OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Period 2 ノ topologische Selbstabbildung ヲ持ツ Mannigfaltigkeit ニ就イテ
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 51, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74100
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

1935

178. Period 2 ノ topologische Selbstabbildung ヲ持ツ Mannigfaltigkeit ニ就イテ

小松醇郎（阪大）

Fixpunktfrei ノ Involutorische Selbstabbildung ヲ持ツ Orientierbare Mannigfaltigkeit ハ如何カト云フ問題ガ分レバ少シ都合ガ宜シイノダガ Dimensionszahl gerade ノトキハドウシテ調ベレバヨイノカ一寸分ラナイ。但シ特別ニ Dimension 2 即チ曲面ノ場合ニハ凡ベテ少クトモ一ツノ左様ナ Abbildungsklasse ヲ持ツコト殆ンド trivial.

扨テ Dimensionszahl ungerade ノトキハ下記ノ様ニ Heegaard-Diagramm ヲ使ヘバ必ズソノ様ナ Abbildungsklasse ノ存在ガ言ハレル。

任意ノ M^{2n+1} （後ノ図参照）

ソノ Heegaard Diagramm: M_1^{2n+1}, M_2^{2n+1} $\subset R^{2n+1}$

各々ノ境界: M_1^{2n}, M_2^{2n}

ソノ topologische Abbildung φ: $\varphi(M_1^{2n}) = M_2^{2n}$

先ヅ M_1^{2n} ノ小サナ $2n$ 次元 Element E_1^{2n} (Simplex) ヲトル、M_2^{2n+1} ノ中デ $2n+1$ 次元 Element デソノ境界 S_2^{2n} ハ M_2^{2n} ト $\varphi(E_1^{2n}) = E_2^{2n}$ ノミヲ共有スルモノヲトリ出ス、ソノ Element ノ中デ M_1^{2n} ト homöomorph

ナモノ $\overline{M}_1^{2n}$ ヲトリ出シ、ソレガ S_2^{2n} ト E_2^{2n} ノミヲ共有スル様ニトル。

斯クテ $\overline{M}_1^{2n}$ デ囲マレタ内部ノ Menge ヲ M_1^{2n+1} ニ合セ且ツ E_1^{2n} ト E_2^{2n} トヲ合セレバ新シイ Heegaard Diagram トシテ

$$\overline{M}_1^{2n+1}, \qquad \overline{M}_2^{2n+1} \qquad \subset R^{2n+1}$$

各々ノ境界: $M_1^{2n} + \overline{M}_1^{2n} - E_1^{2n} - E_2^{2n}$,

$$M_2^{2n} + \overline{M}_2^{2n} - E_1^{2n} - E_2^{2n}$$

ソノ topologische Abbildung φ' ハ $M_1^{2n} - E_1^{2n}$ ニテハ

$$\varphi'(M_1^{2n} - E_1^{2n}) = \varphi(M_1^{2n} - E_1^{2n}) = M_2^{2n} - E_2^{2n}.$$

E_1^{2n} ノ境界 S_1^{2n-1} ダトスレバ是レハ $\overline{M}_1^{2n+1}$ ノ境界ヲ homöomorph ナニッノ部分 $M_1^{2n} - E_1^{2n}$ 及ビ $\overline{M}_1^{2n} - E_2^{2n}$ ニ分ケ且ツ S_1^{2n-1} ハ $\overline{M}_1^{2n+1}$ ニテ homotop 0.

同様ナ関係ガ $\overline{M}_2^{2n+1}$ ニテモ成立スル。

S_1^{2n-1} 及ビ S_2^{2n-1} ガ $\overline{M}_1^{2n+1}$, $\overline{M}_2^{2n+1}$ ノ中デ homotop ナ Weg ガ作ル Element E_1^{2n}; $S_2^{2n} - E_2^{2n} = E_2^{2n}$ ヲ考ヘル。

此処デ求メル Selbstabbildung ナヲ次ノヤウニ作ル.

