



Title	代數方程式ニ関スル掛谷先生ノ定理ニ就テノ断想
Author(s)	高橋, 進一
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 60, p. 1-5
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74136
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

214. 代數方程式ニ関スル掛谷先生ノ 定理ニ就テノ断想

高橋進一 (阪大)

近着ノ *Jahresbericht d. D. M. V.* ヲ見マシタラ
Werner Schulz トイフ人ガ
Bemerkungen zu einer Abhandlung
von Herrn Takahashi

トイフ見出シデ東北數學雜誌林先生還暦記念号ニ書キマシタ
私ノ論文ニ若干ノ remark ヲ述べテ居ルノガ目ニ止マリ
マシタ。Werner Schulz トイフ名ハ私ニトツテ全ク
初耳デスガ同氏ノ研究ニ依ルト私が定理Bト名附ケタモノハ
全然 "wertlosigkeit" デアルトイフコトデス。先ヅ
定理A トイフノヲ述ベルト

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

ナル多項式ノ係数ハ凡テ實数デ且ツ

$$a_\nu + a_{\nu+1} - 2a_{\nu+2} \geq 0 \quad \left(\begin{array}{l} \nu = -1, 0, 1, \dots, n \\ a_{-1} = a_{n+1} = a_{n+2} = 0 \end{array} \right)$$

ナラバ $f(x) = 0$ ノ根ハ單位円外ニハ存在シナイ。

S. 氏ハ先ヅコノ定理ニ於テ如何ナル條件ノモトニ
 $f(x) = 0$ ノ根ガ單位円周上ニアルカヲ研究シ又 $n+2$ ガ
odd prime number カ乃至ハ2ノ整数異、時ハ根ハ
全部單位円内ニアルトイフコトモ明カニシテ居マス。

次 = 定理 B トイフノハ

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

ナル多項式ノ係数ハ凡テ實數デ且ツ

$$(1) \quad a_\nu - 3a_{\nu+1} + 3a_{\nu+2} - a_{\nu+3} \geq 0$$

$$(2) \quad a_\nu + a_{\nu+1} - a_{\nu+2} - a_{\nu+3} \geq 0$$

$$(3) \quad a_\nu - a_{\nu+1} + a_{\nu+2} - a_{\nu+3} \geq 0$$

$$(4) \quad a_\nu - 2a_{\nu+1} + 2a_{\nu+2} - a_{\nu+3} \geq 0$$

$$\left(\begin{array}{l} \nu = -2, -1, 0, \dots, n \\ a_{-2} = a_{-1} = 0 \\ a_{n+1} = a_{n+2} = a_{n+3} = 0 \end{array} \right)$$

ノ何レカ一ツノ條件ヲ満足スルナラ $f(x) = 0$ ノ根ハ單位円外ニハ存在シナイ。

S. 氏ハ此ノ定理ノ條件 (1), (2) ハ其自身矛盾シテ居リ、又 (3) ノ條件ハ $n \equiv 1 \pmod{4}$ ノトキハ成立シ得ルが其ノトキハ $f(x)(x+1)^{-1}$ ナル多項式ガ掛谷ノ條件ヲ満足スルノデ問題ハナク、更ニ (4) ノ條件ハ $m \equiv 3 \pmod{6}$ ノトキハ成立シ得ルが其ノ時ハ $f(x)(x^3 + 2x^2 + 2x + 1)^{-1}$ ナル多項式ガ掛谷ノ條件ヲ満足スルノデ又ハリ問題ハナク結局定理 B ハ意味ナシトイフコトヲ示シマシタ。

一併此等定理ノ出シ方ノ principle トイフノハ $f(x) = 0$ ノ代リニ其ノ零點ガ凡テ單位円外ニハナイ多項式 $\varphi(x)$ ヲ任意ニコシテ $\varphi(x)f(x) = 0$ ナル代数方程式ヲ考ヘ之ニ

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

ノ根ノ絶対値ハ

$$\text{Max}\left(1, \frac{|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|}{|a_0|}\right)$$

ヨリ大キクハナイ トイフヨク知ラレタ定理ヲ apply シタ
ノデス。此ノ Hurwitz ノ方法ヲ用ヒナイデ掛谷先生ノ定
理ソノ他ヲ出スヤリ方ハ 1931年 = Montel が Comptes
Rendus = 発表シテ居マスガ同論文ヲ Julius V.
Nagy が "Zentralblatt" = referat シタノ
ヲ読ムト著者ハ文献ヲ餘リ知ラナイラ シイト云ツテ私が数物
記事 (1931) = 出シタ論文 A Note on Kakeya's theo-
rem on Algebraic Equation ヲ察ゲテ居マスノデ
或ハ私ノガ Montel , ヨリモ少シ早く出タノカモ知レマ
セン。

