



Title	微分法ニ就イテⅢ
Author(s)	南雲, 道夫
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 62, p. 29-41
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74157
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

235. 微分法 = 就イテ III.

南 雲 道 夫 (阪大)

今度ハ普通ノ場合 = 於ケル複素変数ノ正則函数ニ倣ッテ、
一般ノ線状空間 = 於ケル正則函数ヲ考ヘテ見ヨウ。ソノタメ
ニハ空間ハ 複素線状空間 (*complex linear space*)

トスル。

先ヅ (準備ノタメ) 特ニ独立変数が複素数ノ場合ヲ考ヘ
ル。コノ場合ハ普通ノ複素正則函数論ト完全ニ並行デアル。

§4 複素数変数, 正則函数

複素線状空間

(i) $\mathcal{L}$ = 属スル任意ノ有限個ノ要素 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ = ツ
イテ, 複素数 = ヨル一次結合

$$C_1 \alpha_1 + \dots + C_n \alpha_n$$

($C_1, \dots, C_n$ ハ複素数) が定義サレル。一次結合 = ツ
イテハ普通ノ *Vektor* ノ一次結合ト同様ニ運算が行ナハレ
ル。

(ii) $\mathcal{L}$ ノ各要素 α = ハ、ソノ絶対値 $|\alpha|$ ハ實数
が定義サレテキル。 $|\alpha|$ ハ次ノ性質ヲ有スル。

$$|\alpha| \geq 0, \quad (\alpha = 0) \Leftrightarrow (|\alpha| = 0);$$

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|;$$

$$|C\alpha| = |C| |\alpha| \quad (C \text{ ハ複素数}).$$

以上ノ性質ヲ有スル時 $\mathcal{L}$ ヲ複素線状空間ト呼ブ。

$\mathcal{L}$ ノ任意ノ二点ヲ α_1, α_2 トスルトキ, $|\alpha_1 - \alpha_2|$
ヲバ α_1, α_2 間ノ距離トイフ。之レニヨツテ $\mathcal{L}$ 内ノ極限が
定義サレル。以後 $\mathcal{L}$ ハ完全ニ距離空間 (Cauchy ノ收
斂條件が成立スルコト) ト假定スル。

實数 = ヨル一次結合ノミが定義サレテアル線状空間 (之

ハ和ノミが定義サレテキテ、絶対値=ツイテハ $|c\alpha| = |c||\alpha|$
 が整数ノ C ノミ=ツイテ成立スルトキ=ハ、自然=之ヲ線
 状空間=拡張スルコトが出来ル)ヲ特=實線状空間トヨブ。
 實線状空間 $\mathcal{R}$ ハ容易=複素線状空間=拡張ラレル。即チ
 α_1, α_2 ヲ $\mathcal{R}$ ノ任意ノ要素トスルトキ=, $\alpha_1 + i\alpha_2$ ナル
 形式ノ集合ヲ $\mathcal{L}$ トスレバヨイ。

但シ $|\alpha_1 + i\alpha_2| = \sqrt{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2}$ トスル。(一次結合ノ定
 義ハ自ラ明カデアロウ)

正則函数 $\mathcal{F}(z)$ ヲ、複素数 z ノ函数デ $\mathcal{F} \in \mathcal{L}$ ($\mathcal{L}$
 ハ複素線状空間)トスル。

z_0 ノ近傍=於テ, $\mathcal{F}(z)$ ノ微係数, 即チ

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\mathcal{F}(z + \Delta z) - \mathcal{F}(z)}{\Delta z} = \frac{d\mathcal{F}}{dz}$$

が存在スルトキ, $\mathcal{F}(z)$ ハ z_0 デ正則デアルトイフ。(従ッ
 テ $\mathcal{F}(z)$ ハ z_0 ノ近傍デ正則デアル)

z_0 =於ケル正則函数 $\mathcal{F}_1(z), \dots, \mathcal{F}_n(z)$ ノ一次
 結合 $C_1\mathcal{F}_1(z) + \dots + C_n\mathcal{F}_n(z)$ ハ又正則デアル。(積ハ
 一般=定義サレテナイ)

z_0 =於ケル正則函数 $\mathcal{F}(z)$ =普通ノ正則函数 $w(z)$
 [w ノ値が複素数]ヲカケタモノ, $w(z)\mathcal{F}(z)$ モ亦正則函
 数トナル。(証明容易)

