



Title	Überall kompakte Abbildung 二就テ
Author(s)	小松, 醇郎
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 57, p. 5-19
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74120
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

198. Überall kompakte Abbildung = 就テ

小松醇郎 (阪大)

0. Mannigfaltigkeit $M \ni \mu \sim \text{stetig} =$
寫入 Abbildung $f(M \xrightarrow{f} \mu) \ni \text{überall kompakt}$
トスル。

H. Hopf, Abbildungsgrad, Theorie
(Zur Topologie der Abbildungen von
Mannigfaltigkeiten. II. Math. Ann. Bd. 102)
ノ補筆デアルガ überall kompakt デナイ場合ハ後ノ
機會ニ譲ル。

Abbildung f ガ nichtorientierbar 即チ M
デ indikatrixumkehrender Weg ガ homotop
 0 ニナル Weg = 寫ルモノアルトキノ Abbildung ガ何故
特別ナ地位ヲ占メルカニ對スルーツノ答ヘラシキモノガ興ヘ

ラレル。所が *Abbildung* f が *Orientierbar* デア
ツテ *indikatrixumkehrende Abbildung* デ
アルトキ即チ *Indikatrix* ヲ変ヘル道が変ヘナイ道=,
又ハ変ヘナイ道が変ヘル道=寢ルモノアルトキ、ソレハ著シ
イ性質ヲ持ツ、即チソノ *Klasseninvariant* トシテ
ノ *Absolutgrad* が常 = 0。

是等ハ唯 *überlagerung* ノ関係ヲ適用スルニ過ギ
ナイ、特別ノ場合ハ *Antipodentreue ab.* 及ビ *Anti-
podenstimmende ab.* デアル。Hopf = ヨレバ任
意ノ *ab.* ハ *index 1* ノ *ab.* 及ビ *überlagerung*
ナル *ab.* ノニツニハ分解サレタガ尚進ンデ μ が常 = *ein-
fach zusammenhängend* + *Mannigfaltig-
keit* ナル場合ニ歸着サレ而モ *Absolutgrad* ナル言葉
ハ不要ヲ結局 Brouwer ノ意味ノ *Classical* + *Grad*
ト *Parität* トノニツニハナル。

次ニ $Ab. f$ ノ *Klasse* = 於テ μ ノ閉曲線が被ハレ
ル(寫像サレル) ノノ *mindeste Bedeckung* が作
ル *Gruppe* F_2 トスレバ F_2 ハ M ノ閉曲線が μ へ寫像
サレテ作ル *Gruppe* F_1 ノ *Obergruppe* デアツテ
 $F_2 =$ 對スル F_1 ノ *index* が $Ab. f$ が作ル所謂
"Wesentliche Schichtenanzahl" デアル。然シ
überall kompakt + *Abbildung* = テハ *Grad*
が 0 デナイナラバ F_2 ハ μ ノ *fundamentalgruppe*

= - 致シ Grad が 0 十ラバ $F_2 \wedge F_1 = -$ 致スル。

1. Indikatixumkehrende Abbildung (i. u. A.)

Satz: M nichtorientierbar, μ Orientierbar
トキハ、ソノ Absolutgrad ハ常 $= 0$ 。

Beweis: M ノ Fundamentalgruppe

$$G = \mathcal{G} + i\mathcal{G}, \quad i^2 \in \mathcal{G}.$$

$i = i$ ノ Orientierung umkehrender Weg
ヲアスル。今コノ $\mathcal{G}$ ヲ Fundamentalgruppe トスル
Mannigfaltigkeit $\Rightarrow M$ ヲ regulär = über-
lagern スルニ、 $\tilde{M}$ ヲ作スル。 $\tilde{M}$ ハ Orientierbar
ヲアスル。

μ ノ Fundamentalgruppe F ; $f = \exists$ ル G
ノ F ヘノ homomorphe Abbildung φ トスル。

f ハ nichtorientierbar ナルタメニハ

$\varphi(i\mathcal{G}) = \varphi(\mathcal{G})$ ガ 必要且ツ十分デアスル。

f ハ Orientierbar ナラバ

$$\varphi(i\mathcal{G}) \neq 1 \in F.$$

$$\varphi(i) \notin \varphi(\mathcal{G})$$

$$\begin{aligned} \text{故ニ} \quad \varphi(G) &= \varphi(\mathcal{G}) + \varphi(i)\varphi(\mathcal{G}) \\ &= \mathcal{U} + \varphi(i)\mathcal{U} = F_1 \subset F. \end{aligned}$$

