OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	伊藤氏ノ論文228ニツイテ
Author(s)	角谷, 靜夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 62, p. 7-11
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74151
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

229. 伊藤氏ノ論文228ニツイテ

角谷静夫 (阪大)

伊藤氏ハ変域モ値域モ有限個領域 $\{0, 1, 2, \cdots\cdots, n\}$ デアル任意ノ有限個ノ変数ノ函数 $f(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n)$

（nモ任意ノ $\geqq 1$ ナル整数）ハ $2(n+2)$ 個ノ函数 $\psi_1(x,y)$, $\psi_2(x,y)$, $f_k(x) \equiv k$ $(k=0,1,2,\cdots\cdots,n)$, $\sigma(x,\lambda)=\delta_{x\lambda}$ $(\lambda=0,1,2,\cdots\cdots,n)$ ヲ有限回組合ハセルコトニヨッテ得ラレルコトヲ証明サレタ。

コンニ

$$\psi_1(x,y)=x\times y, \quad y=0 \text{ 又ハ } 1 \text{ ナルトキ}$$

$$\psi_2(x,y)=x+y, \quad x=0 \text{ 又ハ } y=0 \text{ ナルトキ}$$

デアル。

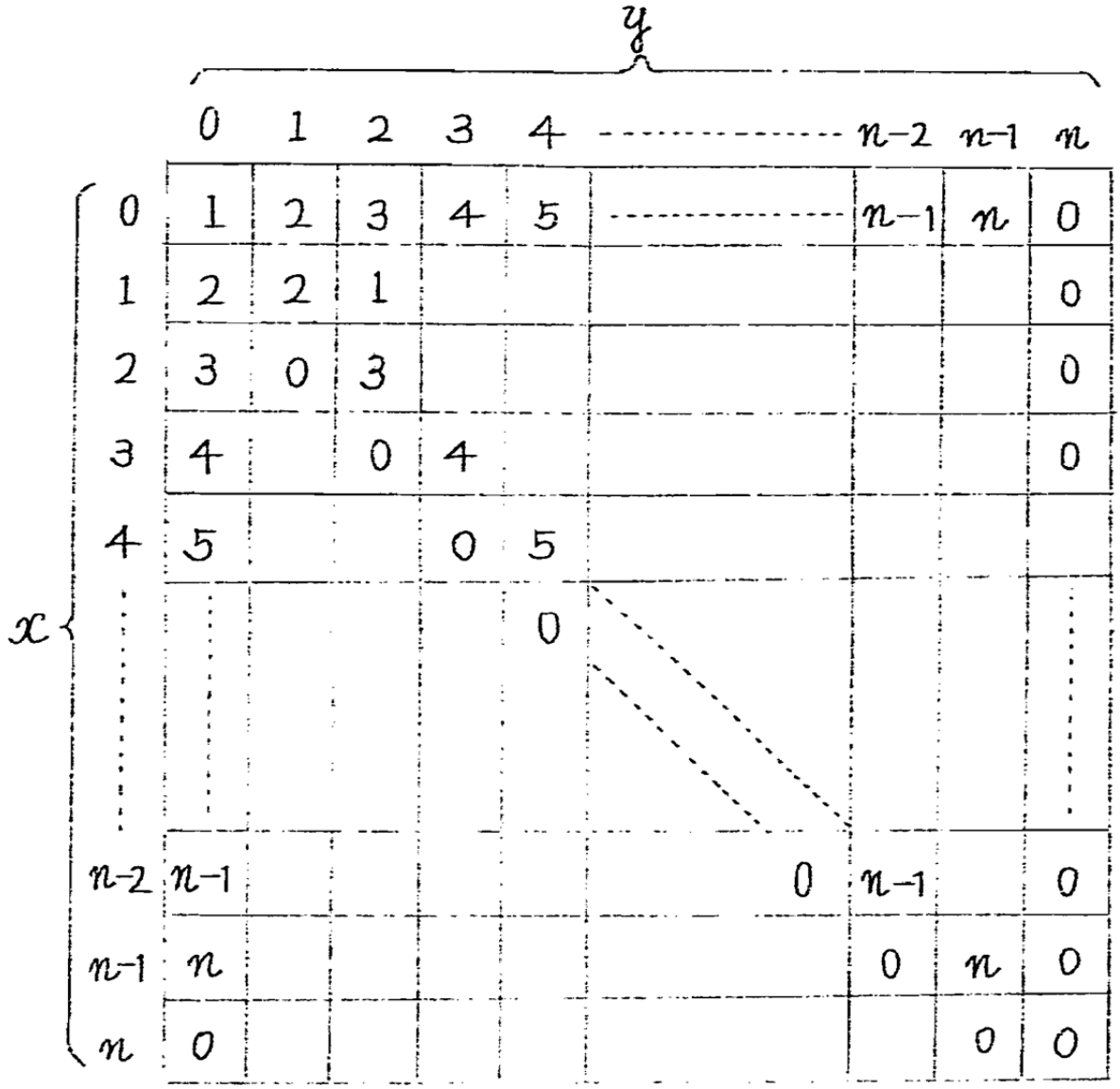
次ニコレラノ $2(n+2)$ 個ノ函数ハ適當ナーツノ函数 $\varphi(x,y)$ ノ有限回ノ組合セニヨッテ得ラレルコトヲ証明シヨウ。*

