅケル
 コトニヨリ

$$\varphi(x_0 + \xi' - \xi) = \psi(x_0) = 0$$

ヲ得ルカラ $\xi' = \xi$ デナケレバナラナイ。從ツテ $\varphi(x) = \psi(x)$
 トナル。

以上ヲ (1) ニ關スル解ノ單獨性——モット詳シク言ヘ
 ば「(1) ニ關スル Cauchy ノ問題ノ解ノ單獨性」デアル

が余リキツテ居ルカラ「Cauchyノ問題ノ」ハ省略スル
ハ証明サレタノデアアルガ、從來ノ單獨條件ハ(1)ニ應用出來
ナイ、其ノ理由ハ簡單デアアル。從來ハ

$$(2) |f(x, y) - f(x, z)| < F(x, y - z)$$

ニ於テFトシテドンナ函数ヲトレバ

$$(3) \frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

ニ関スル解ノ單獨性カ得ラレルカラヲ調べテ居タカラデアアル、
此ノヤウニシテ得ラレタ解ノ單獨條件ハ同時ニ

$$(4) \frac{dy}{dx} = f(x, y) + a \quad (aハxダケノ函数)$$

ニ関スル解ノ單獨條件ニモナル。併シ(1)ノ場合ニハ $a=0$
トスレバ解ノ單獨性ハ破レル、ココニ我々が見逃シテキタ未
開ノ地域ヲ見出スノデアアル。

— □ —

從來ノモノト異ツタ解ノ單獨條件——(1)ノヤウナ場
合ニ利用サレル——ノ例ヲ紹介スルコトハ次ノ機會ニ譲
ツテ、コノヤウナ問題ニ到達シタ経路ダケ述べて置キタ
イ。

求積法ニ於テハ X, Y ガ夫々 x, y ダケノ函数デアアル
時

$$(5) X dx = Y dy$$

ナル微分方程式ノ解ハ

$$(6) \int X dx = \int Y dy + Z y \hat{o} s \hat{u}$$

ナル形 = 書ケルトイフコトハ、ドンナ場合 = 正シイカヲ明瞭
ニスルコトヲ急ツテキルヤウ = 見えル、何ノ注意モナシ = (5)
ヲ積ルシテ (6) ヲ得ルトイフノハヨクナイ、何故カト云ヘバ
(5) ハ

$$(7) \frac{dy}{dx} = \frac{X}{Y}$$

コ形式的 = 書換ヘタモノ = 過ヤナイカテ、 dx, dy ヲバラ
バラ = 取扱フコトハ出来ナイカラデアアル。ソコヲ (5) カラ (6)
ヘ移ル = ハドウスルカト言ヘバ

$$\eta = \int_{y_0}^y Y dy$$

ナル変換ヲ行フノデアアル、其ノ結果 (7) ガ

$$\frac{d\eta}{dx} = X$$

トナルト言ヘルタメニハ $Y \neq 0$ デアレバヨイ、コレカラ

$$\eta = \int X dx + Z y \hat{o} s \hat{u}$$

ヲ得ル所 = ハ問題ハナイ。故 = $Y \neq 0$ デアルヤウナ範囲ヲ
ハ (5) ノ解ハ (6) ナル形 = 書ケルノデアアルカラ、形ノ上デハ
(5) ノ両辺ヲ別マ = 積ルシタヤウ = ナレガサウイフ経路ヲ
(6) ガ得ラレルワケデハナイ、ソナコトハ急ツテキルト言

ハレバソレマデアルガ、ソレ程初等的デツマナサウニ
見エル所ニ案外見逃サレ勝チニ重要ニ問題ガヒソナデ居ルノ
デアル。

コトヲ注意スベキ事柄ハ $Y \neq 0$ ナラバ (7) ノ解ハ (6) ナル
形ニ書ケル。従ッテ $y(x_0) = y_0$ ヲ満足スル (7) ノ解ハ唯一
ツニナル トイフコトデアル、所ガ $Y \neq 0$ トイフ假定ガケナラ
バ從來得ラレタ解ノ單獨條件ヲ満たサナイヌウニ Y ガ取レ
ル、此ノヌウニシテ前述ノ問題ニ導カレタノデアル、尤モ今
迄ニ解ガ唯一ツデアルタメノ必要且ツ十餘ニ条件ト言ハレル
モノモ得ラレテ居ルガ、其等ハ余リニ漠トシタ結果ガ實際ニ
利用出来ナイカラ、ソノヌウニ条件ヲココヲ問題ニシテ斗ル
ワケヲハナイ。