先ヅ

$$\varphi'(S_1^{2n-1}) = \varphi(S_1^{2n-1}) = S_2^{2n-1}$$

デ $\varphi(x_1) = x_2$, $\quad x_1 \in S_1^{2n-1}$, $\quad x_2 \in S_2^{2n-1}$

トスレバ　$f(x_1) = Ant.\, x_2$

即チ x_2 ノ S_2^{2n-1} デノ Antipol ヲ對應サセル。

之レデ $f(S_1^{2n-1}) = S_2^{2n-1}$ デアッテ、f ト φ' トハ對應スル一致点ガナイ。

次ニ f ヲ E_1^{2n}, $E_2'^{2n}$ ニ擴張スル、E_1^{2n}, Centre ハ $E_2'^{2n}$ ノ Centre ニ移ル。

次ニ此ノ Abbildung ヲ拡張シテ

M_1^{2n} デ囲マレタ内部ヲ $\overline{M}_2^{2n} - E_2^{2n} + E_2'^{2n}$ デ囲マレタ内部、$\overline{M}_1^{2n}(+E_2^{2n})$ デ囲マレタ内部ヲ

$M_2^{2n} - E_2^{2n} + E_2'^{2n}$ デ囲マレタ内部ヘ移ス、例論ソノトキ境界ノ一部分 E_1^{2n}, $E_2'^{2n}$ ノ對應ハ $f(E_1^{2n}) = E_2'^{2n}$ デアルヤウニスル。

是ハ夫々ノ Berandete Mannigfaltigkeit ガ homöomorph デアルカラ常ニ可能。

之デ $f(M^{2n+1}) = M^{2n+1}$.