F_1 ノ F ニ 對スル index j トスルバ F_1 ヲ Fundamental-
gruppe トスル μ ノ Überlagerungsmannigfal-

tigkeit μ^* を作る。そこで

$$M \xrightarrow{f} \mu$$

より $\tilde{A} =$

$$M \xrightarrow{f^*} \mu^*.$$

さて $\mathcal{F}_1$ が亦 *index 2* の *Klasseneinteilung* せられ、 M から $\tilde{M}$ を作つたと同様 μ^* から $\tilde{\mu}^*$ を作る。此処で f^* を $\tilde{M} \rightarrow \tilde{\mu}^*$ 、 $\tilde{f}^* =$ 擴張スル。

M の一点 $x =$ 對シ μ^* の一点 $f^*(x) = \xi^*$ が對應スル。
 x を *überlagern* スル $\tilde{M}$ の二点 $\tilde{x}, \tilde{x}^*, \xi^*$ を *überlagern* スル $\tilde{\mu}^*$ の二点 $\tilde{\xi}, \tilde{\xi}^*$ とスレバ先づ勝手 =
 $\tilde{f}^*(\tilde{x}) = \tilde{\xi}, \quad \tilde{f}^*(\tilde{x}^*) = \tilde{\xi}^*$

と定メル。 M の他、任意の点 $y =$ 對シ $f^*(y) = \eta^*$ とスレバ $\tilde{f}^*$ は $\tilde{y}, \tilde{y}^*$ が $\tilde{\eta}, \tilde{\eta}^*$ = 對應スルコトナル。

又 y を結ブツ、道 W は $\tilde{M}$ で $\tilde{x}$ と $\tilde{y}, \tilde{x}^*$ と $\tilde{y}^*$ と結ブニツノ道 $\tilde{W}, \tilde{W}^*$ とナル。之レ = 對應スル、 μ^* で $\tilde{\xi}$ と $\tilde{\eta}, \tilde{\xi}^*$ と $\tilde{\eta}^*$ とヲ結ブニツノ道ナル。從ツテ $\tilde{x}, \tilde{x}^*$ と $\tilde{\xi}, \tilde{\xi}^*$ と對應スル *Paar* が定メテアルナラバ、ソコヲ出發スル道ノ對應スル *Paar* が定マル。從ツテ

$$\tilde{f}^*(\tilde{y}) = \tilde{\eta}, \quad \tilde{f}^*(\tilde{y}^*) = \tilde{\eta}^*$$

と決定サレル。さて x と y を結ブ他ノ道 W' を選ンダトスル $W'W^{-1} \in \mathcal{G}$ in M とスレバ

$$\tilde{W}', \tilde{W}'^* \text{ は } \tilde{x} \text{ と } \tilde{y}; \tilde{x}^* \text{ と } \tilde{y}^* \text{ と結ブ道} = \text{ナル。}$$

又 $\mathcal{G}(\mathcal{G}) = \mathcal{U}$, $\mathcal{U}$ は $\tilde{\mu}^*$ の *Fundamentalgruppe* だ

アルカラ

$\tilde{W}', \tilde{W}'^* = \text{對應スル道}$

$\tilde{f}^*(\tilde{W}'), \tilde{f}^*(\tilde{W}'^*) \wedge \tilde{\xi} \vdash \tilde{y}, \tilde{\xi}^* \vdash \tilde{y}^* \vdash \nabla$

結グ道デアル。

$$\therefore \tilde{f}^*(\tilde{y}) = \tilde{y}, \quad \tilde{f}^*(\tilde{y}^*) = \tilde{y}^*.$$

又 $W'W^{-1} \in i\mathcal{G}$ in M トスレバ

$\tilde{W}', \tilde{W}'^* \wedge \tilde{x} \vdash \tilde{y}^*, \tilde{x}^* \vdash \tilde{y} \vdash \text{結グ道} = + \text{ル。}$

又 $\varphi(i\mathcal{G}) = \varphi(i)\mathcal{U}$ デアルカラ

$\tilde{f}^*(\tilde{W})\tilde{f}^*(\tilde{W}')^{-1}; \tilde{f}^*(\tilde{W}^*)\tilde{f}^*(\tilde{W}'^*)^{-1}$ ハ何レモ

geschlossen デハナシ、故 =

$\tilde{f}^*(\tilde{W}') \wedge \tilde{\xi} \vdash \tilde{y}^*, \tilde{f}^*(\tilde{W}'^*) \wedge \tilde{\xi}^* \vdash \tilde{y} \vdash \text{結グ道}$
デアル。

$$\therefore \tilde{f}^*(\tilde{y}) = \tilde{y}, \quad \tilde{f}^*(\tilde{y}^*) = \tilde{y}^*.$$

