OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

| | |
|---|---|
| Title | Normalデアツテ completely normal デナイ空間ノ一例 |
| Author(s) | 角谷, 靜夫 |
| Citation | 全国紙上数学談話会. 1935, 62, p. 26-29 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/74156 |
| rights | |
| Note | |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

# 234. Normal デアッテ completely normal デナイ空間ノ一例

角谷靜夫 (阪大)

$(x, y)$ 平面上ノ点全体ヲ空間トスル。直線 $x=x_0$, $-\infty<y<+\infty$ ヲ $L_{x_0}$, $y=y_0$, $-\infty<x<+\infty$ ヲ $L'_{y_0}$ ニテ表ハシ、各点 $(x_0, y_0)$ ノ近傍ヲ次ノ如ク定義スル。

1° $x_0\neq 0$, $y_0\neq 0$ ナルトキハ $(x_0, y_0)$ ノミヲ近傍トスル。即チコノ点ハ孤立点トナル。

2° $x_0\neq 0$, $y_0=0$ ナルトキハ直線 $L_{x_0}$ ヨリ $(x_0, y_0)$ 以外ノ点ヲ任意ニ有限個取リ去ッタモノヲ近傍トスル。

3° $x_0=0$, $y_0\neq 0$ ナルトキハ直線 $L'_{y_0}$ ヨリ $(x_0, y_0)$ 以外ノ点ヲ任意ニ有限個取リ去ッタモノヲ近傍トス

ル。

4° $x_0=0$, $y_0=0$ ナルトキハ空間全体ヨリ任意ニ有限個ノ $L_{x_i}$, $L'_{y_k}$ ($x_i \neq 0$, $y_k \neq 0$) ヲ取リ去ッタモノヲ近傍トスル。

此ノ如ク定義サレタ空間が *Hausdorff* ノ空間デアルコトハ明カデアル。先ヅコレが *normal* デアルコトヲ示サウ。

A, B ヲ二ツノ互ニ素ナ閉集合トスル。

原点 $O=(0,0)$ ハA又ハBニ属シナイ。$O \in A$ トシテモ一般性ヲ失ハナイ。$A' \subset A$ デアルカラ $O \in A'$ デアル。シタガッテ 4° ヨリ適當ナ $x_i$, $y_k$ ($i=1,2,\cdots\cdots,n$; $k=1,2,\cdots\cdots,m$; $x_i \neq 0$, $y_k \neq 0$) ヲトレバAハ有限個ノ直線

$$L_{x_i},\ L'_{y_k} \quad (i=1,2,\cdots\cdots,n;\ k=1,2,\cdots\cdots,m)$$

ノ和集合ニ含マレル。

i) $P_i=(x_i,0)$ がA ニ属スルトキハ $P_i \in B'$ デアルカラ 2° ヨリ $L_{x_i}$ 上ニハ B ノ点ハ有限個シカ存在シナイ。

$$A_i = L_{x_i} - L_{x_i} \cdot B$$

トオク。

ii) $P_i=(x_i,0)$ がA ニ属シナイトキハ $P_i \in A'$ デアルカラ $L_{x_i}$ 上ニハ A ノ点ハ有限個シカ存在シナイ。

$$A_i = L_{x_i} \cdot A$$

トオク。

iii) 次ニ全ク同様ニ $P'_k=(0, y_k)$ ガA ニ属スルカ属シナイカニ従ッテ $A'_k$ ヲ

$$A'_k = L'_{y_k} - L'_{y_k}\cdot B$$

又ハ　　$A'_k = L'_{y_k}\cdot A$

ニヨッテ定義スル。

今　　$$O(A)=\sum_{i=1}^{n} A_i + \sum_{k=1}^{m} A'_k$$

ヲ作レバ i) ii) iii) ヨリコレハ明カニ開集合デ

$$A \subset O(A),\quad B\cdot O(A)=0$$

デアル。トコロガ一方 $O(A)$ ハ閉集合デアルカラ $O(B)=C(O(A))$ トオケバ $O(B)$ ハ開集合トナリ

$$A\subset O(A),\quad B\subset O(B),\quad O(A)\cdot O(B)=0 \cdots\cdots\cdots (1)$$

デアル。故ニコノ空間ハ normal デアル。

次ニコレガ completely normal デナイコトヲ示サウ。

A,Bヲ次ノ如ク定義スル。

A:　$x\neq 0,\ y=0$ ナル点 $(x,y)$ 全体

B:　$x=0,\ y\neq 0$　　〃

明カニ　$A\cdot B = A'\cdot B = A\cdot B' = 0$ デアル。然ルニ (1) ヲ満足スル開集合 $O(A), O(B)$ ハ存在シナイ。

何者，若シコノヤウナ $O(A), O(B)$ ガ存在スルトスレ

バ $A \subset O(A)$ ヨリ ii) ニヨッテ各々ノ $L_n$ ($n=1,2,\cdots\cdots$) ノ上ニハ $O(A)$ ニ属シナイ点，シタガッテ $O(B)$ ニ属スル点ハ有限個シカ存在シナイ。コレラノ点ノ $y$ 座標ヲ $y_{n,1}, y_{n,2}, \cdots\cdots, y_{n,p_n}$ トスレバ $y_{n,j}$ ($1 \leqq j \leqq p_n$, $n=1,2,\cdots\cdots$) ハ全体デ多クトモ可附番個シカ存在シナイカラ適当ニ $y_0$ ヲトレバコレラノ何レトモ一致シナイヨウニ出来ル。コノ $y_0$ ニ対シテ点 $(n, y_0)$ ($n=1,2,\cdots\cdots$) ハ仮定ヨリ $O(B)$ ニ属シナイ。コレハ $(0, y_0)$ ガ $O(B)$ ニ属スルコトニ矛盾スル。

ヨッテコノ空間ハ completely normal デナイ。

コノ空間ハ $x \geqq 0$, $y \geqq 0$ ナル部分ダケ考ヘテモ同様ノコトガ云ヘル。又，$x$ ノ座標ハ可附番個ダケ考ヘレバ十分デアル。

(注意) 上記ノ空間ヨリ原点 $O$ ヲ取去ッタモノハ regular デアッテ normal デナイ。