此ノ場合 Fixpunkt ノ生ズル可能性ハ

$\varphi'(Rd.\ \overline{M}_1^{2n+1})$

ト $f(Rd\ \overline{M}_1^{2n+1})$ トノ一致点ノアルトキ。

然ルニ　$\varphi'(M_1^{2n} - E_1^{2n}) = M_2^{2n} - E_2^{2n}$

$f(M_1^{2n} - E_1^{2n}) = \overline{M}_2^{2n} - E_2^{2n}$

$\varphi'(\overline{M}_1^{2n} - E_2^{2n}) = \overline{M}_2^{2n} - E_2^{2n}$

$f(\overline{M}_1^{2n} - E_2^{2n}) = M_2^{2n} - E_2^{2n}$

且ツ $(M_1^{2n} - E_1^{2n})$ ト $(\overline{M}_1^{2n} - E_2^{2n})$ トノ Durchschnitt

S_1^{2n-1} デハ f トφ' ト一致点ガナイ。

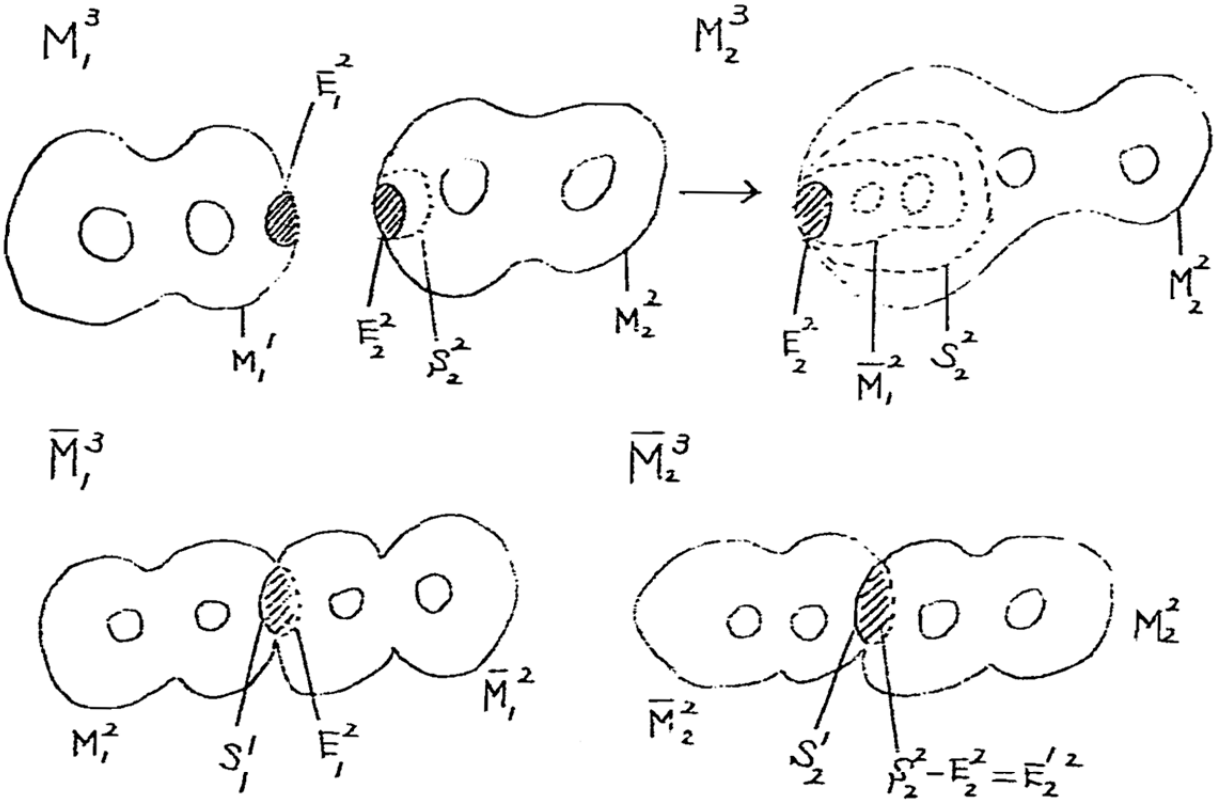
故= φ' ト f ト一致点ガナイ。

對應スル $x_1 \in \overline{M}_1^{2n+1}$, $x_2 \in \overline{M}_2^{2n+1}$

$$f(x_1) = x_2, \quad f(x_2) = x_1$$

之デ Period 2.

此ノ Abbildung ハ Indikatrix erhaltende デアル!



Satr. 奇数次元ノ Orientierbare Mannigfaltigkeit ハ Indikatrix erhaltende, fixpunktfrei ノ involutorische Selbstabbildung ヲ持ツ。

是レガ Indikatrix umkehrende Abbildung が存在スルカドウカ、是レハ一般ニハ言ハレナイ、ソレハ三次元ノ unsymmetrische Mannigfaltigkeit

ハ Indikatrix ヲ変ヘル topologische Abbildung ガ存在シナイモノデアルカラ.

曲面ノ場合ニハ Indikatrix umkehrende, involutorische Selbstabbildung ハ常ニ存在スルガ Indikatrix erhaltende ノ方ハ Geschlecht odd ノ奴ノミデアル、丁度三次元ノ場合ト反対ニナッテ居ル。

此ノ問題ハ Nicht Orientierbare Mannigfaltigkeit ヲ調ベルトキニ生ジ、何トナレバ Nicht Orientierbare Mannigfaltigkeit ノ fundamentalgruppe ハ $\mathfrak{l}_z + i\,\mathfrak{l}_z$ ノ如ク index 2 ノ Klasse ニ分タレ $i\,\mathfrak{l}_z$ ノ Element ニ相当スル Weg ハ Indikatrix ヲ変ヘル.

ソレデ $\mathfrak{l}_z$ ナル fundamentalgruppe ヲ持ツ regulär überlagerungs-raum ヲ作レバ Blätterzahl 2 デ Orientierbar.

即チ始メノ一点 x ニ対シ x_1, x_2 ノ二点ガ対応スル. 故ニ此ノ x_1 ト x_2 トヲ対応セシメル Abbildung ハ Indikatrix umkehrende, fixpunktfrei ノ involutorische Selbstabbildung デアル。

——(7.27)——