$n \geqq 3$ ナル場合

$\varphi(x,y)$ ヲ次ノ表ニヨッテ定義スル。（空白ノ所ハ定義サレテナクテモヨイ）

---

* 置換群ノ考ヘヲ用ヒルト $\varphi(x,y)$ ヲ適當ニ定義スレバ、一変数ノ函数ハスベテ（コレハ $(n+1)^{n+1}$ 個アル）$\varphi(x,y)$ ノ有限回ノ組合ハセニヨッテ表ハセルコトハ容易ニワカルガ（伊藤氏ノ論文最後ノ例参照）、コノ方法デハ $\psi_1(x,y)$, $\psi_2(x,y)$ ヲ $\varphi(x,y)$ ニテ表ハスノガ難カシイ。



$g_1(x) \equiv \varphi(x,x) = x+1$ （$n+1=0$ トオク。一般ニ mod.$(n+1)$ ニテ考ヘルコトニスル）デアルカラ $g_1(x)$ ヲ iterate スルコトニヨリ $g_k(x) = x+k$ ハ $\varphi(x,y)$ ニヨツテ表ハセル。

特ニ $k=n$ トオケバ

$$g_n(x) \equiv g_{-1}(x) \equiv g_1^{-1}(x) = x-1$$

トナル。コレト $\varphi(x,y)$ ノ定義ヨリ

$$\psi_1(x,y) = \varphi\left(g_{-1}(x),\ g_{-1}(y)\right)$$

$$\psi_2(x,y) = g_{-1}\{\varphi(x,y)\}$$

ナルコトハ明カデアル。次ニ

$$h(x) \equiv \varphi(g_1(x), x)$$

ハ $h(0)=2$, $x \neq 0$ ナルトキ $h(x)=0$ デアルカラ

$$\sigma(x,0) = \varphi(h(x), g_{-1}\{h(x)\})$$

トナル。一般ニ

$$\sigma(g_{-1}(x), \lambda-1) = g(x,\lambda) \qquad \lambda = 1, 2, \cdots\cdots, n$$

デアルカラ $\sigma(x,\lambda)$ $(\lambda = 0, 1, 2, \cdots\cdots, n)$ ハスベテ表ハセル。

更ニ

$$\sigma(\sigma(x,0), 2) \equiv 0 \equiv f_0(x)$$

デアリ、一般ニ

$$g_1\{f_{k-1}(x)\} = f_k(x) \qquad k = 1, 2, \cdots\cdots, n$$

デアルカラ $f_k(x)$ $(k = 0, 1, 2, \cdots\cdots, n)$ ハスベテ表ハセル。

コレニヨッテ $n \geqq 3$ ナル場合ハ解決シタ。$n=1$ ノトキハ伊藤氏が既ニ解決サレタカラ $n=2$ ノトキヲヤレバヨイ。$\varphi(x,y)$ ヲ次ノ表ニヨッテ定義スル。

x \ y	0	1	2
0	1	2	0
1	2	2	0
2	0	0	0

$n \geqq 3$ ナル場合ト異ルノハ $h(x)$ ヨリ $\sigma(x,0)$ ヲ作ル所ダ

ケデアル。コレハ

$$\sigma(x,0)=g_1\{h\{h(x)\}\}$$

トオケバヨイコトハ明カデアルカラ、$n=2$ ナルトキモ解決シタ。

伊藤氏ノ定理ト組合ハセレバ結局次ノ定理ヲ得ル。

定理。 変域モ値域モ有限個領域 $\{0,1,2,\cdots\cdots,n\}$ ナル有限個変数ノ任意ノ函数 $f(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_r)$（$r$ ハ任意ノ正整数）ハ唯一ツノ適當ナ函数 $\varphi(x,y)$ ノ有限回ノ組合ハセニヨツテ表ハスコトガ出來ル。