



Title	Reguläre Anfangszahl mit limeszahlindex 二就テ
Author(s)	黒田, 成勝
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 57, p. 19-23
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74121
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

199. Reguläre Anfangszahl mit Limeszahlindex = 就テ

黒田 成 勝 (東京女高師)

標題 = 掲ゲタ順序數が集合論デ取扱ハレテキル = モ拘ラズ、更ニヌコノ種ノ數ヲ考ヘルコトが矛盾ノ誘因 = ナルトハ考ヘラレナイ = モ拘ラズ、コノ數ノ存在ヲ主張出來ルヤウナ集合論ノ公理系が見當リマセン。ドコカ = アリマシタラ御教示願ヒタイ次第デス。

ソレデコノ數が存在スルヤウ = 集合領域ヲ拡張スル = ハ Zermelo, Grenzzahlen und Mengenbereich (Fund. Math. 16, 1930) = 関係シテ次ノヤウナコトが考ヘラレマス。先ヅ畧クノ便宜ノタメ = ヨク知ラレテキル言葉ノ定義カラ始メタク思ヒマス。以下ギリシヤ字ハ皆順序數。

I. $\alpha, \beta, \beta < \alpha$ が極限數デアルトキ、適當ナ順序數ノ列

$$\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_\nu, \dots, \nu < \beta,$$

ニ對シテ

$$\lim_{\nu < \beta} f_\nu = \alpha$$

トナルナラバ α ハ β ト *konfinal* デアルト云フ。

II. 自カ自身トノミ *konfinal* デアル數ヲ *regulär* ト云フ (例ヘバ ω)。

III. 超限順序數ヲ數ノ類ニカツテ各類, *Anfangszahl* ヲ大キサノ順ニ

$$\omega, \omega_1, \dots, \omega_\omega, \dots, \omega_{\omega_1}, \dots, \omega_{\omega_\omega}, \dots$$

トナルトキ、 ω ノ *Index* ガ *Limeszahl* デアルヌヲ
+ *reguläre Anfangszahl* 7 *Reguläre Anfangszahl mit Limeszahl Index* 又ハ
exorbitante Zahl ト云フ。

Exorbitante Zahl ガ存在スルヌヲ = スルヌト =
Zermelo-Fraenkel-v. Neumann , 公理系 =
次ノ公理ヲツケ加ヘル。

IV. 任意ノ集合 m = 對シテ 次ノ條件ヲ満足スル集合 M
ガ少ク トモ一ツハ存在スル。

i) $m \in M,$

ii) $\alpha \in M$ ナラバ

1) *Potenzmenge* $\mathcal{U}\alpha \in M,$

ii) *Vereinigungsmenge* $\gamma\alpha \in M,$

iii) *Aussonderungsmenge* $\alpha_{\alpha(x)} \in M,$

$\Rightarrow$ Ersetzungsmenge $\mathcal{M}(f(x); x \in a) \in M$.

結局 IV は Zermelo, Mengenbereich ト同
ジヤウナモノが更 = Menge トシテ含マレル Bereich
ヲ規定スル作用ヲスルヲケデス。

ソコデ IV = 於ケル性質ヲ有スルーツノ M ヲ考ヘル、集
合 x ヲ M ノ任意ノ元トシ $x =$ 對スル Anfangszahl
ヲ ω_x トスル: $|x| = |\omega_x|$. ($|x|$ ハ集合 x ノ計量数、又順
序數ヲ Hessenberg-v. Neumann = 從ツテ Subsum-
tion = ヨツテ定義シテ置ケ、即チ

$$0, 1 = \{0\}, 2 = \{0, 1\}, \dots, \omega = \{0, 1, 2, \dots\} \dots$$

從ツテ順序數 α ヨリホサイ順序數ノ集合 $W_\alpha = \alpha$ デアル、
カウシテ M ノ任意ノ元 $x =$ 順序數 $\omega_x = \varphi(x)$ ヲ對應サ
セレバ Ersetzungsaxiom = ヨツテ集合

$$N = \mathcal{M}(\varphi(x); x \in M)$$

が得ラレル。 $M =$ ハ最大ノ Mächtigkeit ノ集合ガナ
イカラ (IV., ii), i)) $N =$ モ最大數ガナイ、ソコデ

$$(1) \lim_{\xi \in N} \xi = \pi$$

トスル、然ラバ π ハ Anfangszahl ノ極限トシテ矢張
リ Anfangszahl デアル、而モ π ハ exorbitant デ
アル、如何モ π 節 = ハ π ガ $\beta < \pi$ ト konfinal デアツタ
トスルト

