



Title	書信 （掛谷先生ヨリ高橋進一氏へ）
Author(s)	掛谷, 宗一
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 63, p. 1-3
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74158
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

236. 書 信 (掛谷先生ヨリ高橋進一氏へ)

----- (前 略) -----

紙上談話會第60号の御論説を興味深く拝讀仕候

其際思ひ浮び候事別紙ト書きつけ申候御一讀願上候

Iの方は古くより色々の折に用ひられ居る事ではないかと思はれ申候

IIの方 $\sqrt{2}$ なる限界は如何トして出され候か興味深く承り申候 別紙の二次方程式の取扱は計算又は理論に於て甚だ思ひ違あるやも知れず候よりしく御笑覧願上候

----- (後 略) -----

(I) p. 4 = アレ條件 (5) / 下 = アリテハ $f(x) = 0$ / 根 / 上限ハ

$$x^n - x^{n-1} - x^{n-2} - \dots - x - 1 = 0 \quad (A)$$

/ 正根 ρ_n ナリ。

[証] (A) ∈ 亦條件 (5) ヲ満足ス。而シテ $|x| > \rho_n$ = 對シテハ一般ニ

$$\begin{aligned} |f(x)| &= |a_0| \left| x^n + \frac{a_1}{a_0} x^{n-1} + \dots + \frac{a_n}{a_0} \right| \\ &\geq |a_0| \left| |x|^n - \frac{a_1}{a_0} |x|^{n-1} - \dots - \frac{a_n}{a_0} \right| \\ &\geq |a_0| (|x|^n - |x|^{n-1} - \dots - 1) > 0 \end{aligned}$$

即チ x ハ根トナリ得ザルナリ。

(II) $p.5$ = アル條件 (6) ノ下ニハ 1 ヨリ大ナル絶對値ノ根が存在シ得ベシ。二次方程式ノ場合ニ就テ考ヘン。

$$x = e^{i(\frac{\pi}{2} + \theta)}, \quad \theta \text{ 實數}$$

ヲ考ヘ, 先ヅ θ ヲ 正ニテ十餘 0 ニ近ヅケレバ, θ = 関シ

$$\frac{0 + 0x + x^2}{1 + x + x^2} = i + (2i - 1)\theta + \dots$$

ナル展開ガ行ハレ, $i + (2i - 1)\theta$ ノ *amplitude* ハ $\frac{\pi}{2}$ ヨリ少シ大ナリ。從ツテ左辺ノ分數モ然リ。茲ニ於テ分母子ノ係數 $(1, 1, 1)$, $(0, 0, 1)$ ヲ十餘少シク變ツテ (Q_2, Q_1, Q_0) , (P_2, P_1, P_0) トナシ

$$\frac{P_2 + P_1x + P_0x^2}{Q_2 + Q_1x + Q_0x^2} \quad (B)$$

ノ *amplitude* ハ矢張り $\frac{\pi}{2}$ ヨリ少シ大ナラシメ乍ラ

$$0 < Q_2 < Q_1 < Q_0, \quad 0 < P_2 < P_1 < P_0 \quad (C)$$

ナラシメ得ベシ。

(B) = 於テ θ ヲ $-\frac{\pi}{2}$ トスレバ *amplitude* ハ 0 トナル。

分母ノ *zero-points* ハ ω, ω^2 = 近キガ故ニ, 此 *amp-*

litude ノ變化ハ連続トナリ或 $x(|x|=1)$ = テ (B) ノ

amplitude ハ $\frac{\pi}{2}$ ヌハ $-\frac{\pi}{2}$ トナル。前者ナラバ逆數ヲトレバヨシ。故ニ $-\frac{\pi}{2}$ トナレルモノトス。

即チ其ノ x = 對シテ (B) ノ値ガ $-it$ ($t > 0$) トナル。

換言スレバ

$$(P_0 + iQ_0 t)x^2 + (P_1 + iQ_1 t)x + (P_2 + iQ_2 t) = 0$$

が大サ 1 ナル根ヲ持ツ。

茲ニ於テ余 $1 = \text{近キ } 1 \text{ ヨリ小ナル } r \text{ ヲトリ}$

$$P_0 r^2 = p_0, \quad P_1 r = p_1, \quad P_2 = p_2$$

$$tQ_0 r^2 = q_0, \quad tQ_1 r = q_1, \quad tQ_2 = q_2$$

ヲシテ (5) ナル條件ヲ満足セシメ得ベク, 其時

$$(p_0 + iq_0)x^2 + (p_1 + iq_1)x + (p_2 + iq_2) = 0$$

ハ大サガ $\frac{1}{r} (> 1)$ ナル根ヲ有ス。