OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	G（λ）＝∫ b+0a-0 eλtdφ（t） ニ就イテ
Author(s)	北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 60, p. 23-26
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74140
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

218. $G(\lambda)=\int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t}d\varphi(t)$ ニ就イテ

北川敏男（阪大）

1. 南雲氏ノ問題ニ就イテ（I）デ

$$G(\lambda)=\int_{a}^{b} e^{\lambda t}d\varphi(t)$$

ノ behaviour ヲ調ベタ。シカシ Fourier 級數論ヲ包含サセルタメニハ，寧ロ

$$G(\lambda)=\int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t}d\varphi(t)$$

ノ形デ考ヘタ方ガヨイ。最近 Math. Zeitschr. Band 40, Heft 3 デ R. C. Young ガコノ函数ノ asymptotic behaviour ヲ研究シテヰル。吾々ノ場合ニ援用出來ルトヨイノデアルガ、ソレ程精細ニナッテヰナイヤウニ思ハレル。

ヤハリ氣長ニ進ム外ハナイ。

尚，$\varphi(t)$ ノ條件ヲ緩メウルト云ッタガ次ノ如キ場合ヲ意味

シテヰル。

I. $\varphi(t)$ が点 a 及ビ b デ不連続ナルトキ:

コノトキ

$$\varphi_1(t)=\varphi(t) \qquad (a<t<b\text{デハ})$$
$$=\varphi(b-0) \qquad (t\geqq b\text{デハ})$$
$$=\varphi(a+0) \qquad (t\leqq a\text{デハ})$$

トオケバ

$$\int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t}d\varphi(t)=\{\varphi(a+0)-\varphi(a-0)\}e^{\lambda a}$$
$$+\{\varphi(b+0)-\varphi(b-0)\}e^{\lambda b}+\int_a^b e^{\lambda t}d\varphi_1(t)$$

茲ニ, $\varphi_1(t)$ ハ $[a,b]$ デ有界変分ノ函数デアリ、特ニ点 a, b デ連続ニナッテヰルカラ

$$\int_a^b e^{\lambda t}d\varphi_1(t)=o(e^{\lambda a}) \qquad R\lambda\leqq 0=テ$$
$$=o(e^{\lambda b}) \qquad R\lambda\geqq 0=テ$$

従ッテ

$$\int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t}d\varphi(t)=\left[D(a)\right]e^{\lambda a}+\left[D(b)\right]e^{\lambda b}$$

ト置キウル。(但シ $D(a)=\varphi(a+0)-\varphi(a-0)$ 等トス)

II. $\varphi(t)$ が点 a 及ビ b デ連続ナルトキ:

コノ場合ニハ, a,b が不連続点ノ集積点ニナッテヰルカモ知レヌ。ソノトキニハ一寸手が出ナイが、今二ツノ區間,

〔a, t_1〕及ビ〔t_n, b〕ノ各点ハ連続点デアリ．t_1, t_nガ不連続点＝ナッテヰルトスル。

茲デ

$$\varphi_1(t)=\varphi(t) \qquad t<t_1 \text{ ニテ}$$
$$=\varphi(t_1-0) \qquad t\geqq t_1 \text{ ニテ}$$
$$\varphi_2(t)=\varphi(t_1+0) \qquad t\leqq t_1 \text{ ニテ}$$
$$=\varphi(t) \qquad t_1<t<t_n \text{ ニテ}$$
$$=\varphi(t_n-0) \qquad t\geqq t_n \text{ ニテ}$$
$$\varphi_3(t)=\varphi(t_n+0) \qquad t\leqq t_n \text{ ニテ}$$
$$=\varphi(t) \qquad t>t_n \text{ ニテ}$$

ト定義シテ

$$\int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t}d\varphi(t)=\int_{a-0}^{t_1-0} e^{\lambda t}d\varphi_1(t)+D(t_1)e^{\lambda t_1}+\int_{t_1+0}^{t_n-0} e^{\lambda t}d\varphi_2(t)$$
$$+D(t_n)e^{\lambda t_n}+\int_{t_n-0}^{b+0} e^{\lambda t}d\varphi_3(t)$$
$$=\int_a^{t_1} e^{\lambda t}d\varphi_1(t)+\left[D(t_1)\right]e^{\lambda t_1}+\left[D(t_n)\right]e^{\lambda t_n}$$
$$+\int_{t_n}^{b} e^{\lambda t}d\varphi_3(t)$$

茲デ残リ二ツノ積分ノ処置，即チ asymptotically = exponential sum ＝直スコトガ問題デアル、ソノ際無假定デ遣ミタイ。ダガ今ノ所一寸手ガ出ナイ。Titchmarsh ノ作ッタ example デモ，$G(\lambda)$ガ実軸上デ

無限= oscillate スルヤウナノガアリウル。(吾々ガ、サキニ論ジタトキトハ本質的ニ違ッタ behaviour デアル。) ソコデ若干ノ假定ヲ以ッテ今ノ所滿足シテ他日ヲ俟タウ。即チ

區間 (a, t_1) デ $\varphi_1'(t)$ ガ存在シ，点 a, t_1 ニテハ夫々 $D_+\varphi_1(a)$, $D_-\varphi_1(t_1)$ ヲ以ッテ $\varphi_1'(t)$ ヲ定義スルトキ，區間 $[a, t_1]$ デ，$\varphi_1'(t)$ ガ有界変分ノ函数デアリ且ッ点 a, t_1 デハ連続デアルトスル．

スルト

$$\int_a^{t_1} e^{\lambda t} d\varphi_1(t) = \int_a^{t_1} e^{\lambda t} \varphi_1'(t)\, dt$$

$$= \left[\frac{e^{\lambda t}}{\lambda} \varphi_1'(t)\right]_a^{t_1} - \frac{1}{\lambda}\int_a^{t_1} e^{\lambda t} d\varphi_1'(t)$$

$$= \frac{\left[\varphi_1'(t_1)\right] e^{\lambda t_1} - \left[\varphi_1'(a)\right] e^{\lambda a}}{\lambda}$$

但シ $\varphi_1'(t_1)$, $\varphi_1'(a) \neq 0$ ト假定シテオク。

$\varphi_3(t)$ ニツイテモ同様デアル。

III. $\varphi(t)$ ガ点 a, b ノ一方デ連続，他方デ不連続ノトキニハ，I, II ヲ夫々ノ点ニ併用スル。