Cauchyノ積分定理 *Goursat* 平面内=於ケル單
 一連結領域 $\mathcal{Q}$ デ $\mathcal{F}(z)$ が正則ナラバ, $\mathcal{Q}$ 内ノ閉曲線(長

サ有限) $\mathcal{C} =$ 沿フテノ積分ハ恒=零トナル;

$$\int_{\mathcal{C}} \varphi(z) dz = 0$$

但シ積分ノ意味ハ普通ノ場合ト同様=

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{\nu=1}^n \varphi(z_{\nu}) \Delta z_{\nu} = \int_{\mathcal{C}} \varphi(z) dz,$$

$\Delta z_{\nu} = z_{\nu} - z_{\nu-1}$. $z_0, z_1, \dots, z_n$ ハ $\mathcal{C}$ 上=順次=トツタ点, z_{ν} ハ $z_{\nu-1}$ ト z_{ν} トノ間=アル $\mathcal{C}$ 上ノ点,
 $\Delta = \max |\Delta z_{\nu}|$. z_0, z_n ハ $\mathcal{C}$ ノ始メノ点ト終リノ点デアアル。

証明ハ普通ノ場合ト全ク同様=出来ル。

即チ $\mathcal{C}$ ヲ先ヅ多角形デ近似サセル。

次=ソノ多角形ヲ三角形=分割スル。カクテ $\mathcal{C}$ 内ノ三角形 Δ =ツイテ定理ヲ証明スレバヨイコト=ナル。

三角形=ツイテハ, Δ ノ各辺ヲ二等分スルコト=ヨリ之レヲ四ツノ合同ナ三角形=分ケ、ソノ内デ積分が最大ナモノ Δ_1 ヲトリ出シ、之レヲ再ビ四等分スル。カナル手續ヲ無限=繰返スコト=ヨリ $\mathcal{C}$ 内ノ一点 z_0 =收斂スルマウナ三角形ノ列 $\{\Delta_n\}$ ヲ得ル。 z_0 =於イテ $\varphi(z)$ が微分可能デアルカラ、容易=任意ノ $\varepsilon > 0$ =對シ n が充分大ナラバ

$$\left| \int_{\Delta_n} \varphi(z) dz \right| < \varepsilon \frac{M}{4^n} \quad (M = \text{一定}).$$

故=

$$\left| \int_{\Delta} \varphi(z) dz \right| < \varepsilon M,$$

$$\text{従ッテ } \int_{\Delta} \varphi(z) dz = 0 \quad (\text{証明了})$$

Cauchyノ積分表示 之ニ普通ノ場合ト全ク同様ニ考ヘニヨツテ得ラレル。即チ $\odot$ 内デ $\odot$ ハズヲ内ニ含ム單一ノ閉曲線トシ、之ヲ中心ニ充分小サケ円 K ヲ取ガケバ

$\frac{\varphi(\zeta)}{\zeta - z}$ ハ ζ ノ函数トシテ $\zeta = z$ 以外デ正則ナルコトニヨリ

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\odot} \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta = \frac{1}{2\pi i} \int_K \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta.$$

所デ円 K ノ半径ヲカギリナク小サクスルトキハ、極限ニ於

$$\text{テ } \frac{1}{2\pi i} \int_K \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta = \varphi(z).$$

$$\text{即チ } \varphi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\odot} \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta.$$

之レカラ順次ニ

$$\frac{d^n \varphi}{dz^n} = \frac{n!}{2\pi i} \int_{\odot} \frac{\varphi(\zeta)}{(\zeta - z)^{n+1}} d\zeta$$

ヲ得ル。従ッテ正則函数ハ $\odot$ = 於イテ無限回連続微分可能デアレル。

Taylor 級数 $\varphi(z)$ ノ正則域内ノ一ノ点 a ヲ中心トシテ $\varphi(z)$ ノ Taylor 級数 (z ノ Γ 級数) ニ展開サレル。