$$(2) \lim_{\nu < \beta} \alpha_\nu = \pi$$

ナル数列 α_ν , $\nu < \rho$, が存在スル。ソシテ $\alpha_\nu < \pi$ デアルカラ $\alpha_\nu \wedge M = \text{属ス}$ (ソレハ $\alpha_\nu < \pi$ ナリ (1) = ヨツテ $\alpha_\nu < \xi < \pi$, $\xi \in N$ ナル ξ がアリ、且ツ N ノ元ハソノ定義ト IV, ii), =) ト = ヨツテ M ノ元、從ツテ ξ ノ截片 α_ν ハ IV, ii), ハ) = ヨツテ M ノ元デアル)。同様ニ $\rho < \pi$ カラ $\rho \in M$ 、從ツテ IV, ii), =) = ヨツテ

$$A = \mathcal{M}(\alpha_\nu; \nu \in \rho)$$

が、從ツテ IV, ii), ロ) = ヨツテ γA が $M = \text{属ス}$ 、然ルニ (2) = ヨツテ

$$\gamma A = \pi$$

故ニ π が $M = \text{属ス}$ 、從ツテ $N = \text{属ス}$ 。併シソレハ (1) = 反スル、故ニ π ハ *regulär* デアル。第二ニ $\pi = \omega_{\alpha+1}$ トスレバ $\omega_\alpha < \pi$ デアルカラ ω_α が、從ツテ $\mathcal{U}\omega_\alpha$ が $M = \text{属ス}$ 、ソシテ

$$|\mathcal{U}\omega_\alpha| > |\omega_\alpha|,$$

$$|\mathcal{U}\omega_\alpha| \geq |\omega_{\alpha+1}| = |\pi|$$

從ツテ π が $N = \text{属スコトナリ}$ (1) = 反スル、故ニ π ハ *Limeszahlindex* ヲ持ツタ *Anfangszahl* デアル。

Exorbitante Zahl が少クトモ一ツ存在スルコトヲ要求スルノナラ IV = 於テ「任意ノ集合 $m = \text{對シテ}$ 」ハ不要ナラケデス。實ハ凡テノ *exorbitante Zahl* ヲ元トスル集合が存在シナイ程非常ニ多クノ *exorbitante*

Zahl が存在シテモライタイノデ「任意ノ-----」ヲツケ
 タ次第デス、ソレハ IV. = 於テ任意ノ順序数 α ヲ m = トレ
 バ、 α = 對スル M = 對應スル *Anfangszahl* π ハ α
 ヨリ大キクナリ、從ツテ如何程デモ大キイ *exorbitante*
Zahl が存在スルコト = ナリマス。從ツテ凡テノ *exorbi-*
tante Zahl ノ「集合」ハ「発散」シテ集合デハアリ得
 ナイコト = ナリマス。

以上ハ大体ノ考デ大ザッパデスガ、公理カラ精密 = 審ッ
 テ見テ意外ナ困難 = 遭遇スルコトガナケレバ *exorbitante*
Zahl が *Mengenbereich* = 這入ツテ來ルダラウト
 思ヒマス。但シ IV. ハ多スギルコトヲ假定シテキルカモ知
 レマセンシテ IV. ハ他ノ公理ト非常 = 趣ヲ異 = シテキルノデ
 ソノ点モ問題カモ知レマセン。集合ヲ無暗 = 廣クスルト例ノ
 矛盾が起リマスガ IV. = ヨツテ擴ゲテモ大丈夫ダト考ヘマ
 ス。

本會 192. Wohlordnungssatz ノー証明 = 於テ
 $\alpha(0) = 0$ ト置キマシタガ $\alpha(0) = \alpha(m)$ ト置イタ方が違 =
natural デシタ。サウスレバ $f(\xi)$ が m ノ元デアルコ
 ト =、サウ神經質 = ナラズ = スンダノデシタ、又集合 $m-n$
 ハ m = 属シテ n = 属サヌ元ノ集合デスガ 192 デハ必ずシ
 モ $m \geq n$ デハナイノデソノ点モ好都合 = ナリマス。