



Title	或ル積分方程式ニ就テ
Author(s)	石橋, 榮
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 50, p. 2-4
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74097
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

175. 或ル積分方程式 = 就テ

石橋 榮 (関西学院)

方程式

$$\int_0^{\infty} e^{-tz} (z + \varphi(t)) f(t) dt = 1 \dots\dots\dots (1)$$

= 於テ t ハ實変数、 z ハ複素変数、又 $\varphi(t)$ ハ與ヘラレタ既知ノ函數デ區間 $0 \leq t < +\infty$ = 於テ連続、且ツ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \varphi(t) dt = \lambda (> 0) \dots\dots\dots (A)$$

トスル、從ツテ

$$t \rightarrow \infty \text{ ノ トキ } \int_0^t \varphi(t) dt \rightarrow \infty \dots\dots\dots (A')$$

然ラバ

$$f(t) = e^{-\int_0^t \varphi(t) dt} \dots\dots\dots (2)$$

ハ方程式 (1) ヲ満足スル。

ソレヲ証明スルタメニ、(2) ノ $f(t)$ ヲ使テ Laplace 積分

$$J(z) = \int_0^{\infty} e^{-tz} f(t) dt \dots\dots\dots (3)$$

ヲ考ヘル、之ハ z 平面ニ於ケル直線 $x = -\lambda$ ノ右半平面ニ
 確カニ收斂スル。^(*) 但シ $z = x + iy$. 従ツテソノ区域ニ
 於テ $J(z)$ ハ確定シタ値ヲ有ツ. $J(z)$ = 部分積分法ヲ適用
 スルト

$$\begin{aligned}\int_0^{\infty} e^{-tz} f(t) dt &= \left[-\frac{e^{-tz}}{z} f(t) \right]_0^{\infty} + \frac{1}{z} \int_0^{\infty} e^{-tz} f'(t) dt \\ &= \frac{1}{z} + \frac{1}{z} \int_0^{\infty} e^{-tz} (-\varphi(t)) \cdot f(t) dt\end{aligned}$$

故ニ

$$\int_0^{\infty} e^{-tz} (z + \varphi(t)) \cdot f(t) dt = 1$$

[附記] 念ノタメニ^(*)ヲ証明シテミル。

$z = x + iy$ が $x > -\lambda$ トスレバ $x > \xi > -\lambda$ ナル
 ξ ヲトル。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log f(t)}{t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-1}{t} \int_0^{\infty} \varphi(t) dt = -\lambda$$

ガカラ ξ = 對シテ t_0 ヲ充分大キクトレバ

$$t > t_0 \text{ ノトキ } \frac{\log f(t)}{t} < \xi$$

従ツテ $f(t) < e^{\xi t}$

一方 $|e^{-z}| = e^{-x} < e^{-\xi}$ ガカラ $e^{-x} = \theta \cdot e^{-\xi}$ トイヘバ

$$0 < \theta < 1$$

然ラバ

$$\begin{aligned}
 R_{t_0} &= \left| \int_{t_0}^{\infty} e^{-zt} f(t) dt \right| \leq \int_{t_0}^{\infty} e^{-\sigma t} |f(t)| dt < \int_{t_0}^{\infty} (\theta e^{-\xi})^t \cdot e^{\xi t} dt \\
 &= \int_{t_0}^{\infty} \theta^t dt = \frac{\theta^{t_0}}{\log \theta}
 \end{aligned}$$

故 = $t_0 \rightarrow \infty$ / $\theta < 1$ とき $R_{t_0} \rightarrow 0$. 即ち $J(z)$ に収斂スル。