



Title	或ル種ノ線状移動可能函数方程式ニ就イテ（IV）
Author(s)	北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 63, p. 17-21
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74162
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

240. 或ル種ノ線狀移動可能函數方程式ニ就イテ (IV)

北川 敏 男 (阪大)

10. §5 以後ニ於イテ、 $G(\lambda) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \lambda^{\lambda} \beta_{\lambda}$ ニ於イテ $\beta_0 \neq 0$ ト假定シテ Bernoulli's polynomialsヲ導入シタガ、一般ニ、 $\beta_0, \dots, \beta_{k-1} = 0, \beta_k \neq 0$ ナルトキデモ事情ハ変ラナイコトヲ附言シテオク。コノ場合、任意、 $k-1$ 次ノ多項式ハ homogeneous equation $IP(x)=0$ ノ解ニナル。コノトキ

$$(1) \quad \frac{\lambda^k e^{\lambda x}}{G(\lambda)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} B_{\lambda+k}^k(x) \lambda^{\lambda} \quad \text{トオケバ}$$

$$(2) \quad \Gamma B_{\delta+k}^k(x) = \frac{x^\delta}{\delta!} \quad (\delta = 0, 1, 2, \dots)$$

$$(3) \quad \frac{d B_{\delta+k}^k(\xi)}{d\xi} = B_{\delta+k-1}(\xi)$$

$$(4) \quad B_{\delta}^k(x+h) = \sum_0^{\delta} \frac{h^i}{i!} B_{\delta-i}^k(x)$$

$$(5) \quad B_{\delta}^k(x) = \sum_{i=0}^{\delta} B_i^k \frac{x^{\delta-i}}{(\delta-i)!}$$

(6) Euler-Maclaurin, 定理, 擴張

$$g(x+h) = \sum_{j=0}^{m+k} B_j^k(h) \Gamma f^{(j)}(x) + \int_0^h \frac{(h-s)^m}{m!} g^{(m+1)}(x+s) ds$$

$$- \sum_{j=0}^{m+k} B_j^k(h) \Gamma \left\{ \int_0^{\eta} \frac{(\eta-s)^{m+k-j}}{(m+k-j)!} g^{(m+1)}(x+s) ds \right\}$$

但シ, $f^{(k)}(x) = g(x)$

$$\Gamma_{\eta} p(\eta) = \sum_{k=0}^m \int_0^{\eta} p^{(k)}(\eta) d\varphi_k(\eta) \quad \left. \vphantom{\sum_{k=0}^m} \right\} \quad \text{7}$$

意味スル。

更ニ,

$$g(x+h) = \sum_{j=0}^{m+k} B_j^k(h) \Gamma f^{(j)}(x) + \Gamma_{\eta} \left\{ \int_{\eta}^h B_{m+k}^k(h-s+\eta) g^{(m+1)}(x+s) ds \right\}$$

トモ書ケル。等々

以上、定差法ノ基本事項ノ成立スルコトハ、§5 以後ト変
 ナイ。尚コレヲノ事ハ、昨年 M. Ghermanesco が *Acta*
Math. Bd. 62 デ論ツタコトト平行デアアル。氏ノ考ヘタ
 ハ

$$\sum_p^{\infty} F = A_0 F(x) + A_1 F(x + \omega_1) + \dots + A_p F(x + \omega_p) = g(x)$$

ナル定差方程式デアアルガ、 $\sum_p^{\infty} F$ ハ特殊ノ線状可遷作用子デア
 リ (1), (2), -----, (6) ノ事實ノ成立ニ必要ナコトハ、線状ト
 可遷トノミデアアル。

11. Bernoulli's polynomials ノ擴張ニ関シテ
 ハ、以上ニ止メテ、§5ニ掲ゲタ問題ニ立チ歸ル。

Nörlund ノ Haupt lösung = 相當スルモノハ、
 如何ニ、一般ノ線状可遷作用子ニツイテ定義スベキカ？

Bochner ハ嘗ツテ、§10 ノ $\sum_p^{\infty} F(x)$ = ツイテコノ
 問題ヲ考ヘタコトガアル。ケレドモ、ソレノ特別ノ場合
 $\Delta F(x)$ ナル作用子ニ於イテスラ、Nörlund ノ定義ト一
 致シタモノヲ得テ居ラズ、氏自ラ、Speziallösung ト
 呼ベザルヲ得ナカツタ。(Acta Math. Bd. 51) 若干ノ
 條件ヲモツタ線状可遷作用子ニツイテ、Spezial lösung
 ヲ定義スルコトハ何ノ困難モナイ (§12 参照)。又、前出
 ノ ghermanesco モ、同様ノ問題ヲ取扱ヒ、與ヘラレタ
 函数方程式

$$\sum_{p \leq x} F(x) = g(x)$$

= 對シテ

$$\sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n (E - A_0)^{(n)} e^{-\lambda x} g(x) \quad (A_0 \lambda = -1)$$

が $\lambda \downarrow 0$ ノトキ = 存在スレバ、コレヲ以テ *solution principale* ト定義シ、Nörlund ノ進ンダ道ヲ行ケル
ト書イテ居ル。然シナガラ、上ノ級数ハ、ソノ特別ノ場合
 $\Delta F(x) =$ ツイテ見ルニ、決シテ Nörlund ノ定義ト一致
シテ居ラナイ。

更ニ昨年、C. R. (Paris) デ Delsarte ノ論ツテ居
ル線状可遷作用子 $\int_0^1 f(x+t) K(t) dt$ —— 但シ $K(t)$
ハ $[0, 1]$ デ有界変分ノ函数 —— ノ所論ニ於イテモ、(簡
單ナ敘述ヲ委曲ハ知リ得ナイガ)、Bochner ノ *Spezial-
lösungen* = 相當シタモノシカ得テ居ラナイト思ハレル。

即チ、他ニ参考スベキ文献ガアルカモ知レナイガ、以上
ノ所デハ、Nörlund ノ *Haupt lösung* = 相當スベ
キモノガ、以上ノ如キ特別ノ線状可遷作用子 = ツイテスラ、
與ヘラレテ居ラナイヤウニ思ハレル。シカシ、コレハ是非成
シ遂ゲネバナラヌコトデアル。

尚、ghermanesco ハ、Hurwitz, quichard
ノ古典的結果ヲ拡張シテ居ル、コレヲ、吾々ノ場合ニ拡張ス
ルコトハ出來ル。コノデモ整函数 $G(\lambda)$ ノ *behaviour* =

関スル智識が出发点ニナル。(§13 参照)

本節以下デ申シ上ゲルコトニ関シテハ特ニ、諸賢、御教
示ヲ得タイト思ヒマス。

—— (續 ク) ——