(証明ハ普通ノ場合ト同様) 即チ C ヲバ a ヲ中心トスル円デ,
ソノ周及ビ内部共 $= \mathcal{D} =$ 属スルモノトスレバ

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta.$$

所ガ $\left| \frac{z-a}{\zeta-a} \right| < 1$ ノ時 $\frac{1}{\zeta - z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-a)^n}{(\zeta-a)^{n+1}}.$

從ツテ $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (z-a)^n.$

但シ $|z-a| < r$. r ハ a カラ $\mathcal{D}$ ノ境界マデノ距離デアル。

又 $=$ 逆 $= |z-a| < r$ デ収斂スル Γ 級数

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n (z-a)^n \quad (\alpha_n \in \mathcal{L})$$

ハ $|z-a| < r$ デ正則ナ函数ヲ表ハス。何トナレバ一般 $= \mathcal{D}$
デ正則ナ函数ノ級数

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(z)$$

ガ $\mathcal{D}$ ノ内部デ一様 $=$ 収斂スルトキハ, Cauchy, 積分表
示ニヨリ

$$\begin{aligned} f(z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f_n(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta. \end{aligned}$$

之カラ $f(z)$ ガ z ニツイテ微分可能 (シカモ級数ハ項別 $=$

微分可能) 即チ正則ナルコトが証明サレル。

尚ホ孤立特異点ノ近傍デハ *Laurent* ノ級数 = 展開出来ルコトモ全ク普通ノ場合ト同様デアル。*Liouville* ノ定理 (全平面デ正則、且ツ有界ナラバ *constant*) ヲ *Riemann* ノ定理 (孤立特異点ノ近傍デ一意有界ナラバソノ特異点ハ除去可能) ナドモスベテ普通ノ場合ト同様ニ証明出来ル。

又、極 (*Pol*) ハ *Laurent* 展開ノ主部ガ有限項ナルモノトシテ定義サレル、シカシナガラ此ノ場合ニハ逆数が考ヘラレナイカラ正則函数ノ逆数トシテ定義スルコトハ出来ナイ。又真性特異点 (孤立ノ場合) = 於ケル *Weierstrass-Casorati* ノ定理ヲ *Picard* ノ定理ニ相當スルモノハ一般ニハ成立セヌデアラウ。(モナル空間ノ次元ガ大キイ事カラ直ニ想像出来ル)

解析接続

先ヅ一致ノ定理が成立スル。何トナレバ $\varphi(z)$ ガ常数デナイカキリ、*Taylor* 展開ニヨリ

$$\varphi(z) - \varphi(a) = \alpha_m (z-a)^m + o(|z-a|^m) \quad \alpha_m \neq 0.$$

之レカラ $|z-a|$ ヲ充分小サクトレバ、 $\varphi(z)$ ハ $\varphi(a)$ ト異ナル。従ツテニツノ一致シナイ正則 ($z=a$ デ) ナ函数ハ z ノ孤立点デ、ミ等シクナリ得ル。

正則函数ハ一点 $z=a$ = 於ケル *Taylor* 展開ニヨツテ全領域ノ値ガ確定セネバナラス。即チ正則函数ハ確定シタ解析接続ヲ有スル。ソノ結果多價函数ニナルコトモ一價函数

＝ナルコトモアル、スベテ普通ノ解析函数ノ場合ト同様デアル。

多元正則函数 多元正則函数モ亦普通ノ場合ト全

ク同様ニ定義サレ、又同様ノ性質ヲ持ツ。

即チ $\varphi(z_1, z_2, \dots, z_k)$ が $z_\lambda = a_\lambda$ ノ近傍デ連続デ $z_1, \dots, z_k$ ニツイテ微分可能ナルトキ、 $\varphi(z_1, \dots, z_k)$ ハ $(a_1, \dots, a_k)$ デ正則デアルト云フ。