以上デ $\tilde{M} \xrightarrow{\tilde{f}^*} \tilde{M}^*$ が im Grossen = eindentig stetig = 定マル。

$\tilde{M}, \tilde{M}^*$ 共 = Orientierbar, 且ツ $\tilde{f}^*$ ハ überall kompakt, 故 = $\tilde{f}^*$, Absolutgrad ハ classical + Browder, Abbildungsgrad, 絶対値デア
ル。

所ガ ξ , Umgebung, Grad ト ξ^* , Umge-
bung, Grad ト符号ガ反對 = ナツテ居ル。然モ之ハ

等符号ノ答ガカラ 0 ノトキ、ミ可飽、故 $= \tilde{f}^*$ 、*Absolutgrad* 0 デアル。従ッテ *Schichtenbeitrag* 0 。
 従ッテ是ハ $\tilde{f}^*$ 、*Schichtenbeitrag* 凡 $\neq 0$ ヲ表ス。

扱テ元、*Abbildung* f 、*Absolutgrad* $\neq 0$ 考ヘ
 $\mu =$

f *unendlich* + ラバ f *überall kompakt* デ
 アルカラ

必ズ f 、*Absolutgrad* 0 デアル (*Hopf*)。

又 f *endlich* + ラバ *Absolutgrad* $\neq 0$ デアル。

—— 以 上 ——

上、証明ハ直テ = 一般、*Indikatrixumkehrende Abbildung* = 當テハメルコトヲ得ル。

M 、*geschlossen*、道 w ト $f(w)$ ト *Orientierung* 異ルモ、ガウッモーツ存在スルトキ f ハ (*I. u. A.*)
 ト云フ。

Satz: f ガ *i. u. A.* + ラバソ、*Absolutgrad*
 常 $= 0$ 。

Beweis:

a) M *nichtorientierbar*, μ *Orientierbar*
 ハ前ノ定理。

b) M *Orientierbar*, μ *nichtorientierbar*
 トスレバ μ 、*Gruppe* $\mathbb{F} = \mathcal{U} + i\mathcal{U}$, i *indi-*

indikatorumkehrender Weg.

$$\exists \tau \quad \varphi(\mathcal{G}) = \mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}$$

f i. u. A. $\Rightarrow$ ある τ $i \in \mathcal{F}_1$.

zweite Isomorphiesatz $\Rightarrow$

$$\mathcal{F}_1 / [\mathcal{F}_1, \mathcal{U}] \cong \mathcal{F} / \mathcal{U}$$

$$\mathcal{F}_1 = [\mathcal{F}_1, \mathcal{U}] + i[\mathcal{F}_1, \mathcal{U}]$$

Homomorphe Abbildung $\varphi = \tau[\mathcal{F}_1, \mathcal{U}] =$
移る Urbild $\mathcal{F} \cap \tau \tau \mathcal{G} \cap \tau \tau \mathcal{U}$

$$\mathcal{G} / \mathcal{G} \cong \mathcal{F}_1 / [\mathcal{F}_1, \mathcal{U}]$$

$$\therefore \mathcal{G} = \mathcal{G} + \varphi^{-1}(i) \mathcal{G}.$$

M, μ^* $\neq$ Fundamentalgruppe $\neq$ index 2

1 Klasseneinteilung 可能 $\neq$ だが 前 $\cap$ 同様 $=$

$$\tilde{M} \xrightarrow{\tilde{f}^*} \tilde{M}^*$$

$\Rightarrow$ 作れる Orientierbar $\rightarrow$ Orientierbar $\Rightarrow$
Absolutgrad 0.

c) M nichtorientierbar, μ nicht orientier-
bar $\cap$ $\tau \tau \mathcal{U}$

$$\varphi(\mathcal{G}) = \varphi(\mathcal{G}) + \varphi(i) \varphi(\mathcal{G}) = \mathcal{F}_1.$$

$$\times \quad \mathcal{F}_1 = \mathcal{U} + a \mathcal{U}.$$

此 $\Rightarrow a \in \varphi(\mathcal{G}) \neq$ indikatorumkehrender
Weg $\cap$ $\tau \tau \mathcal{U}$.

