OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Berandete h一Mannigfaltigkeit ノ Homologieruppe ニ就テ
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 47, p. 8-11
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74085
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

163. Berandete h-Mannigfaltigkeit ノ Homologiegruppe ニ就テ

小松醇郎（阪大）

Berandete Mannigfaltigkeit ニ就イテ一般的ナ性質ハ Wesentlich ナモノヲ求メルノハ容易ナコトデハナイ．此処ノモノハ今迄ニ此ノ方面デ得ラレテ居ル結果，Mayer-Vietoris ノ関係式；Pontrjagin ノ Dualitätssatz 等ヲ適當ニ組ミ合セタモノニ過ギナイ。

Berandete h-Mannigfaltigkeit M_1^{n+1} ノ境界 m 個ノ n 次元閉集合体 M_i^n カラ成ルトスル．M_1^{n+1} ノベッチ数 p^r，M_i^n ノベッチ数 p_i^r，且ツ M_i^n デハ homolog 0 トナラナイ Zyklus デ M_1^{n+1} デハ homolog 0 トスル Zyklus ガ作ル群ノベッチ数（階級，rank）γ^r トスル．

定理 I. $\sum_{i=1}^{m} p_i^r = \gamma^r + \gamma^{n-r}$

証明. M_1^{n+1} ト homöomorph ナモノヲ持ッテ来ル、此ノ M_2^{n+1} ト M_1^{n+1} ト境界デ夫々對應スル点ヲ等シイ点ダト考ヘレバーツノ閉集合体 M^{n+1} ガ生ズル、コノベッチ数 p^r トシテオク。

扨テ境界 M_i^n ノ Homologiegruppe ハ M^{n+1} デハ M^{n+1} ノ Homologiegruppe ノ unter Gruppe = homomorph = abbilden サレル。

ソノ Homomorphism ノ Kern ノ Gruppe ノ rank ガ γ デアル。

次ニ $M^{n+1}-M_i^n$ ノ Homologiegruppe ヲ考ヘルト $M^{n+1}-M_i^n$ ハ homöomorph ナ二ツノモノ M_1^{n+1}, M_2^{n+1} ニ分カレル、此ノ r 次元 Homologiegruppe ガ M^{n+1} デソノ Homologiegruppe ノ untergruppe = homomorph = abbilden スルトキノ Kern ハ M_1^{n+1}, M_2^{n+1} ノ Zyklus デ二ツ境界ヲ合セタトキ一致スル奴、所デ M_1^{n+1} ハ $p^r \geqq \sum p_i^r - \gamma^r$ デアッテ $\sum p_i^r - \gamma^r$ ノ Rank ダケハ確ニ M_1^{n+1} デ homolog 0 デナイ。

ソレ故 $M_1^{n+1}+M_2^{n+1}$ ノトキ $\sum p_i^r - \gamma^r$ ダケガ homolog 0 トナル.

Pontrjagrin ノ Dualitätssatz ニヨレバ

$$\gamma^{n-r} = \sum_i^{i=n} p_i^r - \gamma^r$$

以上

定理II. $p' \geqq \sum p_i' - \gamma'$, 特ニ三次元集合体ナラバ(上

記定理 $n=1$) $p' \geqq \frac{1}{2}\sum p_i'$

証明. Trivial.

定理 III.

1). $p' \geqq \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{m} p_i' - \gamma^2 - (m-1)\right)$

2). $q^r = p^r + p^{n-r+1}$

3). $p^r - p^{n-r+1} = \gamma^{n-r} - \gamma^{r-1}$

4). n even $2\chi(M_1^{n+1}) = \chi(M_i^n)$

n odd $2\chi(M_1^{n+1}) = \chi(M^{n+1})$

此處 $= \chi$ ハ Euler-Poincarésche Charakteristik ヲ表ハス。

証明. $M_1^{n+1} + M_2^{n+1} = M^{n+1}$ ヘル Verdoppelung = Mayer Vietoris ノ関係ヲ考ヘレバ

$$q^r = 2p^r - \sum p_i^r + \gamma^r + \gamma^{r-1}$$

1) ハ $\gamma^0 = m-1$, $q' \geqq 0$ ヲ入レレバ直チニ出ル.

2) ハ $q^r = q^{n-r+1}$ 及ビ定理1ヲ使ヘバ

$$2q^r = q^r + q^{n-r+1} = 2p^r + 2p^{n-r+1}$$

3) ハ $q^r - q^{n-r+1}$ ヨリ出ル.

4) ハ $\sum_{r=0}^{n+1}(-1)^r q^r$ ヲ作ッタ結果ニ過ギナイ。

終リニ書キ加ヘテ置クベキハ昨年七月本紙上數學談話會第二号デー寸取扱ッタ H. Seifert ノ定理 (Math. Zeit 35 Bd.) ノ擴張ハ此処ノ定理 II デアッテ、ソノマ

マノ形デ高次元ノ場合＝擴張ハ出來ナイ、アソコデハ何故カ $\gamma^r = \gamma^{2n-r}$ トシタ誤＝基ヅク。

尚ホソノ第2号デ取扱ッタ $p' = \frac{1}{2}\sum p_i'$ ヲ attain スル example ノ証明ノ方甚ダ下手．要スル＝ユークリッド3次元空間ノ中デ m 個ノ任意ノ閉曲面デ境セラレタ空間部分ノ r 次元ベッチ數 $p' = \frac{1}{2}\sum_i^m p_i'$ デアルガ、ソノ証明ハ Knoten ノ Aussenraum ノ Homologiegruppe ヲ求メル方法ヲ少シ modify スレバヨイノデ唯ノ演習問題＝過ギナイ。

尚又ソコデ書イテオイタコト即チ $p' = \frac{1}{2}\sum p_i'$ ヲ attain スル berandete Raum ハ斯様ナモノニ限ルカト云フノデアルガ、ソレハ限ラナイコト明カデアル、三次元ユークリッド空間ノ中＝ einbetten 出來タモノニ任意ノ r ツノポアンカレ空間ヲ所謂 Vereinigung スレバモハヤ R^3 デ realisieren スルコト不可能、且ベッチ數ハ変ラナイ。

ポアンカレ空間トハ任意ノ Zyklus ガ homolog 0 トナリ而モ三次元球 S^3 トハ homöomorph デナイモノ、例ハイクラデモアル。

Vereinigung トハ im Kleinen デ Vollkugel ヲ両方デーツヅツ取リ除キ Rand トシテノ球面ヲニツ identifizieren スルコト。