何レニシテモ $\varphi(x)$ ハ任意ノ、ダカラ掛谷先生ノ定理
ヨリモ、モット一般ノ定理ガイクラデモ得ラレルノダラウト
勝手ニ想像シテツノ example トシテ上述ノ定理A,B
ヲ書イテ見タノデスガ、今定理Bガ全然成立シナイコトが明
ラカニサレルト、モウ一度慎重ニ考ヘ直シテ見ナケレバナリ
マセン。

相続ク3ツノ係数ニツイテノ條件カラ初メルノハ上述ノ
定理Aノ他 = Lipka & Egerváry ノヤツタ面白

イ定理がアルノハ周知ノ事柄デスガ、相続ク4ツノ係数ニ就
テノ條件デハ先ヅ考ヘ得ラレル case トシテハ上述ノ (1),
(2), (3), (4) デスカラ此等が何レモ成立シナカツタリ、或ハ
trivial ナモノトナルノナラ今度ハ5ツ, 6ツノ係数ノ
数ヲ増加シテヤレバ尚更其等ノ定理ノ成立ガ怪シクナツテ來
マス。

一方 *principle* トシテハ $\varphi(x)$ ハ全ク任意ニ作り得ルノ
デスカラ此処ノ *gap* ガモット研究サレル必要ガアリマス。
デ若シモ掛谷先生ノ定理ヲ拡張スルトシテモ其等ハ相続ク3
ツノ係数間ノ條件ニ限ラレルトイフコトデモ明ラカニサレタ
ラ莫ニ依ツテ益ミ掛谷先生ノ定理ノ偉大サヲ知り得ル譯デス。
何レニシテモ現在ノ私ニハ既ニ此ノ問題ヲ研究スル熱モ、亦
時間モナイノデスガ、ドナタカ考ヘテ下サツテ不安定ナ所ヲ
完全ニ解決出來マシタラ掛谷先生ノ定理ハ愈ミ其光彩ヲ放ツ
カラムト信ジマス。

次ニ前掲ノ数物記事ニ於ケル私ノ論文デハ主トシテ係数
ガ複素数トナル場合ヲ考ヘタノデスガ、今

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

ナル多項式ノ係数ハ一般ニ *complex* ナリトシテ

$$(5) \quad |a_0| \geq |a_1| \geq \dots \geq |a_n|$$

ノ條件ノモトニ $f(x) = 0$ ハドシナ半径ノ円内ニアルカトイ
フノ問題デシタ。

此ノ場合ハ兎ニ角2ナル半径ヲ持ツ円外ニハ根ガ全然ナイコ

トが直チ = 合リマス。何故カト云ヘバヨク知ラレタ定理 = 依ツテ $f(x)=0$ 、根ノ絶對値ハ

$$1 + \frac{\text{Max}(|a_1|, |a_2|, \dots, |a_n|)}{|a_0|}$$

ヲ超エカ (5)ノ條件カアレバ明カ = ≤ 2 トナルカラデス。モ少シ特殊ナ多項式

$$f(x) = (p_0 + i q_0)x^n + (p_1 + i q_1)x^{n-1} + \dots + (p_n + i q_n)$$

$$(6) \quad p_0 \geq p_1 \geq \dots \geq p_n > 0$$

$$q_0 \geq q_1 \geq \dots \geq q_n > 0$$

デスト $f(x)=0$ ノ根ハ凡テ $\sqrt{2}$ ナル半径ヲ持ツ円外ニハナイ事モ合リマシタ。

所ガ

$$(p_0 + i q_0)x^2 + (p_1 + i q_1)x + (p_2 + i q_2) = 0$$

$$p_0 \geq p_1 \geq p_2 \geq 0, \quad q_0 \geq q_1 \geq q_2 > 0$$

ナル二次方程式デ其根ノ絶對値ガ1ヨリ大キクナル exampleヲ作ツテ見ヨウト思ツテ随分苦心シマシタガ私ニハ到頭出来マセンデシタ。

ソレデ存外 (6)ノヤウナ場合ニハ其ノ根ハ全部單位円内乃至ハ其ノ周上ニアルノカモ知レズ此ノ点ヲモ誰カニ考ヘテ貰ヒタイト常々思ツテ居マス。又 (5)ノ場合ニハ、タトヘ根ガ單位円外ニ飛出シタトシテモ其ハホソノ僅カノ程度ニ過ギナイカモ知レズ此ノ点モモツト用カニシタイモノデス。