



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | $y \cdot dy/dx = A(x)y + B(x)$ 二就テ, III                                     |
| Author(s)    | 福原, 満洲雄                                                                     |
| Citation     | 全国紙上数学談話会. 1935, 51, p. 14-17                                               |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/74103">https://doi.org/10.18910/74103</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

$$181. \quad y \frac{dy}{dx} = A(x)y + B(x) = \text{就 } \tau, \text{ III}$$

福原 満洲雄 (北大)

$$(a) \quad y \frac{dy}{dx} = A(x)y + B(x)$$

= 於  $\tau$   $A(x), B(x)$  は  $x \rightarrow \infty$  , 時

$$(1) \quad \begin{cases} A(x) \sim a_{-m}x^m + a_{-m+1}x^{m-1} + \dots \\ B(x) \sim b_{-n}x^n + b_{-n+1}x^{n-1} + \dots \end{cases}$$

ナル形 = 展開サレ,  $2m+1 > n$  デアルトスル。

6. 前回ハ

$$|y - \alpha_0 x^{m+1}| < \delta |x|^{m+1}$$

$$\text{又ハ } |y - \beta_0 x^{n-m}| < \varepsilon |x|^{n-m}$$

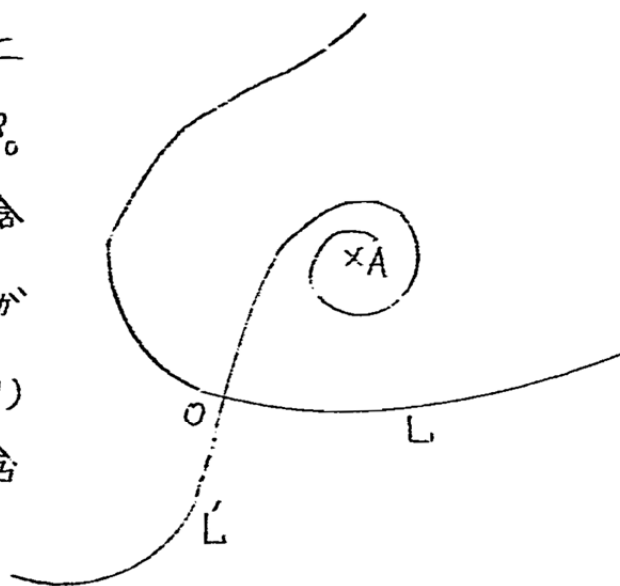
デアルマウナ部念ダケヲ考ヘタノデアルカラ此ノ制限ヲ取除  
 カナケレバナラナイ。再ビ (i) ハ一般ニ近似展開デアルトシ、  
 $x$  が正ノ値ヲ取りナガラ  $+\infty$  ニ近ヅク場合ヲ考ヘル。此ノ  
 時  $2m+1 < n$  場合ノ II, III, IV (第46号) ニ相當スル結  
 果ハ次ノマウニ述ベラレル。

IX.  $R(a_{-m}^2/b_{-n}) > 0$  ノ場合

(i)  $x_0 \leq x < +\infty$  デ分岐点ヲ持ツ (即チ  $y=0$  トナル)

(a) ノ解ガ  $x=x_0$  デ取ル値ヲ  $y_0$  トシタトキ  $y_0/x_0^{n-m}$  ナ  
 レ点ノ集合ハ原点ヲ過リ、両端ガ  $\infty$  マデ伸ビテキルーツノ  
 曲線  $L$  トナル (図参照)。  $L$  ノ切線ハ実軸トナス角ハ切点  
 ガ  $\infty$  ニ近ヅクニ從ツテ  $\arg(a_{-m})$  ニ近ヅク。

(ii)  $L$  = 依ツテ平面ガ二  
 ツノ領域ニ分レル。其ノ中  $\beta_0$   
 ヲ含ム方 (圖ニ於テ点  $A$  ヲ含  
 ム方) =  $y(x_0)/x_0^{n-m}$  ガ  
 属スルマウナ (a) ノ解ハ ( $\beta$ )  
 ナル形ニ展開サレ、  $\beta_0$  ヲ含  
 マナイ方 =  $y(x_0)/x_0^{n-m}$   
 ガ属スルマウナ (a) ノ解ハ  
 ( $\alpha$ ) ナル形ニ展開サレル。



(iii)  $y(x_0)/x_0^{n-m}$  ガ  $L$  ノ上ニアルマウナ (a) ノ解ハ  
 $x_0 \leq x < +\infty$  デ分岐点ヲ持ツカラ  $x$  カラ先ハ  $y$  ノ  
 取ル値ガ二ツアル。其ノ中一方ハ ( $\alpha$ ) ナル形ニ、他ハ ( $\beta$ ) ナ