前, 如 μ^* , $\tilde{M}$, $\tilde{\mu}^*$ 7 作 μ^* , Fundamentalgruppe $\wedge \mathcal{G}(\mathcal{G}) \Rightarrow \tilde{\mu}^*$ $\wedge$ nichtorientierbar ($a \neq 1, \tau \neq$).

Zweite Isomorphiesatz = $\exists$ 1)

$$\mathcal{P}(\ell_j) = [\mathcal{U}, \mathcal{P}(\ell_j)] + a[\mathcal{U}, \mathcal{P}(\ell_j)].$$

是ハ (b) ノ場合デアツテ既ニ證明スミ。 $\tilde{f}^*$, Absolutgrad
從ツテ f , Absolutgrad 0.

$a=1$ + ラバ μ^* Orientierbar ナ (a) , 場合 = 帰ス
ル。

又差シ $\mathcal{F}(\mathcal{C}_f) = \mathcal{U}$, $\mathcal{F}(i) \mathcal{F}(\mathcal{C}_f) = a\mathcal{U} + \text{ラベ Abbildung}$
 f ハ i. u. A. テハナクナル。 — 以上 —

II. Antipodentreme u. Antipodenstimmende
Abbildung u. Deformation. u. S. W.

M が fixpunktfrei, involutorische Selbstabbildung 即ち Ordnung 2, topologische Abbildung auf sich を持つに對應スル二点 x, x^* は互に antipodisch, 又 $M \rightarrow \mu$, stetige Abbildung f が

$$f(x^*) = f(x)^*$$

1) $\neq$ antipodentrane Abbildung $\neq$ 言フ。
(Borsuk).

$$f(x^*) = f(x)$$

1. $\tau \neq$ antipodenstimmende Ab. τ 言 τ .

f nichtorientierbar, $\tau \neq$ Absolutgrad
unbestimmt, 之ヲ 0 τ 考ヘレバ Antipodenstim-
mende Abbildung, Absolutgrad 常 =
even.

$\alpha. t. A.$ 及ビ $\alpha. s. A.$ ヲトヒナラバ Absolutgrad
ヲ求メル = M nichtorientierbar, 場合ハ考ヘナク
テヨイコト = ナル。前ノ如ク $\tilde{M}$ ナル Orientierbar,
überlagerungsmannigfaltigkeit ヲ考ヘル。
即チ f i. u. A. デナイナラバ

$$M: \quad G = \mathcal{G} + i \mathcal{G}, \quad i^2 \in \mathcal{G}.$$

$$\mu: \quad \mathcal{P}(G) = \mathcal{P}(\mathcal{G}) + \mathcal{P}(i) \mathcal{P}(\mathcal{G}) = \mathcal{F}, \subset \mathcal{F}.$$

nichtorientierung, 道 $\mathcal{P}(i) \notin \mathcal{P}(\mathcal{G})$.

デアル。此処デ前ノ如ク

$$\tilde{M} \xrightarrow{\tilde{f}^*} \tilde{\mu}^*$$

ヲ作レバ $\tilde{f}^*$ ハ Antipodentrene Abbildung.

此ノ Absolutgrad g トスレバ f ノソレハ $f \circ g$ デ
アル。

次 = stetige Deformation デ定義スル Abbil-
dungsklasse, 代リ = 尚特 = $\alpha. s. D.$ 及ビ $\alpha. t. D.$ デ
移リ得ル Abbildung ヲ Klasse = マトメルコトが出
來ル。即チ f_0, f_1 ニツノ Antipodentrene Abbil-
dung トシ Abbildung, stetiges Schar
 $f_t (0 \leq t \leq 1)$ が存在シ、ソレハ t = 拘ラズ 常 = f_t が

Antipodentreue Abbildung, トキ f_0, f_1 ハ同
 一ノ Klasse = ゴクシ然ラザルトキ異ル Klasse = ゴク
 スルトスル。

Antipodenstimmende Deformation = ヨル
 Klasse モ同様 = 定義スル。是等ノ Klasse ハ勿論普通
 ノ Abbildungsklasse 凡テ = 表ハレルトハ限ラヌ。又
 一ツノ $A.K.$ ノ 中 = ニツノ $A.S.$ (又ハ $A.t.$) $A.$ ガアルトキ
 ソレハ互ヒ = stetige Deformation デハ移レルノ
 だが $A.S.D.$ (又ハ $A.t.D.$) デ移リ得ルトハ限ラナイ。例
 ヘバ

