



Title	多次元空間曲線ノ射影微分幾何ニ就テ
Author(s)	蟹谷, 乗養
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 48, p. 8-13
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74090
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

168. 多次元空間曲線ノ射影微分幾何ニ就テ

蟹谷 乘養 (旅順工大)

(第二報)

本誌32号デ n 次元空間内ノ曲線 Γ ノ一点 $\mathcal{C}$ = 於テ
其曲線 = *attacher* + $\vee$ $\star$ *repère* $\mathcal{R}$ $\neq$ 適當 = *particulariser* シテ Γ ノ方程式ヲ

$$(I) \begin{cases} \mathcal{Z}^m = \frac{1}{m!} \left[(\mathcal{Z}')^m + b_{n+1}^m (\mathcal{Z}')^{n+1} + \dots \right] \quad (m=2, \dots, n-2), \\ \mathcal{Z}^{n-1} = \frac{1}{(n-1)!} \left[(\mathcal{Z}')^{n-1} + b_{n+2}^{n-1} (\mathcal{Z}')^{n+2} + \dots \right], \\ \mathcal{Z}^n = \frac{1}{n!} \left[(\mathcal{Z}')^n + b_{n+3}^n (\mathcal{Z}')^{n+3} + \dots \right] \end{cases}$$

トイフ形 = 置キ係数 b_p^m ($m=2, \dots, n; p=n+1, \dots, n+m$)

ノ間 = ハ

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\sigma=0}^{l-2} \frac{(l-2)!(n+t+l-2-\sigma)!}{\sigma!(l-2-\sigma)!(n-\sigma)!} (-1)^\sigma b_{n+l-\sigma}^{n-\sigma} = 0 \\ \sum_{\sigma=1}^{l-1} \frac{(l-2)!(n+t+l-2-\sigma)!}{(\sigma-1)!(l-1-\sigma)!(n-\sigma)!} (-1)^\sigma b_{n+l-\sigma}^{n-\sigma} = 0 \\ (l=3, \dots, n-1), \\ (n-1) \sum_{\sigma=0}^{n-2} \frac{(n-2)!(2n+t-2-\sigma)!}{\sigma!(n-2-\sigma)!(n-\sigma)!} (-1)^\sigma b_{2n-\sigma}^{n-\sigma} \\ + (n+t) \sum_{\sigma=1}^{n-2} \frac{(n-2)!(2n+t-2-\sigma)!}{(\sigma-1)!(n-1-\sigma)!(n-\sigma)!} (-1)^\sigma b_{2n-\sigma}^{n-\sigma} = 0 \\ (t \text{ ハ零式ハ正整数}) \end{array} \right.$$

トイフ関係ヲ満足サセ得ルコトヲ述べ其ノ幾何學的意味ハ後日改メテ披露スルコトヲ約シマシタ。今ソノ約束ヲ果シマス。

先ヅ條件(II)ハ暫ク考ヘズ單ニ Γ ノ方程式ヲ (I) ノ形ニ導クマウ + repère / particularisation ヲ考ヘル。斯様 = particulariser サレタ repère ヲ repère semi-canonique ト名付ケヨウ。

点 x = 於ケル Γ ノ切線上 = 任意 = 一点 x ヲトリ、次ニ Γ = 接触スル hyperplans / enveloppe (即チ接触 S_{n-2} ノ軌跡) デアル所ノ hypersurface développable Σ ヲ x = 於ケル Γ ノ接触平面 S_2 デ截ツタ截口ノ曲線 $\mathcal{K}_2 = x$ = 於テ接触スル conique $K_2 = x$ 、カラ引

イタ切線ノ切点ヲ x_2 トスル。次ニ平面 xx_1x_2 = 交ハラ
 ス R_{n-3} ($n-3$ 次元空間) ヲ考ヘ、此ノ R_{n-3} ト x = 於テ
 Γ = 接触スル S_3 トノ交点ヲ T_3 トスレバ R_{n-3} カラ平面
 xx_1x_2 上ニ射影シタ Γ ノ射影ガ直線 $x_1x_2 = x_2$ = 於テ切
 スル或一ツノ *conique* ト3次ノ接触ヲナスタメニハ T_3
 ハ直線 xx_1 ヲ通ル一定平面上ニナケレバナラナイ。更ニ
hypersurface développable Σ ヲ此ノ平面ヲ
 截ツタ截口ノ曲線 $\mathcal{K}_3$ = 5次ノ接触ヲナス *cubique cus-*
pidale ノ *point de rebroussement* ハ常ニ点 x ヲ
 通ル一定直線上ニナケレバナラヌ。此ノ直線上ニ任意ニ一点
 x_3 ヲ取ル。次ニ $xx_1x_2x_3$ ト交ハラヌ R_{n-4} ヲ考ヘ、此ノ
 R_{n-4} ト x = 於テ Γ = 接触スル S_4 トノ交点ヲ T_4 トスレ
 バ、 x_2R_{n-4} カラ平面 xx_1x_3 上ニ射影シタ Γ ノ射影ガ
 x_3 = 於テ *point de rebroussement* ヲ持チ且ツ直
 線 x_1x_3 = 切スル或一ツノ *cubique cuspidale* ト4次
 ノ接触ヲナシ同時ニ x_3R_{n-4} カラ平面 xx_1x_2 上ニ射影シタ
 Γ ノ射影ガ x_2 = 於テ x_1x_2 = 接スル或一ツノ *cubique* ト
 4次ノ接触ヲナスタメニハ T_4 ハ xx_1 ヲ通ル一定平面上ニ
 ナケレバナラナイ。此ノ平面上ニ任意ニ一点 x_4 ヲ取ル。次
 ニ $xx_1x_2x_3x_4$ ト交ハラヌ R_{n-5} ヲ考ヘ此ノ R_{n-5} ト
 $xx_1x_2x_3x_4x_5$ トノ交点ヲ T_5 トスレバ、 $x_2x_3R_{n-5}$ カラ
 平面 xx_1x_4 ニ降シタ Γ ノ射影、 $x_2x_4R_{n-5}$ カラ平面
 xx_1x_3 ニ降シタ Γ ノ射影、 $x_3x_4R_{n-5}$ カラ平面 xx_1x_2