多元正則函数ニツイテハ *Cauchy* ノ積分表示

$$\varphi(z_1, \dots, z_k) = \frac{1}{(2\pi i)^k} \int_{C_1} \dots \int_{C_k} \frac{\varphi(\zeta_1, \dots, \zeta_k)}{(\zeta_1 - z_1) \dots (\zeta_k - z_k)} d\zeta_1 \dots d\zeta_k$$

が成立シ、從ツテ又 $\varphi(z_1, \dots, z_k)$ が $(z_1, \dots, z_k)$ ニツキ何回デモ微分可能ナルコトが証明サレル。即チ

$$\frac{\partial^{n_1 + \dots + n_k} \varphi}{\partial z_1^{n_1} \dots \partial z_k^{n_k}} = \frac{n_1! \dots n_k!}{(2\pi i)^k} \int_{C_1} \dots \int_{C_k} \frac{\varphi(\zeta_1, \dots, \zeta_k) d\zeta_1 \dots d\zeta_k}{(\zeta_1 - z_1)^{n_1+1} \dots (\zeta_k - z_k)^{n_k+1}}.$$

ソレカラ又 *Taylor* 級数ニ展開サレルコトモ証明出來ル。

§5. 一般ノ正則函数

次ニ一般ノ複素線狀空間ニ屬スル独立変數ノ正則函数ヲ考ヘル。之ニ對シテ §4 ノ結果ハ補助ノ役目ヲナス。

先ヅ (複素) 線狀函数ヲ定義スル。

線狀函数又ハ線狀寫像

$\mathcal{L}_1$ 及ビ $\mathcal{L}_2$ ヲ共ニ複素線狀空間トシ、 $\varphi \in \mathcal{L}_1$, $\psi \in \mathcal{L}_2$ トスルトキ、次ノ性質ヲ有スル函数 $\psi = f(\varphi)$ ヲ線狀函数

ト云フ。

$$(i) \quad f(c_1 \varphi_1 + \dots + c_n \varphi_n) = c_1 f(\varphi_1) + \dots + c_n f(\varphi_n).$$

但シ $c_1, \dots, c_n$ ハ複素数。

$$(ii) \quad |f(\varphi)| \leq M |\varphi| \quad \text{ナル一定ノ正数 } M \text{ が存在スル。}$$

線状函数 $\psi = f(\varphi) = \text{ヨル } \mathcal{L}_1 \text{ カラ } \mathcal{L}_2 \text{ へノ寫像ヲ線状寫像トヨブ。線状寫像ヲ } T \text{ デ表ハセバ}$

$$(c_1 T_1 + \dots + c_n T_n) \varphi = c_1 T_1 \varphi + \dots + c_n T_n \varphi$$

$\{c_1, \dots, c_n \text{ ハ複素数}\} = \text{ヨリ } T_1, \dots, T_n \text{ ノ一次的結合が定義サレル。次ニ}$

$$|T| = \frac{|T\varphi|}{|\varphi|} \quad \text{ノ上限} \quad (\varphi \in \mathcal{L}_1)$$

=ヨリ T ノ絶対値ヲ定義スレバ, $\mathcal{L}_1$ カラ $\mathcal{L}_2$ へノ線状寫像ノ集合ハスーツノ複素線状空間ヲ作ル。之ヲ $[\mathcal{L}_2(\mathcal{L}_1)]$ デ示ス。

正則函数 $\varphi \in \mathcal{D} \subset \mathcal{L}_1$, $\mathcal{D}$ ハ開集合トシ, φ ヲ独立変数トスル函数 $\psi = f(\varphi)$, $(\psi \in \mathcal{L}_2) = \text{於テ}$, $\varphi - \varphi_0 = \Delta\varphi$, $f(\varphi_0 + \Delta\varphi) - f(\varphi_0) = \Delta\psi$ トスルトキ,

$$\Delta\psi = T(\varphi_0) \Delta\varphi + \varepsilon(\varphi_0, \Delta\varphi)$$

$$|\varepsilon(\varphi_0, \Delta\varphi)| = o(|\Delta\varphi|),$$

——但シ $T(\varphi_0)$ ハ $\mathcal{L}_1$ カラ $\mathcal{L}_2$ へノ線状寫像トス, ——ナルトキ, $f(\varphi)$ ハ $\varphi_0 = \text{於イテ微分可能}$, $T(\varphi_0)$ ヲ $f(\varphi)$ ノ $\varphi_0 = \text{於ケル微分商}$ ト云ヒ, 之レヲ $f_\varphi(\varphi_0)$ スハ

