



Title	Pseudo-regular function ノ 應用
Author(s)	角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 49, p. 2-6
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74095
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

173. Pseudo-regular function, 應用

角谷 靜夫 (阪大)

128, 136 で述べた pseudo-regular + 函數 = ヨ
ル transformation 7 Riemann 面, 問題 = 應用
シテ 見マシタ。

136 で考ヘタ pseudo-regular function

$f(z) = u + iv$ ハ u_x, u_y, v_x, v_y が $f(z)$ ノ 定義
領域 D 全体デ 連続デアッタガ D ガ 有限個ヌハ 可附番無限個ノ
部分領域 = Γ カレテソノ 各々 = テ u_x, u_y, v_x, v_y が 連続
デアツテモ 同様ノ コトガ 成立スル。 (u, v が 連続デアルコ
ト及ビ 條件 (ii), (iii) ハ D 全体 = テ 満足サレテキルモノトス
ル)

ρ テ $0 < \rho < 1$ ナル 實數トスルトキ, 任意 =

$$|\alpha| \leq \rho$$

ナル α ヲ 與ヘルト

$$f(0) = \alpha,$$

$$|z| = 1 \Rightarrow f(z) = z$$

ナル如キ $|z| \leq 1$ 一テ *pseudo-regular* 一且 $q(x, y) < K(p)$ ナル函数 $f(z)$ が存在スル。コノ $K(p)$ ハ p ノミニ關係スル正数デアル。

更ニ一般ニ D ヲ一ツノ領域 D' ヲ全ク D 内ニアル D ノ部分領域トスルトキ, D' 内ノ任意ノ点ヲ他ノ D' 内ノ任意ノ点ニ移シテ且ツ D ノ周ヲ少シモカヘナイ D 自身ノ *schlicht* + *pseudo-regular* + *transformation* 一テ $q(x, y) < K$ ナルモノが存在スル。コノ K ハ D, D' ノ形ノミニ關係スル正数デアル。

定理1. q が有界ナ *pseudo-regular* ナ函数 $w = f(z) = \text{ヨツテ } |z| < \infty \text{ ハ } |w| < R < \infty$ ニ寫像スルコトハ出來ナイ。

コレハ 136 号定理6ノ特別ノ場合デアリマス。

コレヨリ次ノ定理が得ラレル。

定理2. 單一連結ナ *Open* ナ *Riemann* 面 Σ ヲ q が有界ナル如キ *pseudo-regular* ナ函数ニヨツテ (同ジク) 單一連結ナ *Riemann* 面 $\Sigma' = \text{topologically} = \text{transform}$ シテモ *Riemann* 面ノ *type* (*hyperbolic* デアルカ *parabolic* デアルカ) ハ変ラナイ。

Σ 全体が變形サレナクテ, ソノ一部分ダケ變形サレテモヨイ。

即チ Σ ノ上ニ (*Riemann* 面ノ上デ考ヘテ) 互ニ他

ノ外部=アル有限個又ハ可附番無限個ノ領域 D_i (必ズシモ
 単一連結デナクテモヨイ。又 Σ ノ上ニテ互ニ他ノ外部=ア
 ンバヨイノデアルカラ *projection* ハ重ナツテキアモヨイ)
 ヲ取り、各 D_i ノ内部 = g が (i = 無関係ナ) K ヲ越
 ヘナイヤウナ *pseudo-regular Transformation*
 ヲ施シテモ Σ ノ *type* ハ変ラナイ。

D_i トシテ Σ ヲ (*projection* 上ノ) 閉曲線 C_i = ヨ
 ヲツテ切り取ツタトキノ連結シタ部分ヲ取り前ノ *lemma* ヲ
 用ヒルト次ノコトが云ヘマス。

$0, 1, \infty$ ノ上ニ無限=多クノ *logarithmic singu-*
larity ヲ持ツ *Riemann* 面 Σ (例ヘバ *modular-*
function ノモ) ヲ *deform* シテ Σ 上ノ *log. singl.*
 ヲ恣ニ異ナル方向ヘ少シズラシテモ、ヤハリ *hyperbolic*
 デアル。

(コレハ *Speiser* が考ヘタ問題デ。 *Commentarii*
Math. Helv. Vol 1, (1929) *Probleme*....., §6)

Σ ノ *log. singl.* ヲズラシテ行クトキ、コレラガ夫々
 $0, 1, \infty$ ヲ内部ニ含ソデ且ツ互ニ他ノ外部=アル三ツノ領
 域 E_1, E_2, E_3 ヲリ外ニ出ナイトキハ *Ahlfors* が証明シ
 テ居リマス。 (*Acta Soc. Scient. Fennicae*, 1933)

又次ノ *Ahlfors* ノ定理モアル制限ノ下デ証明スルコ
 トが出来マス。

Ahlfors = ヲレバ Σ が *parabolic* デアルトキ

Σ を (球面) 上ニテ考ヘル) 互ニ他ノ外部ニアル5個ノ円
 C_i ($i=1, 2, \dots, 5$) ニテ切レバ切口ニハ少クトモ一ツ畢
 葉ナモノガアル。

今若シコノ切口ガスベテニ枚ザツツナガツテキルトスレ
 バ Σ ガ *hyperbolic* ナルコトハ次ノ様ニシテ証明出來
 ル。

C_i ト同心ナ内デ且ツコレヲ内部ニ含ミ、シカモ互ニ他
 ノ外部ニアル用 C_i^* ($i=1, 2, \dots, 5$) ヲ考ヘ C_i^* ヲ lemma
 ニテ考ヘタ函数ニヨツテ transform シテ C_i 内ニアル Σ
 ノ代数的分岐点ヲ C_i ノ中心ヘタツス。

カクシテ得ラレタ Σ' ハ Carathéodory-Block,
 定理ニヨツテ *hyperbolic* デアルカラ $\Sigma \in$ *hyperbolic*
 デナケレバナラヌ。

C_i ガ一般ノ閉曲線デアル場合モ同様デアリ、 C_i ニヨ
 ル切口ガ常ニ2枚デナクテモ枚数が有界デアレバ同ジコトガ
 証明出來マス。(有限枚ヨリナル Riemann 面ニ関スル前
 ノ lemma ト同様、lemma ヲ用ヒマス)

更ニ一般ニ g 個ノ互ニ他ニ交ハラヌ閉曲線 C_i ($i=1, 2, \dots$
 $\dots, g$) ニヨツテ Σ ヲ切ツタトキ、 C_i ニヨル切口ガ常ニ
 少クトモ m_i 枚ツナガリ且ツ

$$\sum_{i=1}^g \frac{1}{m_i} < g-2$$

デアレバ Σ ハ *hyperbolic* デアルト云フコトガスベテ

、 C_i = ヨル切口ノ枚数が有界デアレバ同様ノ方法デ証明出来マス。