へ降シタ T の射影が夫々平面 xx, x_i ($i=4, 3, 2$) 上ノ曲線デ点 x_i = 於テ $i-1$ 次ノ *point multiple* ヲ持チ其ノ $i-1$ 箇ノ *branches* ガ x, x_i ヲ共通切線 = 持ツモノナモノ x = 於テ 5 次ノ切線ヲナスタメ = ハ点 P_5 ハ直線 xx, x_i ヲ通ル一定平面上 = ナケレバナラヌ。此ノ平面上 = 任意 = 一点 x_5 ヲ取ル。斯様 = シテ 順次点 $x_6, \dots, x_n$ ヲ取レバ点 $x, x_1, \dots, x_n$ ハーツノ *repère-demi canonique* ヲ作ル。逆 = *repère demi-canonique* ノ頂点ハ必ズ今述べタモノノ性質ヲ持ツテ居ル。

次 = $\mathcal{R}$ ハーツノ *repère demi-canonique* トシ曲線 T 上 = 点 x ノ近ク = アル一点 y ヲ取り起平面 $yx_2x_3 \dots x_n$ ト直線 xx, x_i トノ交点ヲ y_i トシ、空間 $x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_n$ カラ T ヲ平面 xx, x_i 上 = 射影シ、 L_i ヲ T ノ *projection*, y_i ヲ y ノ *projection* トスル。直線 $x_i y$ ハ xx, x_i ト点 y_i = 於テ交ハル。更 = C_i , $n+S$ ヲ平面 xx, x_i 上ノ $n+S$ 次 ($S=0$ ノトキ = ハ i 次) ノ代数曲線デ x = 於テ L_i ト $n+S$ 次ノ接触ヲナシ、 x_i = 於テ $n+S-1$ 次 ($S=0$ ノトキ = ハ $i-1$ 次) ノ *point multiple* ヲ持チ其ノ $n+S-1$ 箇 ($S=0$ ノトキ = ハ $i-1$ 箇) ノ *branches* ガ x, x_i ヲ共通切線 = 持ツ様ナモノトスル。 $x_i y$ ハ此曲線 $C_i, n+S$ ヲ x ノ近ク = アル一点 w_i = 於テ截ル。ソコデ θ_{n+S+1}^i ヲ四点 (x_i, y_i, y_i, w_i) ノ非調比ノ値トスレバ

$$\theta_{n+s+1}^i = b_{n+s+1}^i (z')^{n+l+1-i} + \dots,$$

$i = n-p, s+1 = l-p$ と置けば

$$\theta_{n+l-p}^{n-p} = b_{n+l-p}^{n-p} (z')^l + \dots$$

故 = (II) の条件ヲ満足サセルトイフコトハ上ニ述ベタ *particularisation* = 於テ先ツ点 x_3 及ビ直線 xx_4 ヲ

$$\frac{(n+t+1)!}{n!} \theta_{n+3}^n - \frac{(n+t)!}{(n-1)!} \theta_{n+2}^{n-1}$$

及ビ

$$\frac{(n+t)!}{(n-1)!} \theta_{n+2}^{n-1} - \frac{(n+t-1)!}{(n-2)!} \theta_{n+1}^{n-2}$$

が何レモ *écart* $[x y_i] =$ 較ベテ 4 次ノ *infinitesimal*

トナル様 = 定メ, 次 = 点 x_4 及ビ直線 xx_5 ヲ

$$\frac{(n+t+2)!}{n!} \theta_{n+4}^n - 2 \frac{(n+t+1)!}{(n-1)!} \theta_{n+3}^{n-1} + \frac{(n+t)!}{(n-2)!} \theta_{n+2}^{n-2}$$

及ビ

$$\frac{(n+t+1)!}{(n-1)!} \theta_{n+3}^{n-1} - 2 \frac{(n+t)!}{(n-2)!} \theta_{n+2}^{n-2} + \frac{(n+t-1)!}{(n-3)!} \theta_{n+1}^{n-3}$$

が何レモ 5 次ノ *infinitesimal* トナルヌウ = 定メ, 以下

順次斯様 = シテ $x_5, \dots, x_n$ ヲ定メルコトデアル, 斯様 =

particulariser スルヲ *repère* ノ中殊 = $t=2$ = 對

應スルモノヲ *repère canonique* ト名付ケヨウ。

repère canonique 及ビ *repère demi-canonique*

ハ次ノ様ナ性質ヲ持ツテ居ル。

$x, x_1, \dots, x_n$ ヲ点 x ニ於テ曲線 $T = \text{attacher}$
サレターツ, *repère demi-canonique*ノ頂点トシ,
 T ノ切線ノ畫ク展開曲面ト超平面 $x_1, x_2, \dots, x_n$ トノ交ハ
リノ曲線ヲ T' トスレバ点 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ノ作ル *repère*
 $\mathcal{R}'$ ハ点 x_1 ニ於テ $T' = \text{attacher}$ サレターツ, *repère*
*demi-canonique*デアル。特ニ $\mathcal{R}'$ ガ *repère cano-*
*nique*ナラバ $\mathcal{R}'$ モ亦 *repère canonique*デアル。

尚詳細ハ旅順工大紀要ニ発表シマス。