



Title	積分方程式論ヲ函数空間論ノ應用トシテミルトキ
Author(s)	佐藤, 常三
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 56, p. 6-10
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74118
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

196. 積分方程式論ヲ函數空間論ノ應用トシテ ミルトキ

佐藤 帝 三 (京大)

マヅ Unit operator E = 對應スル核ノ ナイコトハ
明ラカ。 Hilbert ノ積分方程式ノ理論カテ出発シタ抽象
空間ノ理論ガ、逆ニ前者ヲ後者ノ特種トミルトキ唯々其ノ儘
ヲ済マサレナイ氣ノ スル個所ガアルヤウニ思ヒマス、冒頭ニ
述べマシタ様ニ $E(x, y)$ ナルヤウニ核ガ御座イマセンカラ
polynomial operator ヲ定義スル際ハ:

$$P_m(z) = e_1 z + e_2 z^2 + \dots + e_n z^m$$

ニ對シテ

$$P_m(K) \stackrel{\left(\frac{x}{y}\right)}{=} e_1 K + e_2 K^{(2)} + \dots + e_m K^{(m)}$$

$(K^{(i)}(x, y) \wedge K, i\text{-th iterated kernel})$

ヲ採用シマス、勿論 $K(x, y)$ ハ對稱核ニシテ complete
トシマス。(特ニ正核トシテ置キマス), サウシマスト先ヅ
次ノコトガ云ヘマス。

polynomial $P_m(z)$ が $0 \leq z \leq \frac{1}{\lambda_i}$ で常 $= \geq 0$ ナラバ
 $P_m(K)^{(\frac{\infty}{\lambda_i})}$ は positive definite kernel.

茲 = 固有値 $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \dots \leq \lambda_n \leq \dots$;
 固有函数 $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x), \dots$ トオキマ
 ス。

斯ウシテ polynomial kernel の処法シテユクコト
 が出來ル手順ハ、例ヘバ岩波講座、藤原博士著無限多変数函
 数論 II = 述べラレテアリマス、繰返シテ申シマスガ $E(x, y)$
 ナル如キ核ノ存在ノ許サレヌノハ自明デスガ、常数項ヲ持ッ
 整式

$$P_m(z) = e_0 + e_1 z + e_2 z^2 + \dots + e_m z^m$$

= 對應シテ

$$P_m^*(K)^{(\frac{\infty}{\lambda_i})} = e_0 + e_1 K + e_2 K^{(2)} + \dots + e_m K^{(m)}$$

が定義出來ナイカ? 私ハコレニツイテノ理由ヲ求メタノデ
 スガ、若シ私ノ操作 = 自家撞着カアリマスナラバ、御叱正ヲ
 賜リタシ。

兎ニ角 $z P_m(z) = z(e_0 + e_1 z + \dots + e_m z^m)$
 = 對應スル kernel ハ存在シマスカラ、 $K P_m^*(K)^{(\frac{\infty}{\lambda_i})} =$
 ツイテハ

$$(1) \quad \varphi_i(x) = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_i} P_m\left(\frac{1}{\lambda_i}\right)} \int_a^b K P_m^*(K)^{(\frac{\infty}{\lambda_i})} \cdot \varphi_i(t) dt,$$

($i = 1, 2, 3, \dots$)

コレカラ $P_m^*(K)^{(\frac{x}{\lambda})}$ ナル函数, characteristic propertiesヲ求メル。

ソノタ $\chi =$

$$\psi_i(u) = \int_a^b P_m^*(K)^{(\frac{u}{\lambda})} \varphi_i(t) dt$$

トオケバ, (1)ヨリ

$$\mu_i \varphi_i(x) = \int_a^b K(x, u) \psi_i(u) du,$$

$$\mu_i \equiv \frac{1}{\lambda_i} P_m\left(\frac{1}{\lambda_i}\right)$$

シカ $\chi =$

$$= \sum_{v=1}^{\infty} \frac{d_{vi}}{\lambda_v} \varphi_v(x),$$

$$d_{vi} = \int_a^b \psi_i(t) \varphi_v(t) dt, \quad (v=1, 2, 3, \dots)$$

$\{\varphi_v\}$ ナル systemハ "normé" ナルカラ

$$d_{vi} = \begin{cases} \lambda_i \mu_i & v=i \\ 0 & \text{for } v \neq i \end{cases}$$

即チ $d_{ii} = P_m\left(\frac{1}{\lambda_i}\right), \quad d_{vi} = \int_a^b \psi_i(t) \varphi_v(t) dt = 0$

由テ今 ψ_i ノノリ =

$$\overline{\psi_i} = \left(\psi_i / P_m\left(\frac{1}{\lambda_i}\right) \right)$$

ヲトメナラバ, i ノーツ = ツイテ

$(\bar{\psi}_i, \varphi_i) = 1, (\bar{\psi}_i, \varphi_2) = 0$ for all i .
complete system ナルコトカラ

$$\bar{\psi}_i \equiv \varphi_i$$

従ッテ

$$\psi_i = P_m\left(\frac{1}{\lambda_i}\right) \varphi_i$$

元ニ戻セバ

$$(2) \quad P_m\left(\frac{1}{\lambda_i}\right) \varphi_i(x) = \int_a^b P_m^*(K) \binom{x}{t} \varphi_i(t) dt,$$

($i = 1, 2, 3, \dots$)

今次ノ如キ symmetrical function ヲ考ヘル,

$$\chi(x, t) \equiv P_m^*(K) \binom{x}{t} - \sum_{p=1}^m e_p K^{(p)}(x, t).$$

(2) ヲ用ヒテ

$$\begin{aligned} \int_a^b \chi(x, t) \varphi_i(t) dt &= \int_a^b P_m^*(K) \binom{x}{t} \varphi_i(t) dt \\ &\quad - \sum_{p=1}^m e_p \int_a^b K^{(p)}(x, t) \varphi_i(t) dt \\ &= \left\{ P_m\left(\frac{1}{\lambda_i}\right) - \sum_{p=1}^m e_p \left(\frac{1}{\lambda_i}\right)^p \right\} \varphi_i(x) \\ &= e_0 \varphi_i(x) \end{aligned}$$

即チ
$$\varphi_i(x) = \frac{1}{e_0} \int_a^b \chi(x, t) \varphi_i(t) dt$$

for all $i = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

コレが成立スルタメニハ characteristic constant

$\frac{1}{e_0}$ ハ finite value ハトリ得ナイ。

故ニ $C_0 = 0$