$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_0}$ デ示ス。微分商ハ $\mathcal{L}_1$ カラ $\mathcal{L}_2$ へ、線状寫像デ

アル。微分商、一義性、証明ハ §1 (60 号 40 頁) ト全ク同様ニ出來ル。

$y = f(x)$ が x_0 ノ近傍デ微分可能ナルトキ、 $f(x)$ ハ x_0 ニ於テ正則 (regular) デアルトイフ。

正則函数 $f_1(x), \dots, f_n(x)$ ノ一次結合 $c_1 f_1(x) + \dots + c_n f_n(x)$ モ亦正則デアル。(積ハ一般ニ定義サレテナイ) $y = f(x)$ が x_0 デ正則、 $z = g(y)$ が y_0 デ正則、 $y_0 = f(x_0)$ ナル時ニハ

$$z = g(f(x))$$

モ亦 x_0 デ正則デアル。シカシテ微分商ハ

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_{x_0} = \left(\frac{dz}{dy}\right)_{y_0} \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_0}$$

トナル [証明ハ §1 (60 号 43 頁) ト全ク同様]。

特ニ $y = f(x)$ が x_0 デ正則、 $x(x_1, \dots, x_n)$ が複素変数 $(x_1, \dots, x_n) = \text{ツイテ } (a_1, \dots, a_n)$ デ正則、 $x(a_1, \dots, a_n) = x_0$ ナラバ、 $y(x_1, \dots, x_n) = f(x(x_1, \dots, x_n))$ ハ $(a_1, \dots, a_n)$ デ正則デアル。

高階微分可能性

次ニ正則函数ハ何回デモ微分出來ルコトヲ証明スル。

先ヅ x_0 ノ近傍デ $f(x)$ が一様ニ微分可能ナルコトヲ

示ソウ。

$f(z)$ が z_0 で正則ナラバ、 $f(z)$ は z_0 の近傍で有界
デアル。即チ $|z - z_0| < r$ トスレバ

$$|f(z)| \leq M$$

ナル正ノ数 r ト M トが存在スル。勿論 $f(z)$ は $|z - z_0| < r$
で正則トスル。今 $|z - z_0| < r_1$, $|\lambda \Delta z| \leq r_2$,

($r_1 + r_2 = r$) トスレバ (λ ハ複素数) $f(z + \lambda \Delta z)$ は
 $\lambda = 0$ 正則トナルカラ、Cauchyノ積分表示ニヨリ C 上
 $|\mu| = \rho$ ($\rho |\Delta z| = r_2$) ナル円トスルトキ、 $|\lambda| < \rho$ ノ時

$$f(z + \lambda \Delta z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z + \mu \Delta z)}{\mu - \lambda} d\mu.$$

所が

$$\frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{\mu} + \frac{\lambda}{\mu^2} + \frac{\lambda^2}{\mu^3(1 - \frac{\lambda}{\mu})}, \quad \text{且ツ}$$

$$f_z(z) \cdot \Delta z = \frac{\partial}{\partial \lambda} f(z + \lambda \Delta z) \Big|_{\lambda=0} = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z + \mu \Delta z)}{\mu^2} d\mu$$

ニヨリ

$$f(z + \lambda \Delta z) - f(z) = \lambda f_z(z) \cdot \Delta z + \frac{\lambda^2}{2\pi i} \int_C \frac{f(z + \mu \Delta z)}{\mu^3(1 - \frac{\lambda}{\mu})} d\mu.$$

ソコデ $\rho > 1$, $\lambda = 1$ トスレバ,

$$|f(z + \Delta z) - f(z) - f_z(z) \Delta z| < \frac{M}{\rho^2(1 - \frac{1}{\rho})}.$$

