OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Wiener's Fundamental Formula 二就イテ
Author(s)	若松, 大助
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 43, p. 5-8
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74065
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

143. Wiener's Fundamental Formula ニ就イテ

若松大助（阪大）

Wiener ハ $g(t)$ ノ "mittelwert" ノ存在ヲ假定シ即チ

(1) $\mathfrak{M}\{g\}=\lim_{X\to\infty}\frac{1}{X}\int_0^X g(t)dt$ （有限）存在スルトノ假定ヨリシテ

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^\infty g\left(\frac{X}{n}\right)K(X)dX=g(+0)\int_0^\infty K(X)dX$$

ヨリ Wiener's Formula ト云フ次ノ等式

(2) $$\lim_{n\to 0}\int_0^\infty g\left(\frac{X}{n}\right)K(X)dX=\mathfrak{M}(g)\int_0^\infty K(X)dX$$

ヲ導イタ（S. Bochner Vorlesungen über Fourier-sche Integral §9. 30P.）

若シ (1) =於テ

$$\begin{cases} X = e^{\xi}, \ t = e^{\eta}, \\ g(e^{\eta}) = f(\eta) \end{cases} \qquad K_1(\xi) = \begin{cases} e^{-\xi} & \xi > 0 \\ 0 & \xi < 0 \end{cases}$$

ナル substitution ヲ行ヘバ

$$\lim_{X\to\infty} \frac{1}{X}\int_0^X g(t)dt = \lim_{\xi\to\infty}\int_{-\infty}^{e^{\xi}} e^{\eta-\xi} g(e^{\eta})d\eta$$

$$= \lim_{\xi\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi-\eta) f(\eta)d\eta$$

$$= \mathcal{M}\{f\}$$

即チ (1) ハ上ノ如ク書ケル。

$$(3) \quad \lim_{\xi\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi-\eta) f(\eta)d\eta = \mathcal{M}\{f\}\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi)d\xi$$

(2) ノ式ニテ $\frac{X}{n} = t$ トオケバ

$$(4) \quad \lim_{n\to 0} n\int_0^{\infty} g(t)K(nt)dt = \mathcal{M}\{g\}\int_0^{\infty} K(x)dx$$

前同様ニ $t = e^{\eta}$, $n = e^{-\xi}$ トオケバ

$$\lim_{n\to 0} n\int_0^{\infty} g(t)K(nt)dt = \lim_{\xi\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(e^{\eta})K(e^{-\xi+\eta})e^{-\xi+\eta}d$$

$$= \lim_{\xi\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi-\eta) f(\eta)d\eta$$

ココデ $g(e^{\eta}) = f(\eta)$, $K(e^{-\xi})e^{-\xi} = K_2(\xi)$ ト置ク.

(4) ノ Left-hand side ニ於テハ $X = e^{-\xi}$ トオキ,
$K(e^{-\xi})e^{-\xi} = K_2(\xi)$ ト書ク.

然ラバ (2) ハ次ノ如ク書ケル。

$$(5)\quad \lim_{\xi\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi-\eta)f(\eta)d\eta = m\{f\}\int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi)d\xi$$

(3) カラ (5) ニ移ルノガ Wiener ノ Tauberian Theorem デアル。

故ニ $K_1(\xi)\in L_1$,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi)e^{i\alpha\xi}d\xi \neq 0 \qquad -\infty<\alpha<\infty$$

且ツ $f(\xi)$ ガ $(-\infty,\infty)$ デ bounded デ

$$(3)\quad m\{f\} = \frac{\lim_{\xi\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi-\eta)f(\eta)d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi)d\xi}$$ ガ存在シテ然モ

finite デアルトキ, $K_2(\xi)\in L_1$ デアレバ

$$(5)\quad m\{f\} = \frac{\lim_{\xi\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi-\eta)f(\eta)d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi)d\xi}$$ トナルガ

(5) ヲ Wiener's Fundamental Formula ト云フノガ妥當デハナイデセウカ。Bochner ノ稱スルモノハ $\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi)d\xi=1$ ノ special case デアル。

今年ノ當大學デ、數學物理學會年會ノ折ノ高橋龍夫氏ノ Wiener's Formula ニツイテノ論文モ、亦 (Proc. Imperial Academy. X (1934) 393—396) ノ泉信一氏ノ Wiener's Formula ニツイテノ論文モ Wiener's

Fundamental Formula ノ special case ニ
過ギズ、西氏ノ論文ハ Wiener ノ Fourier transform
ノ理論ヲ使ハズニ出來ル特殊ナ場合ダト思ヒマス。