OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

| | |
|---|---|
| Title | 常微分方程式ノ解ノ單獨條件ニ就テ |
| Author(s) | 福原, 満洲雄 |
| Citation | 全国紙上数学談話会. 1935, 43, p. 1-5 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/74064 |
| rights | |
| Note | |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

# 142. 常微分方程式ノ解ノ單獨條件ニ就テ

福原滿洲雄(北大)

前回デ，從來ハ

(1) $$\frac{dy}{dx}=f(x,y)$$

ニ關スル解ノ單独條件ヲ

(2) $$|f(x,y_1)-f(x,y_2)|\leqq F(x,y_1-y_2)$$

ナル形デ求メテ居タガ、サウイフ形ヲ持タナイ單独條件ガ得ラレル筈デアルコトヲ述ベタ。此ノ問題ニ關シテ未ダ纏ツタ結果ヲ得テ居ナイノデアルカラ簡單ナ場合ヲ例ニ取ツテ，私ノ考ヘヲ荒削リノママ述ベルコトニスル。夾數ハ勿論實トスル。

— 1 —

一般ニ

(3) $$\frac{dy}{dx}=G(y)$$

ニ於テ $G(y)$ ガ $y_0$ デ連續デ $0$ ニ等シクナケレバ此ノ微分方程式ハ $y(x_0)=y_0$ ヲ滿足スル解ヲ唯一ツ持ツノデアルカラ、一般ニ $f(x,y)$ ガ $(x_0,y_0)$ デ連續デ $0$ ニ等シクナク且ツ

(4) $$f(x,y_1)-f(x,y_2)<G(y_1)-G(y_2)\quad(y_1>y_2)$$

ヲ滿足シテ居レバ $y(x_0)=y_0$ ヲ滿足スル

$$\frac{dy}{dx}=f(x,y)$$

ノ解ハ唯一ツデアルトハ言ヘナイデアラウカ？ カウイフ疑問が起ルノハ當然デアルガ、ソレヲ解ク=當ッテ從來ノ方法ハ役=立タナイヤウ=見エル。其ノ理由ノ説明ナド結果=重キヲ置ク人=取ッテハツマラナイコトカモ知レナイガ、問題発生ノ原因ヲ究明スルコトモ決シテ輕々=看過スベキデハナカラウシ、ソレガドウイフ風=発展スベキカトイフコトノ考察モ怠ッテハナラナイト思ヒ説明ヲ附ケ加ヘルノデアル。

條件(4)ノ形ヲ見テ、ソレが(2)ノ形=ナラナイカラ從來ノ方法デハ駄目ト結論スルノハ早過ギル、ト云フノハ Montel (方程式ガ一ツノ場合), Marchaud (聯立方程式ノ場合) 等ハ條件ヲ

$$(5)\qquad f(x,y)-f(x,y_1(x)) \leqq F(x,y_1(x),y-y_1(x))$$

ナル形=シテ居ル、茲=$y_1(x)$ハ(1)ノ一ツノ解デアル、條件ヲ

$$f(x,y) \leqq F(x,y)$$

ナル形=シテ $f(x,0)=0$ ト假定シ $y(x_0)=0$ ヲ満足スル(1)ノ解ヲ考ヘテモ本質的=ハ同ジデアル。此ノ方ガ式ガ簡單=ナルカラ私ハ常=此ノ形デ論ジテ居ル。

$$F(x,y,z)=G(y+z)-G(z)$$

ト置クコト=ヨリ條件(4)ノ場合ガ含マレル. ソレデハ條件(4)ヲ論ズルコトガ出來ルノカト思フト, ソウ簡單=行カナイ. $y_1(x)$ ヲ $y(x_0)=y_0$ ヲ満足スル(1)ノ一ツノ解トシタ時

(6) $$\frac{dz}{dx}=G(z+y_1(x))-G(y_1(x))$$

ガ $z=0$ ヨリ他ニ $z(x_0)=0$ ヲ満足スル解ヲ持タナイナラバ (1) ニ関スル解ノ單独性ガ証明サレル。併シ解ノ單独性ガ分ッテ居ルノハ (3) デアッテ (6) デハナイ、從來ノ方法ヲ直接ニ條件 (4) ニ應用スルコトガ出來ナイ理由ハココニアル、敢テ直接ニトイフワケハ変数ノ変換ヲ施シテカラナラバ應用出來ルカラデアル。

## - 2 -

成ルベク筋道ガハッキリ分ルヤウニ $f(x_0,y_0)=1$, $G(y_0)=1$, $x_0=y_0=0$ トシテ置ク、$y(x_0)=y_0$ ヲ満足スル

(7) $$\frac{dy}{dx}=G(y)+h(x) \qquad [h(x_0)=0]$$

ノ解ガ二ッアルトシ、其等ヲ $\varphi(x)$, $\psi(x)$ デ表ハセバ $\varphi(x)$, $\psi(x)$ ハ

$$\varphi(x)=x(1+\varphi_1(x)), \quad \psi(x)=x(1+\psi_1(x))$$

ナル形ニ表ハサレル. 茲ニ $\varphi_1(x)$, $\psi_1(x)$ ハ $x=0$ デ0ニナル連続ナ函數デアル。

$\varphi_1(x)$, $\psi_1(x)$ ハ

$$x(1+\eta)=y$$

ナル変換ニ依ッテ得ラレル方程式

$$(8)\qquad \frac{d\eta}{dx}=-\frac{\eta+1-G(x(1+\eta))-h(x)}{x}$$

ノ解デアル、此ノ方程式ニ関スル解ノ單独性ガ分レバ

$\varphi_1(x)=\psi_1(x)$ 従ッテ $\varphi(x)=\psi(x)$ トナル。(7)ニ関スル解ノ單独性ガ分レバ(4)ガ(1)ニ関スル解ノ單独條件ニナルコトヲ知ル。(8)ニ関スル解ノ單独性ガ分ル簡單ナ場合ハ

$$\lim_{x\to 0} x\,G'(x)=0$$

ニ依テ與ヘラレル、此ノ時ニハ(8)ノ右辺ガ $\eta$ ノ減少函数トナルカラデアル、前回ニ挙ゲタ例

$$G(y)=\sqrt{|y|}+\text{Zyôsû}$$

ハ此ノ條件ヲ満タシテヰル。

コンナワケデ従來ノ理論ガ基礎ニナルコトニ変リハナイガ、ソレヲ直接ニ應用シヨウトスルト無理ガ起リ適當ナ変換ヲ豫メ施シテ置クト都合ガヨイ場合ガ起リ得ル。ソレハ兎ニ角トシテ、(4)ヨリモツト廣イ形ノ單独條件モ求メラレルガココマデ來レバ更ニ変ッタ現象ガアルワケデハナイカラ此ノ問題ハ此ノ辺デ一先ヅ筆ヲ擱ク。

## — 3 —

最後ニ解ノ單独條件ヲ証明スルノニ変数ノ変換ヲ利用スルコトハ已ニ1930年ノ日本數學輯報デ南雲氏ガヤッテ居ラレルコトヲ注意シテ置キタイ、其処デハソレマデニ得テレタ解

ノ單独條件ヲ簡單ニ求メラレルコトヲ示シテ居ルガ新シイ形ノモノヲ出シテ居ナイノデ案外注目ヲ惹イテ居ナイデハナイカト思ツテ一言附記スル次第デス。

前回（40号）ノ正誤

| | 誤 | 正 |
|---|---|---|
| 4頁下カラ7行目 | $\frac{dy}{dx}=X$ | $\frac{d\eta}{dx}=X$ |