所が $|\Delta z| = \frac{r_2}{\rho} = \delta$ ニヨリ, $|\Delta z| < \delta(\varepsilon)$ トスレバ,

$|\varphi - \varphi_0| < r_1$ ($r_1 < r$) = 於テ一樣 =

$$|f(\varphi + \Delta\varphi) - f(\varphi) - f_{\varphi}(\varphi) \Delta\varphi| < \varepsilon |\Delta\varphi|$$

次 = $f_{\varphi}(\varphi)$ ノ 微分可能性ヲ 証明シヨウ。

$$f_{\varphi}(\varphi) \cdot \varphi_1 = \frac{\partial}{\partial \lambda} f(\varphi + \lambda \varphi_1)_{\lambda=0} = \text{ヨリ}$$

$$f_{\varphi}(\varphi_0 + \Delta\varphi) \cdot \varphi_1 - f_{\varphi}(\varphi) \cdot \varphi_1$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\varphi_0 + \Delta\varphi + \lambda \varphi_1) - f(\varphi_0 + \lambda \varphi_1)}{\lambda^2} d\lambda$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f_{\varphi}(\varphi_0 + \lambda \varphi_1) \cdot \Delta\varphi}{\lambda^2} d\lambda + o(|\Delta\varphi|).$$

上ノ 關係ハ $|\lambda \varphi_1| \leq r_1$ ($r_1 < r$) = 於テ一樣 = 成立スル。

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f_{\varphi}(\varphi_0 + \lambda \varphi_1) \cdot \Delta\varphi}{\lambda^2} d\lambda \quad \text{ハ } \underline{\Delta\varphi = \text{ツキ 線狀函数デ}}$$

アル。 [$f_{\varphi}(\varphi + \lambda \varphi_1) \Delta\varphi$ ハ $|\lambda \varphi_1| < r_1$ ($r_1 < r$) デ $\Delta\varphi$ が有界ナルカギリ有界デアル] 即チ (φ_0 ハソノ近傍デ変化シ得ルカラ), $f_{\varphi}(\varphi)$ ハ更 = 微分可能デアル (故 = φ_0 デ正則デアル!)

以下 $f_{\varphi}(\varphi) = \text{ツイテ同様ヲ考察ヲクリ返セバ}$, $f(\varphi)$ ハ限リナク微分可能デアル。

Taylor 展開 $f(\varphi)$ が φ_0 デ正則ナラバ

$f(\varphi_0 + \lambda \Delta\varphi)$ ハ $|\lambda \Delta\varphi| < r$ ナルカギリ $\lambda = \text{ツキ正則デアルカラ}$ 、 λ = 関シテ $|\lambda| < \frac{r}{|\Delta\varphi|}$ = 於テ Taylor 級数 = 展開サレル。

$$f(x_0 + \lambda \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0, \Delta x) \lambda + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0, \Delta x)}{n!} \lambda^n + \dots$$

但シ $f^{(n)}(x_0, \Delta x) = \left[\frac{d^n}{d\lambda^n} f(x_0 + \lambda \Delta x) \right]_{\lambda=0}$ 所カ容易 =

$$\left[\frac{d^n}{d\lambda^n} f(x_0 + \lambda \Delta x) \right]_{\lambda=0} = \underbrace{f_{xx \dots x}(x_0)}_{n \text{ 回}} \underbrace{\Delta x \Delta x \dots \Delta x}_{n \text{ 回}}$$

$$= f_{x^n}(x_0) \Delta x^n. \quad (\text{之ハ便宜上、記号 = スヤナリ})$$

從ツテ $|\Delta x| < r$ ノ時、 $\lambda = 1$ トスレバ、

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f_x(x_0) \Delta x + \dots + \frac{1}{n!} f_{x^n}(x_0) \Delta x^n + \dots$$

ヲ得ル。 ($|\Delta x| \leq r' < r$ デ一様收斂)

大分平凡ナコトバカリ長ク書イタ。殊ニ §4 ハ全ク普通ノ函数論ノ入門ヲソノマ、繰返シタ、ニスヤナリ。冗漫ノ点ハ何卒御寛恕ヲ乞フ。