



Title	函数ノ單葉性 II
Author(s)	佐藤, 徳意
Citation	全国紙上数学談話会. 1935, 64, p. 3-6
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74170
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

248. 函數ノ單葉性 II

佐藤 徳 意 (北大)

函數ノ單葉性=ツイテ考ヘタノハ略々一年前ノコトデ、
ソノ後ソノママ=シテ置キマシタトコロ忘レタ結果モ多イノ
デ、*Note* シテミル氣=ナリマシタ。

話ノ中心ハ能代氏ノ興味深イ

定理 A

“ $f(z)$ は凸状領域 D で正則で、 α が

$$R(e^{i\alpha} f'(z)) > 0 \quad (\alpha \text{ は実数})$$

ならば、 $f(z)$ は D で單葉である”

で、コレヲニミノ角度カラ考察シテ見タイト思ヒマス。

(能代氏：函数ノ單葉性ニ就テ、定理 B. 談話會第 18 号)

コノ定理ハ形ハ簡明デ効力ハ大キイ。だからモウ拡張ハ出来ナイダラウカ？ 函数ノ單葉性 I (第 21 号) ノ定理 2 ノ別証明ニ用ヒタ方法 (証明ハ記サナカツタガ) カラ考ヘルト $f'(z)$ ヲ違ツタ條件デ置キ換ヘテモ成立シヤウニ見エルカラ、モット拡張出来ルダラウトノ想像ニ導カレテ

(I) “ $R(e^{i\alpha} f'(z)) > 0$ ヲ $f'(z) \neq 0$ デ置キ換ヘルコトハ出来ナイダラウカ？”

ソノ不可能デアルコトハ $f(z)$ トシテ e^z ヲトルコトデ直チニ解決スル、併シコノ問題ヲコレデ捨テルノハ惜シイ。再ビ後ニ触レルコトニシヤウ。

$R(e^{i\alpha} f'(z)) > 0$ ヲ無條件デ $f'(z) \neq 0$ トスルコトガ出来ナイコトガ分ツタ。ソコデ $R(e^{i\alpha} f'(z)) > 0$ ヲソノママトシ

(II) “ D カラ條件凸状ヲハヅシテモ單葉性ヲ保持スルコトが出来ルカ？”

解答ハ $f(z)$ トシテ $z^{\frac{3}{2}}$ ヲトリ、 D トシテ 0 カラ $-\infty$ マデ實軸ニ沿ッテ無限ヲ入レタ領域ヲトルコトニヨツテ否定的デアル。

ソコデ更ニ方針ヲ変ヘテ $\frac{df(z)}{dz} = \frac{df(z)}{dz} / \frac{dz}{dz}$ デアルカラ
コレヲ拡張シテ、 D ヲ凸狀領域トシ

(III) “ $\varphi(z)$ が D デ正則單葉ナ函数デアツテ D デ

$$R\left(e^{i\alpha} \frac{f'(z)}{\varphi'(z)}\right) > 0$$

ナラバ $f(z)$ ハ D デ單葉デアル。”

ト結論シタイ。特ニ $\varphi(z)$ が convex function デ
アルト尾崎氏ノ研究ニヨリユノ豫想ハ正シイ。

(On the theory of multivalent functions,
Science report of the Tokyo Bunrika
Daigaku. No. 40. 1935)

併シ一般ノ場合ニナルト遺憾ナカラ成立シナイ。ソレハ D ト
シテ $R\alpha > 0$ ヲトリ $f(z)$, $\varphi(z)$ トシテ夫々

$$f(z) = z^3$$

$$\varphi(z) = z^2$$

ヲトルト充分デアル。

(コノ (III) ハ (II) が成立スルト假定スルト必然的ニ成立
シマス、從ツテ (III) が否定サレルト (II) が同時ニ否定サレマ
ス。(II)ノ實際ノ解決ハコノ方デアリマシタ。(II)ノ例
 $f(z) = z^{\frac{3}{2}}$ ハ (III)ノ例カラ吉田先生ノ御指示ヲ得ラレタモ
ノデシタ)

正誤： 函数ノ單葉性I. (第27号) 定理2. 中ノ領域

D^λ は 凸状領域 D^λ = 訂正。