Satz. $2n$ dimension ノ球面 $S^{2n} \rightarrow S^{2n} =$
 antipodenstimmende $ab.$ フナセバ Absc-
 lutgrad 常 = 0. 故 = 皆一ツノ $ab.$ Klasse ノ 中
 = ハイルノだが $A.S.D.$ デ Klasse = 合ケルトニツノ
 Klasse = 合レル。

是ハ Projektiver Raum, S^{2n} ヘ, $ab.$ デアルカ
 ラ $ab.$ Klasse ハ 2, 即チ Parität 0 及ビ 1 ノ奴デ
 アル。

此ノ Satz ヨリ $M \xrightarrow{f} \mu$, stetige $ab.$ デ
 M nichtorientierbar ノ場合ハ全ク考ヘナクテ良イ
 エトナル。即チ f i. u. A. デナイ場合ハ前述、又
 f nichtorientierbar デナクテ i. u. A. ノトキハ (I)
 ノ定理, 又 f nichtorientierbar ノトキハ即チ Parität

⇒ Absolutgrad 不定ノ場合ダガ之レハ $\tilde{M}$ ヲ作り $\tilde{M}$
 ノ A.S.A. 及ビ A.S.D. ノ Klasse ノ問題 = 歸スル。

是ヲ一般 = スレバ

$M \xrightarrow{f} \mu$, Gruppe , 關係ハ

$$\mathcal{G}(\mathcal{G}) = \mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}_1.$$

$\mathcal{G} = \mathcal{G}$ ハ M ノ , $\mathcal{F}_1$ ハ μ ノ Gruppe テアル。

$$\mathcal{G}(\mathcal{H}) = I \text{ トスレバ}$$

$\mathcal{H}$ ヲ Gruppe = 持つ Mannigfaltigkeit $\tilde{M}$

$\mathcal{F}_1$ ヲ " " " μ^*

I ヲ " " " $\tilde{\mu}^*$

カクテ f ヨリ $M \xrightarrow{f^*} \mu^*$ ヲ作り次イデ

$$\tilde{M} \xrightarrow{\tilde{f}^*} \tilde{\mu}^* = \text{擴張スル。}$$

$\tilde{f}^*$, Grad g (Paritätモ入レテ) ナラバ f^* ,

Grad g , 從ツテ f , Grad g テアル。

即チ f が nichtorientierbar ナラバ $\tilde{M}$ が nicht-

orientierbar , f が Orientierbar ナラバ

$\tilde{M}$ が Orientierbar , $\tilde{\mu}^*$ ハ常 = einfachzusammenhängend テアル。

特 = 射影空間 , 射影空間ヘノ変換ヲ考ヘル。

ソノ Dimension 偶数ナラ Parität カ Grad 奇数デア
 ル。

Dimension 奇数ナラ Grad 凡テノ自然數。

當然起ル問題ハソノ Ab. Klasse が Grad = ヨリ

Charakterise セラレルノデアナイカ? デアルが
 M, μ 共 = Sphere $\tilde{M}, \tilde{\mu}$, Überlagerungsraum
 = シ、a.s. Def. 又ハ a.t. Def. = ヨル Klassen-
 einteilungヲ求メルコト = ナル。試ミタが無効。

定理. おいれる指標奇数, nichtorientierbar
 Fläche, 射影平面へ, Ab.ハ Parität カサモナクバ
 Grad odd. デアル。(Ab. Grad デ Charakterise
 セラレルノデアナイ)

Eulersche Charakteristik 奇数ト云フ條件
 ハ indikatrix umkehrender Weg デ 2 倍スレ
 バ Randトナルモノノ存在ヲ表ス。

M , Gruppe $G = \frac{1}{2} + i \frac{1}{2}$
 が $\varphi(\frac{1}{2} + i \frac{1}{2}) = 1$
 及ビ $\varphi(\frac{1}{2}) = 1, \varphi(i) \neq \varphi(\frac{1}{2})$

ハ夫々前ノ場合ト同様 = 論セラレ前者ハ Grad 0, 後者ハ
 odd デアル。

然ラザル場合ハ G , Untergruppe $\mathcal{H}$

$$\varphi(\mathcal{H}) = 1$$

$G/\mathcal{H}$ ハ oder 2, cycki Grup.

且ツ $\mathcal{H}$ = ハ umkehrender Weg が含マル。

故 = M , Überlagerungsfläche $\tilde{M}$ ハ nicht-
 orientierbar.