ル形 = 展開サレル。

X.  $R(a_{-m}^2/b_{-n}) < 0$  の場合.

(i)  $x_0 \leq x < +\infty$  デ分岐点ヲ持ツ (a) ノ解ガ  $x_0$  デ取ル値ヲ  $y_0$  トシタトキ  $y_0/x_0^{n-m}$  ナル点ノ集合ハ原点Oヲ過ルーツノ曲線  $L'$  デ、其ノ一端ハ  $\infty$  マデ伸ビテ居リ、他ハ渦状トナツテ一点  $A$  = 収斂スル、コノ場合 = モ  $L'$  ノ切線ガ実軸トナス角ハ切点ガ  $\infty$  = 近ヅク = 従ツテ  $\arg(a_{-m})$  = 近ヅク、点  $A$  ハ  $x_0 \rightarrow \infty$  ノ時  $\beta_0$  = 収斂スル。

(ii)  $y(x_0)/x_0^{n-m}$  ガ点  $A$  ト一致スルヤウナ (a) ノ解ハ  $(\beta)$  ナル形 = 展開サレ、他ノ解ハ皆  $(\alpha)$  ナル形 = 展開サレル。

(iii)  $y(x_0)/x_0^{n-m}$  ガ  $L'$  ノ上 = アルヤウナ解ハ  $x_0 \leq x < +\infty$  デ分岐点  $\xi$  ヲ持ツカラ、 $\xi$  カラ先ハ  $y$  ノ取ル値ハ二ツアルガ、ソノ何レモ  $(\alpha)$  ナル形 = 展開サレル。

7. 最後 = 「(1) ガ収斂ナ級数デソノ和ガ  $A(x)$ ,  $B(x)$  デアル場合 =  $x = \infty$  ノ近傍 ( $\infty$  ヲ除ク) = 分岐点ヲ持タナイ (a) ノ解ガ存在スレバ、 $x = \infty$  ハ其ノ解ノ正則点カ又ハ極デアル」コトノ証明ノ順序ヲ述ベテ置カウ。

$\cos((2m-n+1)\theta - \omega) \neq 0$  デアルヤウナ方向デ  $\infty$  = 近ヅクトキ = ハ  $\text{IX}$ ,  $\text{X}$  = 依ツテ (a) ノ解ハ必ズ  $(\alpha)$  又ハ  $(\beta)$  ナル形 = 展開サレル、故 =

$$\arg x = \frac{\omega + k\pi}{2m-n+1}, \quad |x| > R_k \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

デ

$$|y - \alpha_0 x^{m+1}| < \delta |x|^{m+1}$$

$$\text{又ハ } |y - \beta_0 x^{n-m}| < \varepsilon |x|^{n-m}$$

が成立スル。若シ  $R_k$  が  $k$  = 無関係 = 取レルナラバ I, VI = 依ッテ此ノ二ツノ不等式ノ何レカが  $|x| > R$  デ常 = 成立スルコトが分ル。サウナルト VII, VIII = 依ッテ其ノ解ハ ( $\alpha$ ) 又ハ ( $\beta$ ) ナル形ノ (近似的デナク) 収斂ノ級数 = 展開サレル。若シ  $R_k$  が  $k$  = 無関係 = 取レナイナラバ

$$\arg x = \frac{\omega + k\pi}{2m - n + 1}, \quad |x| \geq R$$

デ

$$|y(x) - \alpha_0 x^{m+1}| < \delta |x|^{m+1},$$

$$|y(x) - \beta_0 x^{n-m}| > \varepsilon |x|^{n-m}$$

が成立スルヤウナ  $x$  ノ値  $\xi$  が存在スル。  $y(\xi) = \eta$  トシ、 $x$  ヲ  $y$  ノ変数ト考ヘ、 $y$  平面デ適當ナ曲線 = 依テ  $\eta$  ヲ原点  $O$  = 結ンダトキ其ノ上デハ常 =  $|x|$  が (最初 = 映ヘラレタ) 或正ノ値  $R$ 。ヨリ小サクナラナイヤウ = ナルコトが証明サレル。從ッテ其ノヤウナ解ハ  $|x| \geq R$  デ分岐点ヲ持ツコト = ナル。コレデ証明ハ完結スルノデアルガ、此ノ曲線ノ取リ方が  $2m+1 < n$  ノ場合ノヤウ = 簡單デハナイカラ詳シイ説明ハ省略スル。