且ツ $\tilde{M} \xrightarrow{\tilde{f}} \tilde{\mu}$ + ヲ Abbildung が作レル。之

ハ Antipodentreue ab. $\Rightarrow$ Abbildungs Klasse
ハニツ。

此ノ Parität が, $M \rightarrow \mu$ ハ, ab. Klasse γ
Charakterise スルヲケ = ハイカナイ。

高次元 = スル場合 Nichtorientierbare Mann. ハ
必ず 2 倍 スレバ Randトナル Orientierbare Mann.
が存在スル故手数ヲ踏ンデユケバ同様ノ結果ヲ得ルデアラウ。

III. Gruppe F_2 . (0. 参照)

F_2 ハ F , Untergruppe, 是ヲ fundamental
gruppe = 持ツ Überlagerungsraum $\bar{\mu}$ ヲ
作ル。

$$M \xrightarrow{f} \mu$$

$$\gamma \quad M \xrightarrow{f} \bar{\mu} = \text{擴張スル。}$$

μ ノニツノ道 v_1, v_2 が mod. F_2 デ äquivalent
ノトキ v_1, v_2 ハ $\bar{\mu}$ ノ一ツノ同一ノ点ヲ表ストスル。

從ツテ M ノ一ノ点 x , $f(x) = \zeta \in \mu$ トシ

$$\bar{f}(x) = \bar{\zeta} \in \bar{\mu} \text{ ヲ定メルナラバ}$$

M ノ一ノ点 x = 對シ、 x ト x ト結ブ任意ノニツノ道 W_1, W_2
ハ $f(W_1), f(W_2)$. μ デ ζ ト $\zeta = f(x)$ ヲ結ブ道。

$$f(W_1) f(W_2)^{-1} = f(W_1 W_2^{-1})$$

是レハ閉曲線ノ寫像故勿論 F_2 ノ Gruppe ノ Element
ヲ表ス。

$\therefore f(w_1), f(w_2) \text{ mod } \mathcal{F}_2 \text{ äquivalent.}$

故に $x = \text{對シ } \bar{\mu} \text{ ノ唯レ点 } \bar{\xi} \text{ が對應ス。}$

Ab. $\bar{f}$ デ $\bar{\mu}$ ノ一 点 $\bar{\xi} = f(x)$ トシ、 $\bar{\xi}$ ト $\text{mod. } \mathcal{F}_2$ デ äquivalent ナ 点 $\bar{\xi}^*, \bar{\xi}^{**}$ 等ハ本質的ニハ M ノ Urbild ヲ持タナシ。Urbild ガアツタトシテモ $\bar{f}$ ノ Klasse, 中デハ Urbild ヲナクスルコトが出来ル。若シ $\bar{\xi}^*$ ノ Urbild ガドウシテモ消ヘナイナラバ $\bar{\xi}$ ト $\bar{\xi}^*$ ト結ブ道ガ M ノ Bild ノ中ニ存在スル。之ハ Ab. $f = \text{移セバ } \mu$ ノ中ノ閉曲線ガ如何ニシテモ $f(M)$ ノ中ニ被ハレルコトナリ、ソレガ $\mathcal{F}_2$ ノ Gruppe ノ Element ノ中ニ這入ラヌト言フコトニ矛盾。

次に $\bar{\mu}$ ヨリ Gruppe $\mathcal{F}_1$ ノ fundamentalgruppe = 持つ Überlagerungsraum μ^* ヲ作り

$$M \xrightarrow{f^*} \mu^*$$

ニ擴張スル。

假定ニヨリ $f^*(x) = \xi^*$ トスレバ ξ^* ト äquivalent ナ 点ハ μ^* デハ $\text{index } (\mathcal{F}_2 / \mathcal{F}_1 = \text{對スル})$ ダケアル。

ソレヲ $\xi^{**}, \xi^{***}, \dots$ トスレバ、ソレハ皆 f^* デ Urbild ヲ持ツ、若シ持タネバ $\mathcal{F}_2$ ノ假定ニ反スル。且ツ ξ^* ノ Urbild ト ξ^{**} ノ Urbild トハ Schicht ガ異なる。即チコノ index ノ数ダケノ wesentliche Schicht ガアル。(ξ^* ノ Urbild ノ点ハ皆等シイ Schicht ノ点)

即ち Schichtenanzahl, 問題が algebraisch
 1 問題 = ナツタノデアルガ $\mathcal{F}_2$ ヲ見出スコトハ難シイ、über-
 all Kompakt ナラ $\mathcal{F}_2$ ハ $\mathcal{F}_1$ カ $\mathcal{F}$ カデアル。